Jurnal Matematika UNAND
Vol. **3** No. **2** Hal. 44 – 52
ISSN : 2303–291X

PENGGUNAAN RATA-RATA GEOMETRIK DALAM MENENTUKAN HARGA OPSI ASIA (STUDI KASUS PADA SAHAM *THE WALT DISNEY COMPANY*)

ELISA SRI HASTUTI, DODI DEVIANTO
Program Studi Matematika,
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Andalas,
Kampus UNAND Limau Manis Padang, Indonesia,
elisasrihastuti@yahoo.co.id, ddevianto@fmipa.unand.ac.id

Abstrak. Opsi Asia adalah opsi dimana *payoff* bergantung pada rata-rata harga aset (saham) selama opsi tersebut berlaku. Dalam menentukan harga opsi Asia dapat digunakan rata-rata geometrik. Ketika harga saham berdistribusi lognormal, maka rata-rata geometrik harga sahamnya juga berdistribusi lognormal. Hal ini mengakibatkan dalam menentukan harga opsi Asia dapat diperoleh dengan kerangka *Black-Scholes.* Rata-rata harga saham dengan menggunakan rata-rata geometrik tersebut dapat dihitung pada waktu jatuh tempo. Perubahan harga saham berubah secara acak menurut waktu. Perubahan tersebut dapat diasumsikan mengikuti gerak Brown yang bergantung kepada waktu. Perhitungan harga opsi saham *The Walt Disney Company* untuk periode 1 Maret 2013 sampai 1 Maret 2014 diperoleh perbedaan antara harga opsi yang dihitung dengan model *Black-Scholes* dan harga opsi di pasaran yang cukup signifikan.

Kata Kunci: Opsi Asia, rata-rata geometrik, lognormal, *Black-Scholes*

1. Pendahuluan

Dalam berinvestasi, investor memiliki pilihan untuk membeli aset yang secara langsung diperdagangkan pada pasar keuangan atau membeli derivasi/turunan dari aset tersebut. Aset yang merupakan turunan dari aset lain disebut dengan aset derivatif. Beberapa aset derivatif antara lain: kontrak berjangka (*future contract*), kontrak *forward*, dan kontrak opsi. Namun aset derivatif yang banyak dikenal dan diperdagangkan adalah kontrak opsi.

Kontrak opsi adalah suatu jenis kontrak atau perjanjian antara dua pihak, yang mana salah satu pihak memberikan hak (bukan kewajiban) kepada pihak lain untuk menjual atau membeli aset tertentu pada harga dan periode tertentu [5]. Berdasarkan waktu pelaksanaannya, opsi dapat dibedakan menjadi menjadi opsi Eropa *(European option)* dan opsi Amerika *(American option)* [3]. Opsi yang hanya dapat dilakukan pada tanggal jatuh tempo disebut opsi Eropa. Opsi yang dapat dilakukan kapan saja hingga tanggal jatuh tempo disebut opsi Amerika [2].

Berdasarkan jenis hak yang diberikan, opsi dapat dibedakan menjadi dua yaitu opsi *call* dan opsi *put*. Opsi *call* adalah suatu tipe kontrak yang memberikan hak kepada pemegang opsi untuk membeli dari penjual opsi sejumlah lembar saham tertentu pada harga dan jangka waktu tertentu. Opsi *put* merupakan opsi yang memberikan hak kepada pemegangnya untuk menjual saham dalam jumlah tertentu kepada pembeli opsi pada waktu dan harga yang telah ditentukan. Selain berdasarkan jenis hak yang diberikan dan waktu pelaksanaannya, opsi juga dapat dibedakan berdasarkan harga pelaksanaannya. Terdapat opsi dimana *payoff* tidak hanya bergantung pada harga aset pada saat pelaksanaannya, tetapi juga bergantung pada harga-harga aset selama masa berlaku opsi. Opsi ini disebut dengan *path-dependent option* atau dikenal juga dengan opsi eksotik (*exotic option*). Salah satu contoh dari opsi eksotik adalah opsi Asia. Opsi Asia adalah opsi dimana *payoff* bergantung pada rata-rata harga aset selama opsi tersebut berlaku.

