

PERBANDINGAN METODE BLACK SCHOLES DAN SIMULASI MONTE CARLO DALAM PENENTUAN HARGA OPSI EROPA

TOMI DESRA YULIANDI, DODI DEVIANTO, HAZMIRA YOZZA

*Program Studi Matematika,
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Andalas,
Kampus UNAND Limau Manis Padang, Indonesia.
email : tomidesrayuliandi64@gmail.com*

Abstrak. Opsi adalah suatu kontrak yang memberikan hak kepada pemegang kontrak untuk membeli atau menjual suatu aset tertentu dengan harga dan periode tertentu. Berdasarkan periode waktu penggunaan, opsi dapat dibedakan menjadi dua yaitu opsi tipe Amerika dan opsi tipe Eropa. Opsi tipe Amerika menunjukkan bahwa opsi tersebut dapat dilaksanakan pada saat jatuh tempo atau sebelumnya, sedangkan opsi tipe Eropa hanya dapat dilaksanakan pada saat jatuh tempo. Dengan semakin berkembang pasar opsi, semakin berkembang pula pengetahuan atau cara-cara dalam memprediksi suatu pergerakan harga opsi dan meramalkan segala kemungkinan yang terjadi untuk meminimalisir kerugian dan memaksimalkan keuntungan. Banyak metode yang digunakan dalam menentukan harga opsi, diantaranya model Black Scholes dan simulasi Monte Carlo. Pada penelitian ini akan dihitung harga opsi tipe Eropa dan dilihat perbandingan antara metode Black Scholes dan simulasi Monte Carlo. Metode Black Scholes yang digunakan untuk menghitung harga opsi adalah dengan asumsi bahwa harga saham berdistribusi lognormal. Sedangkan metode Monte Carlo diartikan sebagai metode statistik karena metode simulasi ini menggunakan rangkaian bilangan acak. Perhitungan dengan menggunakan simulasi Monte Carlo adalah untuk mendapatkan pendugaan harga opsi. Untuk menghitung harga opsi dengan simulasi Monte Carlo, penulis menggunakan bantuan MATLAB. Hasil perhitungan harga opsi menggunakan metode Black Scholes akan dibandingkan dengan hasil perhitungan harga opsi dengan menggunakan simulasi Monte Carlo dengan berpatokan pada harga opsi di pasar keuangan.

Kata Kunci: Opsi, opsi Eropa, Metode Black Scholes, Simulasi Monte Carlo

1. Pendahuluan

Matematika merupakan ilmu universal yang mendasari teknologi modern dan mempunyai peran penting dalam berbagai disiplin ilmu. Salah satu penerapan ilmu matematika adalah dalam masalah investasi. Perkembangan dunia investasi tidak hanya dilihat dari semakin banyaknya uang yang diinvestasikan atau semakin banyak investor yang melakukan investasi, akan tetapi juga dapat dilihat dari semakin banyaknya alternatif instrumen investasi yang dapat dijadikan sebagai pilihan bagi seorang investor untuk berinvestasi. Dalam investasi seorang investor memiliki pilihan untuk membeli aset yang diperdagangkan secara langsung di pasar keuangan atau membeli turunan aset tersebut. Aset yang secara keseluruhan atau sebagian merupakan turunan dari aset lain disebut aset *derivative*. Salah satu aset *derivative* yaitu kontrak opsi.

Opsi adalah suatu kontrak yang memberikan hak kepada pemegang kontrak untuk membeli atau menjual suatu aset tertentu dengan harga dan periode tertentu. Berdasarkan jenis hak yang diberikan, opsi dapat dibedakan menjadi dua yaitu opsi *Call* dan opsi *Put*. Berdasarkan periode waktu penggunaan, opsi dapat dibedakan menjadi dua yaitu opsi tipe Amerika dan opsi tipe Eropa.

