Jurnal Matematika UNAND
Vol. **5** No. **2** Hal. 102 – 112
ISSN : 2303–291X
©Jurusan Matematika FMIPA UNAND

BILANGAN *STRONG RAINBOW CONNECTION* UNTUK GRAF GARIS, GRAF *MIDDLE* DAN GRAF TOTAL

MARADONA
Program Studi Magister Matematika,
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Andalas,
Kampus UNAND Limau Manis Padang, Indonesia.
email : maradonacool07@gmail.com

Abstrak. Misalkan $G = (V(G), E(G))$ adalah suatu graf terhubung tak *trivial*. Definisi pewarnaan $c : E(G) \rightarrow \{1, 2, \cdots, k\},\ k \in N$, dimana dua sisi yang bertetangga boleh berwarna sama. Suatu lintasan $u - v$ *path* P di G dinamakan *rainbow path* jika tidak terdapat dua sisi di P yang berwarna sama. Graf G disebut *rainbow connected* jika setiap dua titik yang berbeda di G dihubungkan oleh *rainbow path*. Pewarnaaan sisi yang menyebabkan G bersifat *rainbow connected* dikatakan *rainbow coloring*. Bilangan *rainbow connection* dari graf terhubung G, ditulis $rc(G)$, didefinisikan sebagai banyaknya warna minimal yang diperlukan untuk membuat graf G bersifat *rainbow connected*. Misalkan c adalah *rainbow coloring* dari graf terhubung G. Untuk dua titik u dan v di G, *rainbow* $u - v$ *geodesic* pada G adalah *rainbow* $u - v$ *path* yang panjangnya $d(u, v)$ dimana $d(u, v)$ adalah jarak antara u dan v (panjang $u - v$ *path* terpendek di (G). Graf G dikatakan *strongly rainbow connected* jika G memiliki suatu *rainbow* $u - v$ *geodesic* untuk setiap dua titik u dan v di G. Minimum k yang terdapat pada pewarnaan $c : E(G) \rightarrow \{1, 2, \cdots, k\}$ sedemikian sehingga G adalah *strongly rainbow connected* dikatakan bilangan *strong rainbow connection*, $src(G)$, di G. Jadi, $rc(G) \leq src(G)$ untuk setiap graf terhubung di G. Pada paper ini akan dikaji kembali tentang bilangan *strong rainbow connection* untuk graf Garis, graf *Middle* dan graf Total dari Graf Matahari, seperti yang telah dibahas dalam [1].

Kata Kunci: Bilangan *Strong Rainbow Connection*, graf Garis, graf *Middle*, graf Total, graf Matahari

1. Pendahuluan

Konsep *rainbow connection* pada suatu graf pertama kali diperkenalkan oleh Chartrand, Johns, McKeon dan Zhang [3]. Misalkan $G = (V(G), E(G))$ adalah suatu graf terhubung tak *trivial*. Definisikan pewarnaan $c : E(G) \rightarrow \{1, 2, \cdots, k\},\ k \in N$, dimana dua sisi yang bertetangga boleh berwarna sama. Suatu lintasan $u - v$ *path* P di G dinamakan *rainbow path* jika tidak terdapat dua sisi di P yang berwarna sama. Graf G disebut *rainbow connected* jika setiap dua titik yang berbeda di G dihubungkan oleh *rainbow path*.

Pewarnaan sisi yang menyebabkan G bersifat *rainbow connected* dikatakan *rainbow coloring*. Jelas jika G adalah *rainbow connected*, maka G terhubung. Sebaliknya, setiap graf terhubung memiliki pewarnaan sisi *trivial* sehingga G bersifat *rainbow connected*, yaitu setiap sisi diwarnai dengan warna berbeda. Bilangan *rainbow connection* dari graf terhubung G, ditulis $rc(G)$, didefinisikan sebagai banyaknya warna minimal yang diperlukan untuk membuat graf G bersifat *rainbow connected*. Suatu *rainbow coloring* yang menggunakan sebanyak $rc(G)$ warna dikatakan *minimum rainbow coloring*.