Dalam menentukan harga opsi Asia, baik opsi *call* maupun opsi *put*, digunakan rata-rata geometrik. Ketika harga saham berdistribusi lognormal, maka rata-rata geometrik harga sahamnya juga berdistribusi lognormal. Hal ini mengakibatkan rata-rata geometrik memenuhi salah satu asumsi dari model *Black-Scholes*, yaitu harga saham yang digunakan berdistribusi lognormal. Rata-rata harga saham yang menggunakan rata-rata geometrik tersebut dapat dihitung pada waktu jatuh tempo, sehingga dalam penulisan ini akan dibahas waktu pengeksekusian opsi Asia menggunakan *European style* (opsi Eropa).

Harga opsi merupakan keuntungan yang diperoleh pembeli opsi. Harga opsi tersebut dipengaruhi oleh harga saham yang dijadikan dasar pada saat perjanjian antara pemegang opsi dan pembeli opsi. Perubahan harga saham berubah secara acak menurut waktu. Perubahan tersebut dapat diasumsikan mengikuti gerak Brown yang bergantung kepada waktu sehingga dapat ditentukan model untuk harga saham yang dikenal dengan model *Black-Scholes*. Oleh karena itu, dalam paper ini akan dijelaskan penggunaan rata-rata geometrik dengan pendekatan kerangka *Black-Scholes* dalam menentukan harga opsi Asia serta penerapan model harga opsi Asia tersebut pada data harga penutupan saham *The Walt Disney Company*.

2. Model Harga Saham

Perubahan harga saham terjadi secara acak menurut waktu sehingga dapat diasumsikan sebagai suatu proses stokastik. Misalkan $S(t)$ merupakan harga saham pada saat t mengikuti proses Wiener, maka berdasarkan [4], $S(t)$ dapat dikembangkan menjadi persamaan pada proses Ito, sehingga model perubahan harga saham tersebut adalah:

$$dS(t) = \mu S(t)dt + \sigma S(t)dW(t),$$

dengan $\mu S(t)dt$ adalah komponen deterministik, $\sigma S(t)dW(t)$ adalah komponen stokastik, dan $W(t)$ adalah proses Wiener. Dalam hal ini, μ menyatakan rata-rata pertumbuhan harga saham dan σ menyatakan volatilitas harga saham tersebut.

Berdasarkan [2], misalkan $t \in [0, \infty)$ dan $S(t)$ memenuhi persamaan diferensial stokastik $dS(t) = \mu S(t)dt + \sigma S(t)dW(t)$, maka persamaan diferensial stokastik bagi fungsi $X(t) = f(S(t), t)$ dapat dinyatakan dalam bentuk:

$$dX(t) = \left(\mu S(t)\frac{\partial f}{\partial s} + \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S(t)^2 \frac{\partial^2 f}{\partial s^2}\right) dt + \sigma S(t)\frac{\partial f}{\partial s} dW(t).$$

3. Karakteristik Rata-rata Geometrik dalam Opsi Asia

Berdasarkan [1] diketahui bahwa persamaan harga saham:

$$S(t_{i+1}) = S(t_i)\exp\left((r - \frac{1}{2}\sigma^2)\Delta t + \sigma\sqrt{\Delta t}Z_i\right)$$

$$\ln\left(\frac{S(t_{i+1})}{S(t_i)}\right) = (r - \frac{1}{2}\sigma^2)\Delta t + \sigma\sqrt{\Delta t}Z_i.$$