Banyak metode yang digunakan dalam menentukan harga opsi, diantaranya model *Black Scholes*. Model *Black Scholes* dirumuskan oleh Fisher Black dan Mayon Scholes pada tahun 1973. Selain model *Black Scholes*, menentukan harga opsi juga dapat dilakukan menggunakan simulasi *Monte Carlo*. Simulasi *Monte Carlo* pertama kali ditemukan oleh Enrico Fermi pada tahun 1930-an, yang diawali dengan adanya penelitian mengenai pemeriksaan radiasi dan jarak terhadap beberapa material yang akan dilewati oleh neutron. Karena data yang diperoleh tidak dapat digunakan untuk menyelesaikan permasalahan, maka dibuatlah sebuah model komputasi oleh John Von Neumann dan Stanislaw Ulam. Pada tahun 1977, Boyle memperkenalkan penggunaan metode *Monte Carlo* dalam menentukan harga opsi. Oleh karena itu pada penelitian ini akan dibahas tentang perbandingan metode Black Scholes dengan simulasi *Monte Carlo* dalam penentuan harga opsi Eropa pada data harga penutupan saham harian **Toyota Corporation** untuk periode 16 Oktober 2014 sampai 16 Oktober 2015 yang diakses melalui <http://www.yahoofinance.com> tanggal 16 Oktober 2015.

2. Metode Black Scholes dan Simulasi Monte Carlo

2.1. Model Opsi Eropa

Opsi tipe Eropa adalah opsi yang hanya dapat digunakan pada tanggal jatuh tempo. Untuk opsi call, nilai opsi call saat jatuh tempo didefinisikan sebagai pengurangan antara harga saham dengan harga pelaksanaan yang dapat dituliskan dalam bentuk matematis sebagai berikut :

$$C = \max(S(T)K, 0).$$

Nilai opsi *Put* pada waktu jatuh tempo merupakan pengurangan antara harga pelaksanaan dengan harga saham, yang dapat dituliskan dalam bentuk matematis sebagai berikut

$$P = \max(KS(T), 0).$$

2.2. Pemodelan Harga Saham dengan Model Black Scholes

Pada bagian ini akan dibahas rumus Black Scholes dengan menggunakan asumsi bahwa harga saham berdistribusi lognormal. Cara ini hanya mengandalkan dua asumsi.

Misalkan harga saham pada saat T dinyatakan dengan $S(T)$ dan diasumsikan bahwa

$$X = \ln \frac{S(T)}{S(0)} \sim N(\mu T, \sigma^2 T). \quad (2.1)$$

$$S(0) = e^{(-rT)} E(S(T)). \quad (2.2)$$

Dari asumsi pertama, fungsi kepekatan peluang untuk X dapat dituliskan sebagai berikut.

$$f_s(s(T)) = \frac{1}{s(T)\sigma\sqrt{2\pi T}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left(\frac{x - \mu T}{\sigma\sqrt{T}} \right)^2 \right\} \text{ untuk } s(T) > 0. \quad (2.3)$$

Nilai harapan $E[S(T)]$ dapat diturunkan dengan memanfaatkan Persamaan (2.1), yaitu

$$E \left[\frac{(s(T))}{(S(0))} \right] = E \left[e^{\ln \frac{(s(T))}{(S(0))}} \right] = E[e^X].$$

Fungsi pembangkit momen dari $X \sim N(\mu T, \sigma^2 T)$ adalah

$$E(e^{tX}) = e^{\mu T t + \frac{1}{2} \sigma^2 T t^2}.$$

Untuk $t = 1$, diperoleh

$$E(e^X) = e^{\mu T + \frac{1}{2} \sigma^2 T}.$$

Dengan demikian diperoleh

$$E \left[\frac{(s(T))}{(S(0))} \right] = E(e^X) = e^{\mu T + \frac{1}{2} \sigma^2 T}, \text{ sehingga}$$

$$E(S(T)) = S(0) e^{\mu T + \frac{1}{2} \sigma^2 T}$$

Dari asumsi pada Persamaan (2.2) dapat diperoleh

$$S(0) = e^{-rT} E(S(T)) = e^{-rT} S(0) e^{\mu T + \frac{1}{2} \sigma^2 T} = S(0) e^{-rT + \mu T + \frac{1}{2} \sigma^2 T}.$$

Selanjutnya dapat ditulis sebagai berikut.

$$e^{-rT + \mu T + \frac{1}{2} \sigma^2 T} = 1,$$

$$-rT + \mu T + \frac{1}{2} \sigma^2 T = 0.$$

Sehingga dapat diperoleh

$$\mu = r - \frac{1}{2} \sigma^2. \quad (2.4)$$

Dengan demikian fungsi kepekatan peluang dari $S(T)$ pada Persamaan (2.3) dapat ditulis sebagai

$$f_s(s(T)) = \frac{1}{s(T)\sigma\sqrt{2\pi T}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left(\frac{\ln \left(\frac{S(T)}{S(0)} \right) - (r - \frac{1}{2} \sigma^2) T}{\sigma\sqrt{T}} \right)^2 \right\} \text{ untuk } s(T) > 0. \quad (2.5)$$

