Jurnal Matematika UNAND
Vol. **5** No. **1** Hal. 57 – 64
ISSN : 2303–291X

BEBERAPA SIFAT DARI SUBGRUP *FUZZY*

PUTRI EKA RIANDANI, NOVA NOLIZA BAKAR, MONIKA RIANTI HELMI
Program Studi Matematika,
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Andalas,
Kampus UNAND Limau Manis Padang, Indonesia,
email : putriekariandani@gmail.com

Abstrak. Pada tulisan ini akan dibahas beberapa sifat dari subgrup *fuzzy*. Untuk itu, diperlukan konsep-konsep tentang grup, subgrup, himpunan *fuzzy*, dan subgrup *fuzzy*. Diberikan G adalah grup, pemetaan $\mu : G \longrightarrow [0,1]$ disebut himpunan *fuzzy* dari G. Selanjutnya didefinisikan bahwa μ subgrup fuzzy dan dibuktikan beberapa sifat dari subgrup *fuzzy* tersebut seperti subgrup *fuzzy* normal, normalizer *fuzzy*, serta syarat perlu dan syarat cukup agar μ adalah subgrup *fuzzy* normal dari G.

Kata Kunci: Grup, subgrup, himpunan fuzzy, subgrup fuzzy, subgrup fuzzy normal, normalizer

1. Pendahuluan

Himpunan *fuzzy* pertama kali diperkenalkan pada tahun 1965 oleh L.A. Zadeh. Zadeh mendefinisikan suatu himpunan *fuzzy* μ dalam X dengan fungsi keanggotaan $f_\mu(x)$, dimana nilai keanggotaan dari elemen-elemennya adalah bilangan riil dalam interval [0,1] [5]. Konsep himpunan *fuzzy* yang terus berkembang, mendorong para peneliti untuk terus mengembangkan dan menganalisa himpunan *fuzzy* baik secara teoritis maupun aplikasi. Salah satunya adalah teori tentang subgrup *fuzzy*.

Subgrup adalah suatu subhimpunan tak kosong H dari grup G, dimana H membentuk operasi biner yang sama pada grup G [1]. Misalkan didefinisikan G adalah grup, suatu subhimpunan *fuzzy* μ dari G disebut subgrup *fuzzy* dari G jika memenuhi $\mu(xy) \geq min\,\{\mu(x), \mu(y)\}$ dan $\mu(x^{-1}) = \mu(x)$, untuk setiap $x, y \in G$.

Himpunan *fuzzy*, subgrup dan subgrup fuzzy tersebut merupakan konsep dasar pada tulisan ini, sehingga dari konsep-konsep tersebut Penulis akan membahas beberapa sifat dari subgrup *fuzzy* yang merupakan kajian kembali makalah [3].

2. Subhimpunan *Fuzzy*

Definisi 2.1. [*2*] *Misalkan X adalah himpunan tak kosong. Suatu himpunan (subhimpunan) fuzzy μ dari X adalah fungsi $\mu : X \longrightarrow [0,1]$.*

Definisi 2.2. [*2*] *Gabungan dari dua himpunan fuzzy λ dan μ dari himpunan X yang didefinisikan oleh $\lambda \cup \mu$ adalah subhimpunan fuzzy dari X, didefinisikan sebagai $(\lambda \cup \mu)(x) = \max\{\lambda(x), \mu(x)\}$, untuk setiap $x \in X$. Irisan dari dua himpunan (subhimpunan) fuzzy λ dan μ dari X, ditulis $\lambda \cap \mu$, adalah subhimpunan fuzzy dari X didefinisikan sebagai $(\lambda \cap \mu)(x) = \min\{\lambda(x), \mu(x)\}$, untuk setiap $x \in X$.*

3. Beberapa Sifat dari Subgrup *Fuzzy*

Pada bagian ini, akan dibahas beberapa sifat dari subgrup *fuzzy*.

Definisi 3.1. [2] *Misalkan G adalah suatu grup. Suatu subhimpunan fuzzy μ dari G disebut subgrup fuzzy dari G jika memenuhi:*

(1) $\mu(xy) \geq min\,\{\mu(x), \mu(y)\}$, untuk setiap $x, y \in G$.
(2) $\mu(x^{-1}) = \mu(x)$, untuk setiap $x \in G$.