Misalkan c adalah *rainbow coloring* dari graf terhubung G. Untuk dua titik u dan v di G, *rainbow* $u-v$ *geodesic* pada G adalah *rainbow* $u-v$ *path* yang panjangnya $d(u,v)$ dimana $d(u,v)$ adalah jarak antara u dan v (panjang $u-v$ *path* terpendek di (G). Graf G dikatakan *strongly rainbow connected* jika G memiliki suatu *rainbow* $u-v$ *geodesic* untuk setiap dua titik u dan v di G. Dalam kasus ini, pewarnaan c dikatakan *strong rainbow coloring* di G. Minimum k yang terdapat pada pewarnaan $c : E(G) \to \{1, 2, \cdots, k\}$ sedemikian sehingga G adalah *strongly rainbow connected* dikatakan bilangan *strong rainbow connection* atau *strong rainbow connection number*, $src(G)$, di G. Suatu *strong rainbow coloring* di G yang menggunakan $src(G)$ warna dikatakan *minimum strong rainbow coloring* di G. Jadi, $rc(G) \leq src(G)$ untuk setiap graf terhubung di G [3]. Selanjutnya, jika G adalah graf terhubung tak *trivial* dengan ukuran m dan $diam(G) = max\{d(u,v)|u, v \in V(G)\}$, maka

$$diam(G) \leq rc(G) \leq src(G) \leq m.$$

Pada paper ini akan dikaji kembali tentang bilangan *strong rainbow connection* untuk graf Garis, graf *Middle*, dan graf Total untuk Graf Matahari, seperti yang telah dibahas pada [1].

2. Bilangan *Strong Rainbow Connection*

Berikut disajikan kembali proposisi yang membahas tentang graf G dengan ukuran m yang mempunyai nilai $rc(G)$ dan $src(G)$ $1, 2$ dan m.

Proposisi 2.1. [3] *Misalkan G suatu graf terhubung tak trivial berukuran m. Maka berlaku:*

(1) $rc(G) = src(G) = 1$ jika dan hanya jika G suatu graf lengkap.
(2) $rc(G) = 2$ jika dan hanya jika $src(G) = 2$.
(3) $rc(G) = src(G) = m$ jika dan hanya jika G suatu graf pohon.

Proposisi 2.2. [3] *Misalkan C_n adalah graf lingkaran dengan banyak titik n, dimana $n \geq 4$ maka*

$$rc(C_n) = src(C_n) = \lceil \frac{n}{2} \rceil.$$

Teorema berikut menyajikan bilangan *rainbow connection* dan bilangan *strong rainbow connection* untuk graf Matahari.

Teorema 2.3. [1] *Jika $n \geq 3$, maka*

$$rc(S_n) = src(S_n) = \begin{cases} n, & jika\ n\ ganjil \\ \frac{3n-2}{2}, & jika\ n\ genap. \end{cases}$$

Bukti. Misalkan terdapat graf matahari S_n dengan

$$V(S_n) = \{v_1, \cdots, v_n, u_1, \cdots, u_n\},$$
$$E(S_n) = \{e'_i \mid 1 \leq i \leq n\} \cup \{e_i \mid 1 \leq i \leq n-1\} \cup \{e_n\},$$

dimana $\{v_1, \cdots, v_n\}$ adalah himpunan titik-titik graf lingkaran C_n dan $\{u_1, \cdots, u_n\}$ adalah himpunan titik-titik *pendant* dari graf Matahari S_n sedemikian sehingga $v_i u_i$ adalah sisi *pendant*, sisi e_i adalah sisi $v_i v_{i+1}$ untuk $(1 \leq i \leq n-1)$, sisi e_n adalah sisi $v_n v_l$ dan sisi e'_i adalah $v_i u_i$ $(1 \leq i \leq n)$.

Pandang beberapa kasus berikut.

Kasus 1. Untuk n ganjil.

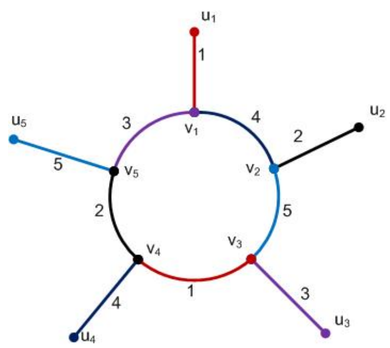
Karena semua lintasan dari u_i ke v_j dari $1 \leq i \leq n$ dan $1 \leq j \leq n$ terhubung dengan sisi *pendant* e'_i dapat dilihat bahwa warna dari sisi e'_i harus berbeda yaitu $c(e'_i) =$ i untuk $1 \leq i \leq n$. oleh sebab itu

$$rc(S_n) \geq n. \tag{2.1}$$

Sekarang kita lihat *rainbow connection* antara dua titik dari S_n, warna dari sisi lingkaran adalah $c(e_{(i+2)(mod\ n)}) = i$ untuk $1 \leq i \leq n$. Dapat dilihat bahwa

$$rc(S_n) \leq n \tag{2.2}$$

Dari (2.1) dan (2.2) dapat dilihat bahwa $rc(S_n) = src(S_n) = n$. Pada Gambar 1 berikut diberikan ilustrasi untuk S_5.



Gambar 1. $rc(S_5) = scr(S_5) = 5$

Kasus 2. Untuk n genap.