Fungsi kepekatan peluang tersebut digunakan untuk menurunkan harga opsi dengan menggunakan rumus Black Scholes, dimana nilai opsi diperoleh dari

$$C = e^{-rT} E[\max(S(T) - K, 0)]$$

$$= e^{-rT} \int_K^\infty (s(T) - K) f(s(T)) ds(T). \quad (2.6)$$

Dengan menggunakan fungsi kepekatan peluang pada Persamaan (2.5) diperoleh

$$C = e^{-rT} \int_K^\infty \frac{(s(T) - K)}{s(T)\sigma\sqrt{2\pi T}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left(\frac{\ln(\frac{s(T)}{S(0)}) - (r - \frac{1}{2}\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}} \right)^2 \right\} ds(T).$$

Integrasi ini dapat diselesaikan dengan transformasi variabel

$$z = \frac{\ln(\frac{s(T)}{S(0)}) - (r - \frac{1}{2}\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}} \quad (2.7)$$

Diperoleh

$$s(T) = S(0)e^{z\sigma\sqrt{T} + (r - \frac{1}{2}\sigma^2)T}. \quad (2.8)$$

Batas bawah integrasi $S(T)$, yaitu K , diubah menjadi batas bawah integrasi untuk z menjadi A :

$$A = \frac{\ln(\frac{K}{S(0)}) - (r - \frac{1}{2}\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}}.$$

Diperoleh

$$\begin{aligned} C &= e^{-rT} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_A^\infty \left(S(0)e^{z\sigma\sqrt{T} + (r - \frac{1}{2}\sigma^2)T} - K \right) e^{-\frac{1}{2}z^2} dz \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_A^\infty S(0)e^{z\sigma\sqrt{T} - \frac{1}{2}\sigma^2 T - \frac{1}{2}z^2} dz - Ke^{-rT} \int_A^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz \\ &= \frac{S(0)}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(z - \sigma\sqrt{T})^2} dz - Ke^{rT} N(-A). \end{aligned}$$

Selanjutnya misalkan $u = z - \sigma\sqrt{T}$, sehingga $du = dz$ dan batas integral A diubah menjadi $A - \sigma\sqrt{T}$, sehingga diperoleh

$$\begin{aligned} C &= \frac{S(0)}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(u)^2} du - Ke^{rT} N(-A) \\ &= S(0)N(-A + \sigma\sqrt{T}) - Ke^{rT} N(-A). \end{aligned} \quad (2.9)$$

Misalkan $d_1 = -A + \sigma\sqrt{T}$ dan $d_2 = -A$ maka Persamaan (2.9) menjadi

$$\begin{aligned} C &= S(0)N(d_1) - Ke^{rT} N(d_2), \text{ dimana} \\ d_1 &= -A + \sigma\sqrt{T} = \frac{\ln(S(0)/K) + (r - \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}} \\ d_2 &= -A = \frac{\ln(S(0)/K) + (r + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}} \end{aligned} \quad (2.10)$$

Dalam penurunan model *Black Scholes* untuk opsi *Put*, digunakan persamaan yang menghubungkan nilai opsi *Call* dan opsi *Put* yang dinyatakan sebagai *Put-Call parity*.

$$S + P - C = Ke^{-rT}.$$

Dari Persamaan (2.10) diperoleh harga opsi *Call* pada saham tipe Eropa adalah

$$C = S(0)N(d_1) - Ke^{-rT}N(d_2).$$

Dengan menggunakan persamaan *Put-Call parity*, akan dicari harga opsi *Put* pada saham tipe Eropa yaitu

$$\begin{aligned} P &= P - C - S + Ke^{-rT} \\ &= S(0)(1 - N(d_1)) - Ke^{-rT}(1 - N(d_2)) - S(0) + Ke^{-rT}. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Dengan menggunakan sifat fungsi sebaran kumulatif normal baku yaitu

$$N(Z) = 1 - N(-Z),$$

maka persamaan (2.11) menjadi

$$\begin{aligned} P &= S(0)(1 - N(d_1)) - Ke^{-rT}(1 - N(d_2)) - S(0) + Ke^{-rT} \\ &= S(0)N(d_1) - Ke^{-rT}N(d_2). \end{aligned} \quad (2.12)$$

2.3. Simulasi Monte Carlo

Simulasi Monte Carlo berawal dari sekumpulan peubah acak saham $S_1(T), S_2(T), \dots, S_n(T)$ yang terdistribusi saling bebas secara acak normal dengan nilai tengah $\theta = E(S(T))$ dan ragam $\sigma^2 = Var(S(T))$.