Payoff pada opsi Asia bergantung kepada rata-rata harga saham. Oleh karena itu harga saham pada saat jatuh tempo, yaitu $S(t)$, dapat disubstitusikan dengan rata-rata geometrik yang dinotasikan dengan $G = (\prod_{i=1}^{n} S(t_i))^{\frac{1}{n}}$. Perhatikan bahwa $\prod_{i=1}^{n} S(t_i)$ merupakan perkalian harga saham pada waktu t_i, sehingga diperoleh:

$$\prod_{i=1}^{n} S(t_i) = S(t_1)S(t_2)\cdots S(t_{n-1})S(t_n) = S(t_n)S(t_{n-1})\cdots S(t_2)S(t_1),$$

dengan $t_i = i\Delta t$ dan $n\Delta t = T$. Dengan manipulasi aljabar, maka persamaan di atas menjadi:

$$\prod_{i=1}^{n} S(t_i) = \left(\frac{S(t_n)}{S(t_{n-1})}\right)^1 \left(\frac{S(t_{n-1})}{S(t_{n-2})}\right)^2 \cdots \left(\frac{S(t_2)}{S(t_1)}\right)^{n-1} \left(\frac{S(t_1)}{S(t_0)}\right)^n (S(t_0))^n$$

$$\frac{\prod_{i=1}^{n} S(t_i)}{(S(t_0))^n} = \left(\frac{S(t_n)}{S(t_{n-1})}\right)^1 \left(\frac{S(t_{n-1})}{S(t_{n-2})}\right)^2 \cdots \left(\frac{S(t_2)}{S(t_1)}\right)^{n-1} \left(\frac{S(t_1)}{S(t_0)}\right)^n.$$

Pada saat $t = 0$, misalkan $S(t_0) = S(0)$ maka diperoleh:

$$\begin{aligned}\ln\left(\frac{\prod_{i=1}^{n} S(t_i)}{(S(0))^n}\right) &= \ln\left(\frac{S(t_n)}{S(t_{n-1})}\right) + 2\ln\left(\frac{S(t_{n-1})}{S(t_{n-2})}\right) + \cdots + (n-1)\ln\left(\frac{S(t_2)}{S(t_1)}\right) \\ &\quad + n\ln\left(\frac{S(t_1)}{S(0)}\right) \\ &= \left((r - \frac{1}{2}\sigma^2)\Delta t + \sigma\sqrt{\Delta t}Z_{n-1}\right) + 2\left((r - \frac{1}{2}\sigma^2)\Delta t + \right. \\ &\quad \left. \sigma\sqrt{\Delta t}Z_{n-2}\right) + \cdots + \left((r - \frac{1}{2}\sigma^2)\Delta t + \sigma\sqrt{\Delta t}Z_0\right).\end{aligned}$$

Harga saham pada saat jatuh tempo T berdistribusi lognormal. Oleh karena itu akan ditentukan nilai karakteristik, yaitu nilai tengah dan varian dari rata-rata geometrik.

(1) Nilai tengah dari rata-rata geometrik

$$E\left[\ln\left(\frac{(\prod_{i=1}^{n} S(t_i))^{\frac{1}{n}}}{S(0)}\right)\right] = \frac{(n+1)}{2n}\left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)T.$$

(2) Varian dari rata-rata geometrik

$$Var\left[\ln\left(\frac{(\prod_{i=1}^{n} S(t_i))^{\frac{1}{n}}}{S(0)}\right)\right] = \frac{(n+1)(2n+1)}{6n^2}\sigma^2 T.$$

Misalkan dinotasikan $\hat{\sigma}^2 = \frac{\sigma^2(n+1)(2n+1)}{6n^2}$ dan $\hat{\mu} = \frac{1}{2}\hat{\sigma}^2 + \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)\frac{(n+1)}{2n}$, maka $\ln S(t)$ berdistribusi normal dengan nilai tengah $m = \ln S(0) + \left(\hat{\mu} - \frac{\hat{\sigma}^2}{2}\right)T$ dan standar deviasi $s = \hat{\sigma}\sqrt{T}$.