Contoh 3.2. Diketahui bahwa $Z_5 - \{\overline{0}\}$ adalah grup terhadap perkalian. Didefinisikan $\mu : Z_5 - \{\overline{0}\} \longrightarrow [0, 1]$, dengan:

$$\mu(x) = \begin{cases} 1 & , x = \overline{1} \\ 0,25 & , x = \overline{2}, \overline{3} \\ 0,5 & , x = \overline{4}. \end{cases}$$

Akan ditunjukkan bahwa μ subgrup *fuzzy* atas grup $Z_5 - \{\overline{0}\}$. Karena μ adalah suatu fungsi dimana $\mu(x) \in [0, 1]$, untuk setiap $x \in Z_5 - \{\overline{0}\}$, maka μ merupakan subhimpunan *fuzzy* atas grup $Z_5 - \{\overline{0}\}$.

Selanjutnya akan diselidiki apakah μ merupakan subgrup *fuzzy* atas grup $Z_5 - \{\overline{0}\}$. Perhatikan Tabel 1 - Tabel 3.

Tabel 1. Tabel Cayley dari $Z_5 - \{\overline{0}\}$ terhadap perkalian

$\cdot$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$
$\overline{1}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$
$\overline{2}$	$\overline{2}$	$\overline{4}$	$\overline{1}$	$\overline{3}$
$\overline{3}$	$\overline{3}$	$\overline{1}$	$\overline{4}$	$\overline{2}$
$\overline{4}$	$\overline{4}$	$\overline{3}$	$\overline{2}$	$\overline{1}$

Berdasarkan Tabel 2, diperoleh $\mu(xy) \geq min\,\{\mu(x), \mu(y)\}$, untuk setiap $x, y \in Z_5 - \{\overline{0}\}$, dan dari Tabel 3 diperoleh $\mu(x^{-1}) = \mu(x)$, untuk setiap $x \in Z_5 - \{\overline{0}\}$. Karena itu μ merupakan subgrup *fuzzy* atas grup $Z_5 - \{\overline{0}\}$.

Definisi 3.3. [4] *Misalkan μ subgrup fuzzy dari grup G. Untuk $a \in G$, koset kiri (atau kanan) fuzzy $a\mu$ (atau μa) dari G oleh a dan μ didefinisikan sebagai $(a\mu)(x) = \mu(a^{-1}x)$ (atau $(\mu a)(x) = \mu(xa^{-1})$) untuk setiap $x \in G$.*

Koset kiri dan koset kanan *fuzzy* dikatakan sama ($a\mu = \mu a$) jika untuk setiap $x \in G$, berlaku $(a\mu)(x) = (\mu a)(x)$.

Contoh 3.4. Diketahui bahwa $Z_5 - \{\overline{0}\}$ adalah grup terhadap perkalian. Didefinisikan $\mu : Z_5 - \{\overline{0}\} \longrightarrow [0, 1]$, dengan:

$$\mu(x) = \begin{cases} 1 & , x = \overline{1} \\ 0,25 & , x = \overline{2}, \overline{3} \\ 0,5 & , x = \overline{4}. \end{cases}$$

Tabel 2. Operasi subhimpunan *fuzzy* μ

x	y	xy	$\mu(x)$	$\mu(y)$	$\mu(xy)$	$min\{\mu(x), \mu(y)\}$
$\overline{1}$	$\overline{1}$	$\overline{1}$	1	1	1	1
$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{2}$	1	0,25	0,25	0,25
$\overline{1}$	$\overline{3}$	$\overline{3}$	1	0,25	0,25	0,25
$\overline{1}$	$\overline{4}$	$\overline{4}$	1	0,5	0,5	0,5
$\overline{2}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	0,25	1	0,25	0,25
$\overline{2}$	$\overline{2}$	$\overline{4}$	0,25	0,25	0,5	0,25
$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{1}$	0,25	0,25	1	0,25
$\overline{2}$	$\overline{4}$	$\overline{3}$	0,25	0,5	0,25	0,25
$\overline{3}$	$\overline{1}$	$\overline{3}$	0,25	1	0,25	0,25
$\overline{3}$	$\overline{2}$	$\overline{1}$	0,25	0,25	1	0,25
$\overline{3}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	0,25	0,25	0,5	0,25
$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{2}$	0,25	0,5	0,25	0,25
$\overline{4}$	$\overline{1}$	$\overline{4}$	0,5	1	0,5	0,5
$\overline{4}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	0,5	0,25	0,25	0,25
$\overline{4}$	$\overline{3}$	$\overline{2}$	0,5	0,25	0,25	0,25
$\overline{4}$	$\overline{4}$	$\overline{1}$	0,5	0,5	1	0,5