Misalkan $X \sim N(\mu T, \sigma^2 T)$. Dengan mengasumsikan bahwa

$$X = \ln \frac{S(T)}{S(0)}, \sim N(\mu T, \sigma^2 T),$$

$$S(0) = e^{-rT} E(S(T)),$$

diperoleh $\mu = r - \frac{1}{2}\sigma^2$, sehingga

$$X \sim N\left(\left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)T, \sigma^2 T\right), \text{ dengan } z \sim (0, 1).$$

Gambaran prosedur Monte Carlo dapat diperoleh dari contoh opsi Call Eropa [5]. Secara numerik, prosedur Monte Carlo memerlukan perhitungan nilai opsi call yang diharapkan dari opsi Call Eropa pada saat jatuh tempo, $\max(S(T)K, 0)$ dan dikalikan dengan bilangan eksponen dengan bunga yang diberlakukan, yaitu $e^{-rT} \max(S(T)K, 0)$. Nilai opsi Call Eropa (C) kemudian dihitung dengan rumus

$$C = e^{-rT} \max(S(T)K, 0),$$

dan nilai opsi Put Eropa (P) dihitung dengan rumus

$$P = e^{-rT} \max(KS(T), 0).$$

Setelah melakukan simulasi, nilai opsi call yang diharapkan diperoleh dengan menghitung rata-rata dari penaksir nilai opsi call yang dihasilkan. Misalkan C_i menyatakan penaksir dari nilai opsi call yang diperoleh dalam simulasi dan M adalah banyaknya simulasi. Nilai opsi call yang diharapkan yaitu

$$\begin{aligned} C &= \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M C_i = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M e^{-rT} \max(S(T)K, 0) \\ &= e^{-rT} \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \max(S(T)K, 0), \end{aligned}$$

dan varian opsi call dihitung dengan :

$$\sigma_C^2 = \frac{1}{M-1} \sum_{i=1}^M (C_i - C)^2,$$

dengan standar error dari harga opsi Call yaitu :

$$SE = \frac{\sigma_C^2}{\sqrt{M}}.$$

Sedangkan untuk opsi Put dapat dihitung dengan cara berikut

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M P_i \\ &= \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M e^{-rT} \max(K - S(T), 0) \\ &= e^{-rT} \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \max(K - S(T), 0), \end{aligned}$$

dan varian opsi put dihitung dengan

$$\sigma_P^2 = \frac{1}{M-1} \sum_{i=1}^M (P_i - P)^2,$$

dengan standar error dari harga opsi Put yaitu :

$$SE = \frac{\sigma_P^2}{\sqrt{M}}.$$

3. Data dan Metode

Penelitian ini menggunakan data harga penutupan saham harian **Toyota Corporation** untuk periode 16 Oktober 2014 sampai 16 Oktober 2015 yang diakses melalui <http://www.yahooofinance.com> tanggal 16 Oktober 2015.

Adapun langkah-langkah yang dilakukan dalam mengkaji simulasi Monte Carlo adalah sebagai berikut :

- (1) Mempersiapkan dan menganalisa data harga saham opsi yang akan digunakan.
- (2) Membangkitkan bilangan acak Z yang berdistribusi normal baku, $Z \sim N(0, 1)$.
- (3) Gunakan nilai bilangan acak Z untuk menentukan harga saham dengan persamaan sebagai berikut

$$S(T) = S(0)e^{(r - \frac{\sigma^2}{2})T + z\sigma\sqrt{T}}, \text{ dengan}$$

σ : nilai volatilitas saham

r : suku bunga bebas resiko

T : waktu jatuh tempo

- (4) Hitung harga opsi untuk masing-masing harga saham yang diperoleh dari langkah (3). Harga opsi Call Eropa (C) dan harga opsi Put Eropa (P) kemudian dihitung dengan rumus

$$C = e^{-rT} \max(S(T) - K, 0), \text{ dan}$$

$$P = e^{-rT} \max(K - S(T), 0).$$

- (5) Hitung rata-rata harga opsi dengan persamaan:

$$C = e^{-rT} \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \max(S(T)K, 0), \text{ dan}$$

$$P = e^{-rT} \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \max(KS(T), 0),$$

dimana M adalah banyak simulasi.