4. Pembentukan Formula *Black-Scholes* untuk Menentukan Harga Opsi *Call* dan Opsi *Put* Asia dengan Menggunakan Rata-rata Geometrik

Pembentukan formula *Black-Scholes* untuk menentukan harga opsi *call* dan opsi *put* Asia dengan menggunakan rata-rata geometrik akan merujuk berdasarkan [2]. Nilai sebuah *payoff* opsi *call* adalah:

$$\begin{aligned} C &= e^{-rT}E\left[\max\left(\left(\prod_{i=1}^{n} S(t_i)\right)^{\frac{1}{n}} - K, 0\right)\right] \\ &= e^{-rT}E[\max(S(t) - K, 0)]. \end{aligned} \tag{4.1}$$

Jika menggunakan definisi nilai harapan, maka persamaan (4.1) menjadi:

$$\begin{aligned} E[\max(S(t) - K, 0)] &= \int_0^\infty \max(S(t) - K, 0) g(S(t)) dS(t) \\ &= \int_K^\infty \max(S(t) - K, 0) g(S(t)) dS(t), \end{aligned} \tag{4.2}$$

dengan $g(S(t))$ adalah fungsi kepekatan peluang dari $S(t)$.

Berdasarkan karakteristik rata-rata geometrik harga saham, $\ln S(t)$ berdistribusi normal dengan nilai tengah $m = \ln S(0) + \left(\hat{\mu} - \frac{\hat{\sigma}^2}{2}\right)T$ dan standar deviasi $s = \hat{\sigma}\sqrt{T}$. Selanjutnya didefinisikan sebuah peubah:

$$Q = \frac{\ln S(t) - m}{s}. \tag{4.3}$$

Substitusikan nilai tengah m dan standar deviasi s ke persamaan (4.3) maka diperoleh persamaan sebagai berikut.

$$Q = \frac{1}{\hat{\sigma}\sqrt{T}}(\ln S(t) - \ln S(0)) - \frac{1}{\hat{\sigma}\sqrt{T}}\left(\hat{\mu} - \frac{\hat{\sigma}^2}{2}\right)T. \tag{4.4}$$

Selanjutnya akan ditentukan nilai nilai tengah dan varian dari Q,

$$\begin{aligned} E(Q) &= E\left(\frac{1}{\hat{\sigma}\sqrt{T}}(\ln S(t) - \ln S(0)) - \frac{1}{\hat{\sigma}\sqrt{T}}\left(\hat{\mu} - \frac{\hat{\sigma}^2}{2}\right)T\right) \\ &= E\left(\frac{1}{\hat{\sigma}\sqrt{T}}(\ln S(t) - \ln S(0))\right) - \frac{1}{\hat{\sigma}\sqrt{T}}\left(\hat{\mu} - \frac{\hat{\sigma}^2}{2}\right)T = 0. \end{aligned}$$

Kemudian ditentukan nilai varian dari Q,

$$\begin{aligned} Var(Q) &= Var\frac{1}{\hat{\sigma}\sqrt{T}}(\ln S(t) - \ln S(0)) - \frac{1}{\hat{\sigma}\sqrt{T}}\left(\hat{\mu} - \frac{\hat{\sigma}^2}{2}\right)T \\ &= \left(\frac{1}{\hat{\sigma}\sqrt{T}}\right)^2 Var(\ln S(t) - \ln S(0)) = 1. \end{aligned}$$

Dari uraian di atas, peubah Q juga berdistribsi normal dengan nilai tengah 0 dan standar deviasi 1, dan fungsi kepekatan peluang dari Q dinyatakan dengan $h(Q)$, yaitu:

$$h(q) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-q^2/2}. \tag{4.5}$$

Persamaan (4.3) dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$S(t) = e^{Q\hat{\sigma}\sqrt{T}+m}. \tag{4.6}$$

Perubahan batas integral pada persamaan (4.2) berdasarkan Q adalah sebagai berikut.