Tabel 3. Invers subhimpunan *fuzzy* μ

x	x^{-1}	$\mu(x)$	$\mu(x^{-1})$
$\overline{1}$	$\overline{1}$	1	1
$\overline{2}$	$\overline{3}$	0,25	0,25
$\overline{3}$	$\overline{2}$	0,25	0,25
$\overline{4}$	$\overline{4}$	0,5	0,5

Dari Contoh 3.2, diperoleh bahwa μ subgrup *fuzzy*. Koset kiri *fuzzy* $a\mu$ dihitung dan diberikan oleh:

$$(a\mu)(x) = \begin{cases} 1 & , x = \overline{2} \\ 0,25 & , x = \overline{1}, \overline{4} \\ 0,5 & , x = \overline{3} \end{cases}$$

untuk $a = \overline{2}$.

Definisi 3.5. [2] *Misalkan μ subgrup fuzzy dari grup G. Maka untuk sebarang $a, b \in G$, koset tengah fuzzy $a\mu b$ dari grup G didefinisikan sebagai $(a\mu b)(x) = \mu(a^{-1}xb^{-1})$, untuk setiap $x \in G$.*

Contoh 3.6. Diketahui bahwa $Z_5 - \{\overline{0}\}$ adalah grup terhadap perkalian. Didefinisikan $\mu : Z_5 - \{\overline{0}\} \longrightarrow [0,1]$, dengan:

$$\mu(x) = \begin{cases} 1 & , x = \overline{1} \\ 0,25 & , x = \overline{2}, \overline{3} \\ 0,5 & , x = \overline{4}. \end{cases}$$

Dari Contoh 3.2, diperoleh bahwa μ subgrup *fuzzy*. Koset tengah *fuzzy* $a\mu b$ dihitung dan diberikan oleh:

$$(a\mu b)(x) = \begin{cases} 1 & , x = \overline{2} \\ 0,25 & , x = \overline{1}, \overline{4} \\ 0,5 & , x = \overline{3} \end{cases}$$

untuk $a = \overline{4}$ dan $b = \overline{3}$.

Proposisi 3.7. [3] *Misalkan μ subhimpunan* fuzzy *dari G, maka persamaan berikut ekivalen untuk setiap $a, x \in G$.*

(1) $\mu(axa^{-1}) \geq \mu(x)$.
(2) $\mu(axa^{-1}) = \mu(x)$.
(3) $\mu(ax) = \mu(xa)$.
(4) $a\mu = \mu a$.
(5) $a\mu a^{-1} = \mu$.

Bukti. Misalkan μ subhimpunan *fuzzy* dari G, maka μ subgrup *fuzzy* dari G (Definisi 3.1).

(1→2) Misal $\mu(axa^{-1}) \geq \mu(x)$, untuk setiap $a, x \in G$.
Akan ditunjukkan $\mu(axa^{-1}) = \mu(x)$.
Karena $\mu(axa^{-1}) \geq \mu(x)$, maka jelas $\mu(axa^{-1}) = \mu(x)$.

(2→3) Misal $\mu(axa^{-1}) = \mu(x)$, untuk setiap $a, x \in G$. Akan ditunjukkan $\mu(ax) = \mu(xa)$.
Perhatikan bahwa:

$$\begin{aligned} \mu(ax) &= \mu(axe) \\ &= \mu(ax(aa^{-1})) \\ &= \mu(a(xa)a^{-1}) \\ &= \mu(xa). \end{aligned}$$

Jadi $\mu(ax) = \mu(xa)$, untuk setiap $a, x \in G$.

(3→4) Misal $\mu(ax) = \mu(xa)$, untuk setiap $a, x \in G$. Akan ditunjukkan $a\mu = \mu a$, yaitu dengan menunjukkan $(a\mu)(x) = (\mu a)(x)$, untuk setiap $x \in G$.
Perhatikan bahwa:

$$\begin{aligned} (a\mu)(x) &= \mu(a^{-1}x) \\ &= \mu(xa^{-1}) \\ &= (\mu a)(x). \end{aligned}$$

Jadi $(a\mu)(x) = (\mu a)(x)$, untuk setiap $x \in G$.