- (6) Mengulangi langkah (5) sebanyak M (10, 100, 1000, 10000, 100000, dan 1000000).

4. Perbandingan Metode Black Scholes dengan Simulasi Monte Carlo

Tabel berikut memperlihatkan data perbandingan harga opsi call dan opsi put menggunakan simulasi Monte Carlo dan Black Scholes (Harga dalam Dolar).

Tabel 1. Data Perbandingan Harga Opsi Call simulasi Monte Carlo dan Black Scholes (Harga dalam Dolar)

Harga Pelaksanaan	Opsi Call			Error	
	Monte Carlo	Black Scholes	Pasar	Monte Carlo	Black Scholes
105	23.5139	19.7203	14.50	9.0139	5.2203
110	18.5474	14.8162	9.40	9.1474	5.4162
115	13.5832	10.1456	9.39	4.1932	0.7556
120	8.6222	6.0967	4.60	4.0222	1.4967
125	3.6619	3.1029	2.55	1.1119	0.5529
130	0.4785	1.3044	0.94	0.8259	0.3644
135	0	0.4474	0.31	0.31	0.1374

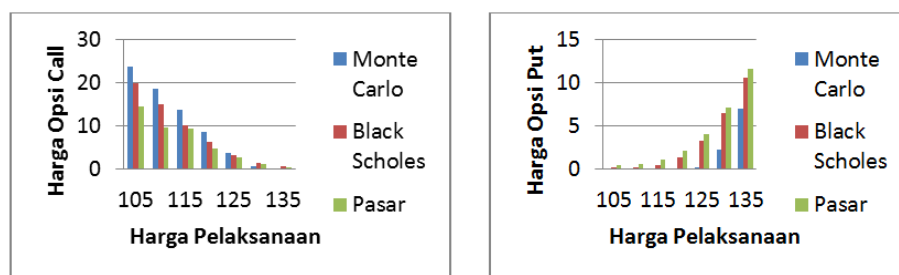
Berdasarkan tabel diatas, hasil perhitungan nilai opsi Call pada model simulasi Monte Carlo memberikan interpretasi yang sama dengan model Black Scholes yaitu semakin tinggi harga pelaksanaan maka harga opsi Call semakin menurun. Berdasarkan perbandingan harga opsi yang diperoleh dengan model Black Scholes dan simulasi Monte Carlo dengan harga pasar, dapat dilihat bahwa model Black Scholes lebih baik dibandingkan simulasi Monte Carlo dalam menentukan harga opsi. Nilai error model Black Scholes lebih kecil dibandingkan nilai error simulasi Monte Carlo pada berbagai harga pelaksanaan.

Tabel 2. Data Perbandingan Harga Opsi Put simulasi Monte Carlo 1000000 kali dengan Black Scholes (Harga dalam Dolar)

Harga Pelaksanaan	Opsi Put			Error	
	Monte Carlo	Black Scholes	Pasar	Monte Carlo	Black Scholes
105	0	0.0078	0.46	0.46	0.4522
110	0	0.0679	0.50	0.05	0.4321
115	0	0.3614	1.04	1.04	0.6786
120	0	1.2767	2.05	2.05	0.7733
125	0.0667	3.2471	4.04	3.9733	0.7929
130	2.2367	6.4127	7.05	4.8133	0.6373
135	6.9210	10.5199	11.59	4.669	1.0707

Berdasarkan tabel diatas, hasil perhitungan nilai opsi Put pada model simulasi Monte Carlo memberikan interpretasi yang sama dengan model Black Scholes yaitu semakin tinggi harga pelaksanaan maka harga opsi Put semakin meningkat. Begitu sebaliknya, semakin menurun harga pelaksanaan maka harga opsi Put semakin menurun. Dilihat dari perbandingan error, simulasi Monte Carlo dengan 1000000 kali simulasi memberikan error yang lebih kecil daripada model Black Scholes. Nilai error model Black Scholes lebih kecil dibandingkan nilai error simulasi Monte Carlo pada berbagai harga pelaksanaan.

Berdasarkan perbandingan harga opsi yang diperoleh dengan model Black Scholes dan simulasi Monte Carlo dengan harga pasar, dapat dilihat bahwa model Black Scholes lebih baik dibandingkan simulasi Monte Carlo dalam menentukan harga opsi.