- Jika $S(t) = \infty$ maka $Q = \infty$
- Jika $S(t) = K$ maka $Q = \frac{\ln K - m}{\hat{\sigma}\sqrt{T}}$

Dengan menggunakan persamaan (4.5) dan (4.6) serta perubahan batas integral, maka persamaan (4.2) menjadi:

$$\begin{aligned} E[\max(S(t) - K, 0)] &= \int_{(\ln K - m)/s}^{\infty} (e^{qs+m} - K) h(q) dq \\ &= \int_{(\ln K - m)/s}^{\infty} e^{qs+m} h(q) dq - \\ &\quad K \int_{(\ln K - m)/s}^{\infty} h(q) dq, \end{aligned} \tag{4.7}$$

sedangkan

$$e^{qs+m} h(q) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{(-q^2+2qs+2m)/2} = e^{(m+s^2/2)} h(q-s).$$

Substitusi persamaan (4.8) ke dalam persamaan (4.7), diperoleh:

$$E[\max(S(t) - K, 0)] = e^{m+s^2/2} \int_{(\ln K - m)/s}^{\infty} h(q-s) dq - K \int_{(\ln K - m)/s}^{\infty} h(q) dq \tag{4.8}$$

Jika $N(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{1}{2}y^2} dy$ menyatakan notasi dari fungsi distribusi normal baku kumulatif, maka:

$$\begin{aligned} E[\max(S(t) - K, 0)] &= e^{m+s^2/2} \int_{\frac{\ln K - m}{s}}^{\infty} h(q-s) dq - K \int_{\frac{\ln K - m}{s}}^{\infty} h(q) dq \\ &= e^{m+s^2/2} \left[1 - N\left(\frac{\ln K - m}{s} - s \right) \right] - K \left[1 - N\left(\frac{\ln K - m}{s} \right) \right] \\ &= e^{m+s^2/2} \left[N\left(\frac{-\ln K + m}{s} + s \right) \right] - K \left[N\left(\frac{-\ln K + m}{s} \right) \right]. \end{aligned} \tag{4.9}$$

Substitusikan nilai m dan s ke persamaan di atas, maka diperoleh

$$\begin{aligned} e^{m+s^2/2} & \int_{\frac{\ln K-m}{s}}^{\infty} h(q-s)dq - K\int_{\frac{\ln K-m}{s}}^{\infty} h(q)dq \\ &= e^{m+\hat{\sigma}^2T/2}\left[N\left(\frac{ln\frac{S(0)}{K}+\left(\hat{\mu}-\frac{\hat{\sigma}^2}{2}\right)T+\hat{\sigma}^2T}{\hat{\sigma}\sqrt{T}}\right)\right]-\left[KN\left(\frac{ln\frac{S(0)}{K}+\left(\hat{\mu}-\frac{\hat{\sigma}^2}{2}\right)T}{\hat{\sigma}\sqrt{T}}\right)\right] \\ &= e^{m+\hat{\sigma}^2T/2}\left(N\left[\hat{d}_1\right]-KN\left[\hat{d}_2\right]\right) \end{aligned}$$

Berdasarkan persamaan di atas, maka persamaan (4.1) menjadi:

$$C = e^{-rT}\left(S(0)e^{\hat{\mu}T}N\left[\hat{d}_1\right]-KN\left[\hat{d}_2\right]\right). \tag{4.10}$$

Persamaan (4.10) merupakan model harga opsi *call* Asia dengan menggunakan rata-rata geometrik melalui pendekatan *Black-Scholes*.

Selanjutnya dengan menggunakan *put-call parity*, yaitu $e^{-rT}S(0)e^{\hat{\mu}T}+P-C = Ke^{-rT}$, diperoleh model harga opsi *put* Asia dengan menggunakan rata-rata geometrik melalui pendekatan *Black-Scholes* sebagai berikut.

$$P = e^{-rT}\left(KN\left[-\hat{d}_2\right]-S(0)e^{\hat{\mu}T}N\left[-\hat{d}_1\right]\right) \tag{4.11}$$

dengan $\hat{d}_1 = \frac{\ln\left(\frac{S(0)}{K}\right)+\left(\hat{\mu}+\frac{1}{2}\hat{\sigma}^2\right)T}{\hat{\sigma}\sqrt{T}}$, $\hat{d}_2 = \frac{\ln\left(\frac{S(0)}{K}\right)+\left(\hat{\mu}-\frac{1}{2}\hat{\sigma}^2\right)T}{\hat{\sigma}\sqrt{T}}$, $\hat{\mu} = \frac{1}{2}\hat{\sigma}^2+\left(r-\frac{1}{2}\sigma^2\right)\frac{n+1}{2n}$, dan $\hat{\sigma}^2 = \frac{\sigma^2(n+1)(2n+1)}{6n^2}$