(4→5) Misal $a\mu = \mu a$. Akan ditunjukkan $a\mu a^{-1} = \mu$ yaitu dengan menunjukkan $(a\mu a^{-1})(x) = \mu(x)$, untuk setiap $x \in G$.
Perhatikan bahwa:

$$\begin{aligned}(a\mu a^{-1})(x) &= \mu(a^{-1}x(a^{-1})^{-1})\\ &= \mu(a^{-1}(xa))\\ &= (a\mu)(xa)\\ &= (\mu a)(xa)\\ &= \mu((xa)a^{-1})\\ &= \mu(x).\end{aligned}$$

Jadi $(a\mu a^{-1})(x) = \mu(x)$, untuk setiap $x \in G$.

(5→1) Misal $a\mu a^{-1} = \mu$. Akan ditunjukkan $\mu(axa^{-1}) \geq \mu(x)$.
Diketahui $a\mu a^{-1} = \mu$. Andaikan $\mu(axa^{-1}) < \mu(x)$.
Perhatikan bahwa

$$\begin{aligned}\mu(axa^{-1}) &< \mu(x)\\ &= \mu(exe)\\ &= \mu((a^{-1}a)x(a^{-1}a))\\ &= \mu(a^{-1}(axa^{-1})a)\\ &= \mu(a^{-1}(axa^{-1})(a^{-1})^{-1})\\ &= a\mu a^{-1}(axa^{-1}).\end{aligned}$$

Ini berarti $\mu < a\mu a^{-1}$. Kontradiksi dengan $\mu = a\mu a^{-1}$, sehingga haruslah $\mu(axa^{-1}) \geq \mu(x)$.
Jadi $\mu(axa^{-1}) \geq \mu(x)$, untuk setiap $a, x \in G$. □

Proposisi 3.8. [3] *Jika μ subgrup fuzzy dari grup G, maka $g\mu g^{-1}$ juga subgrup* fuzzy *dari grup G, untuk setiap $g \in G$.*

Bukti. Misal μ subgrup *fuzzy* dari grup G dan $g \in G$. Akan ditunjukkan $g\mu g^{-1}$ juga subgrup *fuzzy* dari grup G, yaitu dengan menunjukkan:

(1) $g\mu g^{-1}(xy) \geq min\left\{g\mu g^{-1}(x), g\mu g^{-1}(y)\right\}$, untuk setiap $x, y \in G$.
(2) $g\mu g^{-1}(x^{-1}) = g\mu g^{-1}(x)$, untuk setiap $x \in G$.

(1) Ambil $x, y \in G$, maka

$$\begin{aligned}g\mu g^{-1}(xy) &= \mu(g^{-1}(xy)(g^{-1})^{-1})\\ &= \mu(g^{-1}(xy)g)\\ &= \mu(g^{-1}(xgg^{-1}y)g)\\ &= \mu((g^{-1}xg)(g^{-1}yg))\\ &\geq min\left\{\mu(g^{-1}xg), \mu(g^{-1}yg)\right\}\\ &= min\left\{g\mu g^{-1}(x), g\mu g^{-1}(y)\right\}.\end{aligned}$$

(2) Ambil $x \in G$, maka

$$\begin{aligned} g\mu g^{-1}(x^{-1}) &= \mu(g^{-1}x^{-1}(g^{-1})^{-1}) \\ &= \mu(g^{-1}x^{-1}g) \\ &= \mu((g^{-1}xg)^{-1}) \\ &= \mu(g^{-1}xg) \\ &= g\mu g^{-1}(x). \end{aligned}$$

Dari (1) dan (2), diperoleh bahwa $g\mu g^{-1}$ juga subgrup *fuzzy* dari grup G. □

Definisi 3.9. [2] *Misalkan G grup, subgrup fuzzy μ dari G disebut normal jika $\mu(x) = \mu(y^{-1}xy)$, untuk setiap $x, y \in G$.*

Proposisi 3.10. [3] *Irisan sebarang dua subgrup* fuzzy *normal dari grup G juga subgrup* fuzzy *normal dari grup G.*

Bukti. Misal λ dan μ dua subgrup *fuzzy* normal dari grup G. Akan ditunjukkan $\lambda \cap \mu$ subgrup *fuzzy* normal dari G, yaitu dengan menunjukkan:

(1) $\lambda \cap \mu$ subgrup *fuzzy*.
(2) $(\lambda \cap \mu)(x) = (\lambda \cap \mu)(y^{-1}xy)$, untuk setiap $x, y \in G$.