Gambar 1. Perbandingan Harga Opsi Call dan Opsi Put

5. Kesimpulan

Banyak metode yang digunakan dalam menentukan harga opsi, diantaranya model Black Scholes dan simulasi Monte Carlo. Model Black Scholes untuk harga opsi tipe

Eropa dapat dinyatakan sebagai berikut

$$\begin{aligned} C &= S(0)N(d_1) - Ke^{-rT}N(d_2), \text{ dan} \\ P &= S(0)N(d_1) - Ke^{-rT}N(d_2), \text{ dimana} \\ d_1 &= \frac{\ln(S(0)/K) + (r - \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}, \text{ dan} \\ d_2 &= \frac{\ln(S(0)/K) + (r + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}. \end{aligned}$$

Dengan komponen-komponen sebagai berikut:

- C : harga opsi Call tipe Eropa,
- P : harga opsi Put tipe Eropa
- $S(0)$: harga saham awal
- K : harga pelaksanaan
- r : Tingkat suku bunga bebas resiko
- T : waktu jatuh tempo
- $N(x)$: fungsi kumulatif Distribusi Normal Baku
- σ : volatilitas data.

Sedangkan pada simulasi Monte Carlo, penentuan harga opsi Eropa menggunakan persamaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} C &= e^{-rT} \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \max(S(T)K, 0) \text{ dan} \\ P &= e^{-rT} \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \max(KS(T), 0), \end{aligned}$$

dimana

- M : banyak simulasi,
 - $S(T)$: harga saham pada saat jatuh tempo, yaitu
- $$S(T) = S(0)e^{(r - \frac{\sigma^2}{2})T + z\sigma\sqrt{T}},$$
- Z : peubah acak yang berdistribusi normal baku, $Z \sim N(0, 1)$.

Model Black Scholes dan simulasi Monte Carlo ini diterapkan pada saham harian *Toyota Corporation* untuk periode 16 Oktober 2014 sampai 16 Oktober 2015 yang diakses melalui <http://www.yahooofinance.com> tanggal 16 Oktober 2015. Kemudian dilihat perbandingan opsi yang diperoleh menggunakan Model Black Scholes dan simulasi Monte Carlo. Berdasarkan harga pelaksanaan (K), model Black Scholes dan Simulasi Monte Carlo memberikan hasil yang sama, yaitu semakin tinggi harga pelaksanaan, maka harga opsi Call semakin menurun dan harga harga opsi Put semakin meningkat. Berdasarkan banyaknya simulasi (M) yang dilakukan pada simulasi Monte Carlo, semakin banyak simulasi yang dilakukan, maka harga opsi yang diperoleh juga semakin baik yang ditandai dengan nilai error yang kecil. Melihat hasil pembahasan dengan bantuan matlab dalam hal penentuan harga

opsi tipe Eropa dari data historis saham Toyota Motor Corporation (TM) pada tanggal 16 Oktober 2014 sampai 16 Oktober 2015 yang diakses langsung dari <http://www.yahoofinance.com/>, disimpulkan bahwa dilihat dari nilai error yang diberikan maka model Black Scholes memberikan hasil yang lebih baik daripada simulasi Monte Carlo.

Daftar Pustaka

- [1] Bain, L.J. and Engelhardt, M. 1992. *Introduction To Probability and Mathematical Statistics*. Second Edition. California : Duxbury Press.
- [2] Capinski, M. and T. Zastawniak. 2004. *Mathematics for Finance: An Introduction to Financial Engineering*. Springer Undergraduate Mathematics Series. United States of America : Springer-Verlag
- [3] Halim, A. 2005. *Analisis Investasi*. Edisi Kedua. Jakarta: Salemba Empat.
- [4] Kakiay, T. J. 2004. *Pengantar Sistem Simulasi*. Yogyakarta ANDI Yogyakarta.
- [5] Kijima, M. 2002. *Stochastic Processes with Applications to Finance*. New York: Chapman & Hall.CRC.
- [6] Kwok, Y. K. 2000. *Mathematical Model of Financial Derivatives*. Tokyo: Springer.
- [7] Luenberger, D.G. 1998. *Investment Science*. Oxford University Press. New York.
- [8] Ross, S.M. 1999. *An Introduction to Mathematical Finance Option and Other Topics*. California: Cambridge University Press.
- [9] Ruey, S.T. 2000. *Analysis of Financial Time Series*. USA