5. Model Opsi Asia dengan Menggunakan Rata-rata Geometrik pada Saham *The Walt Disney Company*

5.1. *Data dan Metode*

Data yang digunakan dalam penentuan harga opsi saham tipe Asia dengan menggunakan rata-rata geometrik melalui pendekatan *Black-Scholes* adalah data saham *The Walt Disney Company* untuk periode 1 Maret 2013 sampai 1 Maret 2014 yang diakses melalui http://www.yahoo-finance.com. Adapun langkah-langkah dalam menentukan harga opsi Asia tersebut adalah sebagai berikut.

(1) Menentukan perubahan harga saham yang diasumsikan mengikuti gerak Brown.
(2) Membuktikan bahwa rata-rata geometrik harga saham berdistribusi lognormal.
(3) Menentukan model harga opsi *call* dan opsi *put* untuk saham tipe Asia dengan menggunakan rata-rata geometrik dengan pendekatan model *Black-Sholes*.
(4) Menerapkan model harga opsi *call* dan opsi *put* untuk saham tipe Asia pada data harga saham dan membandingkan hasilnya dengan harga opsi *call* dan opsi *put* di pasar saham.

Sebelum melakukan perhitungan opsi, terlebih dahulu dilakukan perhitungan volatilitas saham dengan langkah-langkah sebagai berikut.

(1) Menentukan seluruh harga penutupan saham selama transaksi $(S_1, S_2, \cdots, S_n)$, dimana n adalah banyaknya hari perdagangan saham.

(2) Menentukan *natural sample return* hari ke t hingga $t+1$,

$$R_t = \frac{S_{t+1}}{S_t}, \quad t = 1, 2, \cdots, n-1$$

(3) Menghitung *log natural sample return*, misalkan

$$\hat{R_t} = \ln R_t$$

(4) Menghitung mean dari *log natural sample return* harian,

$$R = \frac{\sum_{t-1}^{n} \hat{R_t}}{n}$$

(5) Menghitung estimasi variansi dari *log natural sample return* saham harian,

$$\hat{R} = \frac{\sum_{t-1}^{n} (\hat{R_t} - R)^2}{n-1}$$

(6) Menghitung volatisitas *return* saham, karena data yang digunakan adalah data harian, maka jumlah perdagangan harus dinyatakan dalam $T = 1 hari = \frac{1}{n} tahun$.

5.2. *Model Opsi* Call *dan Opsi* Put *Asia pada Saham* The Walt Disney Company

Dalam menentukan harga opsi Asia dengan menggunakan rata-rata geometrik pada saham tipe Asia, diperlukan beberapa unsur, yaitu sebagai berikut.

(1) Harga saham awal ($S(0)$): 80.81
(2) Harga pelaksanaan (K): 45.00, 60.00, 65.00, 76.00, 78.00.
(3) Waktu sekarang (t): 1 Maret 2014
(4) Waktu jatuh tempo (T): 28 Marer 2014
(5) Tingkat suku bunga bebas resiko (r) : 0.0025, tingkat suku bunga ini adalah tingkat suku bunga yang ditetapkan oleh bank sentral Amerika dan diakses langsung melalui http://www.fixstreet.com/fundamental/interest-ratetable/ pada tanggal 1 Maret 2014.
(6) Volatilitas saham (σ) : 0.1931
(7) Periode waktu pembayaran opsi (T): 0.07397