(1) Akan ditunjukkan $\lambda \cap \mu$ subgrup *fuzzy*.

(i) Ambil $x, y \in G$, maka

$$\begin{aligned} (\lambda \cap \mu)(xy) &= \min\{\lambda(xy), \mu(xy)\} \\ &\geq \min\{\min\{\lambda(x), \lambda(y)\}, \min\{\mu(x), \mu(y)\}\} \\ &= \min\{\min\{\lambda(x), \mu(x)\}, \min\{\lambda(y), \mu(y)\}\} \\ &= \min\{(\lambda \cap \mu)(x), (\lambda \cap \mu)(y)\}. \end{aligned}$$

(ii) Ambil $x \in G$, maka

$$\begin{aligned} (\lambda \cap \mu)(x^{-1}) &= \min\{\lambda(x^{-1}), \mu(x^{-1})\} \\ &= \min\{\lambda(x), \mu(x)\} \\ &= (\lambda \cap \mu)(x). \end{aligned}$$

Dari (i) dan (ii), diperoleh bahwa $\lambda \cap \mu$ subgrup fuzzy.

(2) Akan ditunjukkan subgrup *fuzzy* $\lambda \cap \mu$ adalah normal. Ambil $x \in G$, maka

$$\begin{aligned} (\lambda \cap \mu)(x) &= \min\{\lambda(x), \mu(x)\} \\ &= \min\{\lambda(y^{-1}xy), \mu(y^{-1}xy)\} \\ &= (\lambda \cap \mu)(y^{-1}xy). \end{aligned}$$

Dari (1) dan (2), diperoleh bahwa $\lambda \cap \mu$ subgrup *fuzzy* normal. □

Definisi 3.11. [6] *Misalkan G suatu grup dan μ subgrup fuzzy dari G. Misalkan $N(\mu) = \{a \in G | \mu(axa^{-1}) = \mu(x)$, untuk setiap $x \in G\}$, maka $N(\mu)$ disebut normalizer fuzzy dari μ.*

Proposisi 3.12. *[3] Normalizer* fuzzy *dari μ dengan μ subgrup fuzzy dari G adalah subgrup dari G.*

Bukti. Misal μ subgrup *fuzzy* dari grup G. $N(\mu) = \{a \in G | \mu(axa^{-1}) = \mu(x)$, untuk setiap $x \in G\}$ adalah *normalizer* dari μ . Akan ditunjukkan $N(\mu)$ subgrup dari G yaitu dengan menunjukkan:

(1) $N(\mu) \subset G$ dan $N(\mu) \neq \emptyset$.
(2) Untuk setiap $m, n \in N(\mu)$, berlaku $mn \in N(\mu)$.
(3) Untuk setiap $m \in N(\mu)$, berlaku $m^{-1} \in N(\mu)$.

(1) Berdasarkan definisi $N(\mu)$ jelas bahwa $N(\mu) \subset G$.
Selanjutnya, karena G grup, maka terdapat $e \in G$ sehingga

$$\begin{aligned} \mu(exe^{-1}) &= \mu((ex)e^{-1}) \\ &= \mu(x). \end{aligned}$$

Karena $e \in G$ dan $\mu(exe^{-1}) = \mu(x)$, untuk setiap $x \in G$, maka $e \in N(\mu)$, sehingga $N(\mu) \neq \emptyset$.