Berdasarkan Kasus 1, misalkan $c(e'_i) = i$ untuk $1 \leq i \leq n$. Definisikan suatu pewarnaan pada sisi lingkaran sebagai berikut.

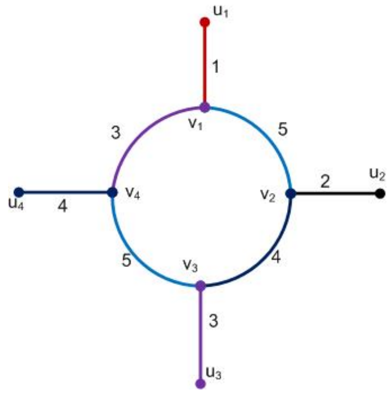
$$c(e_i) = \begin{cases} \frac{i}{2} + 1, & \text{untuk } i = n, \\ 2i, & \text{untuk } i = \frac{n}{2}, \\ i + n, & \text{untuk } 1 \leq i \leq \frac{n}{2} - 1, \\ 1 + \frac{n}{2}, & \text{untuk } \frac{n}{2} + 1 \leq i \leq n - 1. \end{cases}$$

Pada Gambar 2 berikut diberikan ilustrasi untuk graf S_4.

Berdasarkan definisi pewarnaannya, maka untuk $n = 4, 6, 8, \cdots$ diperoleh bahwa

$$rc(S_n) = src(S_n) = 5, 8, 11, \cdots. \qquad \square$$

Pada Teorema 2.4 berikut diberikan bilangan *rainbow connection* dari graf garis dari graf Matahari.



Gambar 2. $rc(S_4) = src(S_4) = 5$

Teorema 2.4. [1] *Jika $n \geq 3$, dan $G \simeq L(S_n)$, maka*

$$rc(G) = src(G) = \begin{cases} 2, & untuk\ n = 3, \\ 3, & untuk\ n = 4, \\ 4, & untuk\ n = 5\ dan\ 6, \\ \lceil \frac{n}{2} \rceil + 2, & untuk\ n \geq 7. \end{cases}$$

Bukti. Graf garis dari suatu G adalah graf dengan $V(L(G)) = E(G)$, dan dua titik $x, y \in E(G)$ adalah bertetangga di $L(G)$ jika dan hanya jika x, y mempunyai tepat satu titik bersama di G. Himpunan titik dan sisi dari S_n seperti pada Teorema 2.3. Karena $G \simeq L(S_n)$ maka

$$V(G) = E(S_n) = \{u'_i | 1 \leq i \leq n\} \cup \{v'_i : 1 \leq i \leq n-1\} \cup \{v'_n\},$$

dimana v'_i dan u'_i masing-masing mewakili sisi e_i dan e'_i untuk $1 \leq i \leq n$. Perhatikan kasus-kasus berikut.

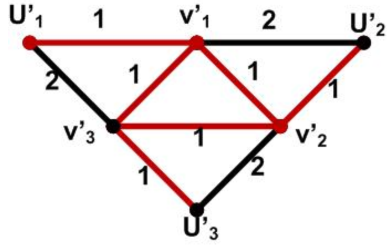
Kasus 1. Untuk $n = 3$.

Definisikan pewarnaan pada sisi-sisi $c : E(G) \longrightarrow \{1, 2\}$ sebagai berikut

$$\begin{aligned} c(v'_1v'_2) = c(v'_2v'_3) = c(v'_3v'_1) &= 1, \\ c(v'_iu'_i) &= 1, \quad \text{untuk } 1 \leq i \leq 3, \\ c(v'_iv'_{i+1}) &= 2, \ \text{untuk } 1 \leq i \leq 2, \\ c(v'_3u'_1) &= 2. \end{aligned}$$

Pada Gambar 3 diberikan ilustrasi untuk $L(S_3)$, dimana diperoleh bahwa $rc(L(S_3)) = src(L(S_3)) = 2$.

Kasus 2. Untuk $n = 4$.