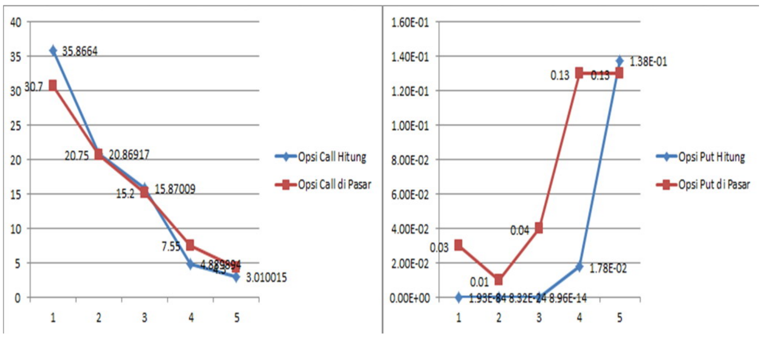
Pada perhitungan nilai opsi *call* dan opsi *put* untuk saham tipe Asia dengan menggunakan rata-rata geometrik dengan harga pelaksanaan 45.00, diperoleh $\hat{\sigma^2} = 0.0125$, $\hat{\mu} = -0.00188$, $\hat{d_1} = 19.2989$, dan $\hat{d_2} = 19.2685$. Selanjutnya dapat dicari nilai $N\left[\hat{d_1}\right]$, $N\left[\hat{d_2}\right]$, $N\left[-\hat{d_1}\right]$, dan $N\left[-\hat{d_2}\right]$ dengan menggunakan perintah NORMSDIST pada *software Microsoft Excel*. Kemudian substitusikan nilai-nilai tersebut ke dalam model opsi Asia dengan menggunakan rata-rata geometrik melalui pendekatan *Black-Scholes* dan diperoleh opsi *call* sebesar 35.79216 dan opsi *put* sebesar $3.47x10^{-84}$. Dengan cara yang sama diperoleh harga opsi *call* dan opsi *put* untuk harga pelaksanaan K yang berbeda pada Tabel 1.

Selanjutnya hasil perhitungan harga opsi dengan menggunakan rata-rata geometrik melalui pendekatan *Black-Scholes* akan dibandingkan dengan harga opsi di

Tabel 1. Data Harga Opsi *Call* dan Opsi *Put* dengan Rata-rata Geometrik Melalui Pendekatan Model *Black Scholes*

No	Harga Saham Awal	Harga Pelaksanaan	Waktu	Opsi *Call*	Opsi *Put*
1	80.81	45.00	0.07397	35.8664	1.93E-89
2	80.81	60.00	0.07397	20.86917	8.32E-29
3	80.81	65.00	0.07397	15.87009	8.96E-14
4	80.81	76.00	0.07397	4.889894	0.017766
5	80.81	78.00	0.07397	3.010015	0.137517

pasar saham untuk mengetahui seberapa besar perbedaan harga opsi hitung dengan opsi yang ditawarkan di pasar, sehingga dapat dijadikan acuan oleh investor dalam melakukan investasi. Grafik perbandingan harga opsi Asia yang dihitung dengan menggunakan rata-rata geometrik dan harga opsi Asia di pasar saham dapat dilihat pada grafik Perbandingan harga opsi Asia yang dihitung dengan menggunakan rata-rata geometrik dan harga opsi Asia di pasar saham.



Gambar 1. Perbandingan harga opsi Asia yang dihitung dengan menggunakan rata-rata geometrik dan harga opsi Asia di pasar saham

Berdasarkan Gambar 1 dapat dilihat bahwa harga opsi *call* yang dihitung dengan menggunakan rata-rata geometrik melalui pendekatan model *Black Scholes* mendekati harga opsi yang ada di pasar saham. Grafik di atas memperlihatkan bahwa pada titik 1, 2, dan 3, yaitu pada harga pelaksanaan 45.00, 60.00, 65.00, harga opsi *call* di pasar saham yang diakses pada tanggal 1 Maret 2014 lebih rendah dibandingkan dengan harga opsi *call* yang dihitung dengan rata-rata geometrik melalui pendekatan model *Black Scholes*. Dalam kondisi seperti ini sebaiknya investor membeli opsi tersebut. Sebaliknya, investor sebaiknya tidak membeli opsi pada harga pelaksanaan 76.00, dan 78.00, yaitu pada titik 9, dan 10 karena harga opsi *call* di pasar lebih besar dari harga opsi *call* yang dihitung dengan menggunakan rata-rata geometrik melalui pendekatan model *Black Scholes*.