(2) Misal $m, n \in N(\mu)$.
Karena $m \in N(\mu)$, maka $m \in G$ dan $\mu(mxm^{-1}) = \mu(x)$, untuk setiap $x \in G$.
Karena $n \in N(\mu)$, maka $n \in G$ dan $\mu(nxn^{-1}) = \mu(x)$, untuk setiap $x \in G$.
Akan ditunjukkan $mn \in N(\mu)$, yaitu $mn \in G$ dan $\mu((mn)x(mn)^{-1}) = \mu(x)$.
Perhatikan bahwa:

$$\begin{aligned} \mu((mn)x(mn)^{-1}) &= \mu((mn)x(n^{-1}m^{-1}) \\ &= \mu((mn)(xn^{-1}m^{-1})) \\ &= \mu((xn^{-1}m^{-1})(mn)) \\ &= \mu(xn^{-1}(m^{-1}m)n) \\ &= \mu(x(n^{-1}n)) \\ &= \mu(x). \end{aligned}$$

Ini berarti $mn \in N(\mu)$.

(3) Misal $m \in N(\mu)$.
Karena $m \in N(\mu)$, maka $m \in G$ dan $\mu(mxm^{-1}) = \mu(x)$, untuk setiap $x \in G$.
Akan ditunjukkan $m^{-1} \in N(\mu)$, yaitu $m^{-1} \in G$ dan $\mu(m^{-1}x((m)^{-1})^{-1}) = \mu(x)$.
Perhatikan bahwa:

$$\begin{aligned} \mu(m^{-1}x((m)^{-1})^{-1}) &= \mu(m^{-1}xm) \\ &= \mu((m^{-1}x)m) \\ &= \mu(m(m^{-1}x)) \\ &= \mu((mm^{-1})x) \\ &= \mu(x). \end{aligned}$$

Ini berarti $m^{-1} \in N(\mu)$.

Dari (1), (2), dan (3), diperoleh bahwa $N(\mu)$ subgrup dari G. □

Akibat 3.13. *μ subgrup* fuzzy *normal dari G jika dan hanya jika $N(\mu) = G$.*

Bukti.

($\Rightarrow$) Misal μ subgrup *fuzzy* normal dari G. Akan ditunjukkan $N(\mu) = G$, yaitu dengan menunjukkan:

(1) $N(\mu) \subset G$.
(2) $G \subset N(\mu)$.

(1) Berdasarkan definisi $N(\mu)$ jelas bahwa $N(\mu) \subset G$.
(2) Misal $z \in G$. Akan ditunjukkan $z \in N(\mu)$.
Karena $z \in G$ dan μ subgrup *fuzzy* normal dari G, maka $\mu(x) = \mu(z^{-1}xz)$, untuk setiap $x, z \in G$. Berarti untuk $z \in G$ berlaku $\mu(x) = \mu(z^{-1}xz)$, untuk setiap $x \in G$. Dengan perkataan lain $z \in N(\mu)$.
Oleh karena itu $G \subset N(\mu)$

Dari (1) dan (2) diperoleh bahwa $N(\mu) = G$.

($\Leftarrow$) Misal $N(\mu) = G$. Akan ditunjukkan μ subgrup *fuzzy* normal dari G.
Karena $N(\mu) = \{a \in G | \mu(axa^{-1}) = \mu(x)$, untuk setiap $x \in G\}$, maka jelas bahwa $\mu(axa^{-1}) = \mu(x)$, untuk $a \in G$ dan $x \in G$. Ini berarti μ adalah subgrup *fuzzy* normal. □

4. Ucapan Terima kasih

Penulis mengucapkan terima kasih kepada Bapak Admi Nazra, Bapak I Made Arnawa, dan Ibu Susila Bahri yang telah memberikan masukan dan saran sehingga paper ini dapat diselesaikan dengan baik.

Daftar Pustaka

[1] Herstein, I. N. 1975. *Topics in Algebra,2nd edition.* New York : John Wiley dan Sons.
[2] Kandasamy, W. B. V. 2003. *Smarandache Fuzzy Algebra.* USA : American Research Press Rehoboth.
[3] Mashour, A. S., M.H. Ghanim dan F.I. Sidky. 1990. Normal fuzzy subgroups. *Univ. U Novom Sadu Zb.Rad.Prirod.-Mat.Fak.Ser.Mat.* **20**(2): 53 – 59.
[4] Onasanya, B.O., dan S.A. Ilori. 2014. On Cosets and Normal Subgroups. *International J. Math. Combin.* **3**: 35 – 40.
[5] Yunjie Z. dan Dong Yu. Tanpa tahun. On *Fuzzy* Abelian Subgroup.
[6] Zadeh, L.A. 1965. Fuzzy Sets. *Information and Control.* **8**: 338 – 353.