Berdasarkan Gambar 1 juga dapat dilihat bahwa untuk setiap titik dengan harga pelaksanaan masing-masing, harga opsi *put* di pasar lebih besar dari harga opsi *put* yang dihitung dengan rata-rata geometrik melalui pendekatan model *Black Scholes*. Oleh karena itu, sebaiknya investor menjual opsi tersebut karena harganya lebih mahal dan dapat memberi keuntungan. Selain itu, Gambar 1 menunjukkan bahwa semakin tinggi harga pelaksanaan maka harga opsi *call* semakin kecil, sedangkan harga opsi *put* semakin besar. Sebaliknya, semakin rendah harga pelaksanaan maka harga opsi *call* semakin besar, sedangkan harga opsi *put* semakin kecil. Oleh karena itu, investor sebaiknya membeli opsi *call* pada saat harga pelaksanaan yang rendah dan menjual opsi *put* pada saat harga pelaksanaan tinggi karena dapat memperoleh keuntungan yang lebih besar.

6. Kesimpulan

Model harga opsi *call* dan opsi *put* pada saham tipe Asia dengan menggunakan rata-rata geometrik melalui pendekatan *Black-Scholes* adalah:

$$C = e^{-rT}\left(S(0)e^{\hat{\mu}T}N\left[\hat{d}_1\right] - KN\left[\hat{d}_2\right]\right)$$
$$P = e^{-rT}\left(KN\left[-\hat{d}_2\right] - S(0)e^{\hat{\mu}T}N\left[-\hat{d}_1\right]\right),$$

dengan $\hat{d}_1 = \frac{\ln\left(\frac{S(0)}{K}\right)+\left(\hat{\mu}+\frac{1}{2}\hat{\sigma}^2\right)T}{\hat{\sigma}\sqrt{T}}$, $\hat{d}_2 = \frac{\ln\left(\frac{S(0)}{K}\right)+\left(\hat{\mu}-\frac{1}{2}\hat{\sigma}^2\right)T}{\hat{\sigma}\sqrt{T}}$, $\hat{\mu} = \frac{1}{2}\hat{\sigma}^2 + \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)\frac{n+1}{2n}$, dan $\hat{\sigma}^2 = \frac{\sigma^2(n+1)(2n+1)}{6n^2}$.

Model harga opsi Asia dengan menggunakan rata-rata geometrik melalui pendekatan model *Black-Scholes* diterapkan pada saham *The Walt Disney Company*, digunakan untuk memprediksi suatu harga opsi sehingga investor dapat mengambil keputusan dalam melaksanakan opsinya. Apabila harga opsi *call* di pasar saham lebih murah dibandingkan dengan harga opsi *call* yang dihitung dengan model harga opsi Asia, maka sebaiknya investor membeli opsi tersebut karena harga opsi yang dibeli lebih rendah dari harga yang ditaksirkan, begitu sebaliknya. Apabila harga opsi *put* di pasar saham lebih mahal dibandingkan dengan harga opsi *put* yang dihitung dengan model harga opsi Asia, sebaiknya investor menjual opsi tersebut karena opsi yang dijual lebih tinggi dari harga yang ditaksir sehingga dapat memperoleh keuntungan, begitupun sebaliknya. Jika harga pelaksanaan semakin besar, maka harga opsi *call* Asia semakin kecil, sedangkan harga opsi *put* Asia semakin besar.

Daftar Pustaka

[1] Emergenous, A. 2005. *Brownian Motion and its Application in The Stock Market.*Department of Applied Mathematics, Illiniois Institute of Technology, Chicago. USA.
[2] Hull, J.C. 2003.*Option Future and Other Derivative*. University of Toronto: Prentice hall International Inc.
[3] Luenberger, D.G.1998.*Investment Science*. Oxford University Press. New York.
[4] Oksendal B. 2003. *Stochastic Differensial Equation (An Introduction with Application)*. Ed Ke-6 Germany. Springer Verlag.
[5] Ruey, S. T, John Wiley and Sons. 2000. *Analysis of Financial Time Series*. USA.