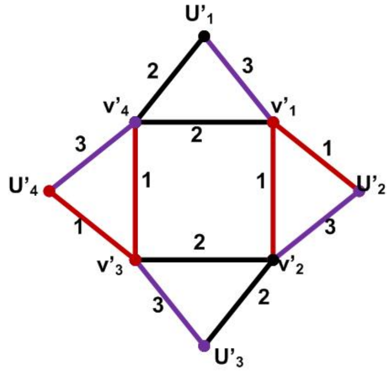


Gambar 3. $rc(L(S_3)) = src(L(S_3)) = 2$

Definisikan pewarnaan pada sisi-sisi $c : E(G) \longrightarrow \{1, 2, 3\}$ sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
c(v'_i v'_{i+1}) &= \begin{cases} 1, & \text{jika } i \text{ ganjil dan } 1 \leq i \leq 3, \\ 2, & \text{jika } i \text{ genap dan } 1 \leq i \leq 3, \end{cases} \\
c(v'_i u'_{i+1}) &= \begin{cases} 1, & \text{jika } i \text{ ganjil dan } 1 \leq i \leq 3, \\ 2, & \text{jika } i \text{ genap dan } 1 \leq i \leq 3, \end{cases} \\
c(v'_n u'_1) &= 2, \\
c(v'_i v'_{i+1}) &= 1, \quad \text{untuk } 1 \leq i \leq 4, \\
c(v'_n v'_l) &= 1, \\
c(v'_i u'_i) &= 3, \quad \text{untuk } 1 \leq i \leq 4.
\end{aligned}$$

Pada Gambar 4 diberikan ilustrasi untuk $L(S_4)$, dimana diperoleh bahwa $rc(L(S_4)) = src(L(S_4)) = 3$.



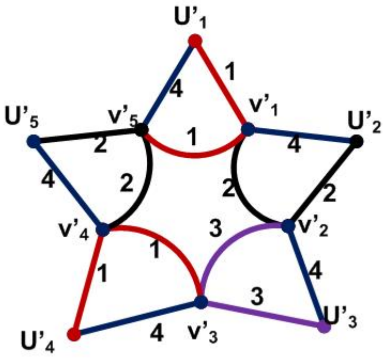
Gambar 4. $rc(L(S_4)) = src(L(S_4)) = 3$

Kasus 3. Untuk $n = 5$.

Definisikan pewarnaan pada sisi-sisi $c : E(G) \longrightarrow \{1, 2, 3, 4\}$ sebagai berikut.

$$\begin{aligned} c(v_i'v_{i+1}') &= (i+1)(mod\ 3), \quad \text{untuk } 1 \leq i \leq 4, \\ c(v_n'v_l') &= 1, \\ c(v_i'u_i') &= i(mod\ 3), \quad \text{untuk } 1 \leq i \leq 5, \\ c(v_i'u_{i+1}') &= 4, \quad \text{untuk } 1 \leq i \leq 4, \text{ dan} \\ c(v_5'u_l') &= 4. \end{aligned}$$

Pada Gambar 5 diberikan ilustrasi untuk $L(S_5)$. Karena $diam(L(S_5)) = 3$ tidak cukup untuk membuat $(L(S_5)$ menjadi $rc(L(S_5))$ dan $src(L(S_5))$, maka $rc(L(S_5)) = src(L(S_5)) = 4$.



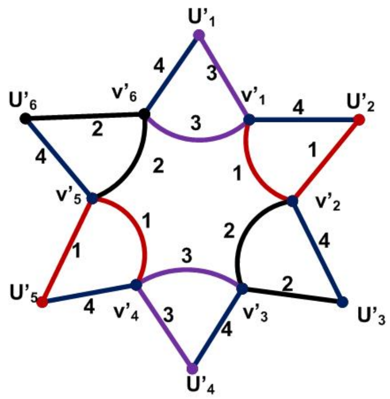
Gambar 5. $rc(L(S_5)) = src(L(S_5)) = 4$

Kasus 4. Untuk $n = 6$.
Definisikan pewarnaan pada sisi-sisi $c : E(G) \longrightarrow \{1, 2, 3, 4\}$ sebagai berikut.

$$\begin{aligned} c(v_i'v_{i+1}') &= i(mod\ 3), \quad \text{untuk } 1 \leq i \leq 5, \\ c(v_n'v_l') &= 3, \\ c(v_{i+1}'u_{i+1}') &= i(mod\ 3), \quad \text{untuk } 1 \leq i \leq 5, \\ c(v_1'u_1') &= 3, \\ c(v_i'u_{i+1}') &= 4, \quad \text{untuk } 1 \leq i \leq 5, \text{ dan} \\ c(v_6'u_l') &= 4. \end{aligned}$$

Pada Gambar 6 diberikan ilustrasi untuk $L(S_6)$, dimana diperoleh bahwa $rc(L(S_6)) = src(L(S_6)) = 4$.
Kasus 5. Untuk $n = 7$.
Misalkan

$$V(C_n) = \{v_1', v_2', \cdots, v_n', v_{n+1}'\} = v_i' \text{ untuk } i = 1, 2, \cdots, n.$$



Gambar 6. $rc(L(S_6)) = src(L(S_6)) = 4$

Definisikan pewarnaan sisi-sisi dari lingkaran $e_i = v'_i v'_{i+1}$ sebagai berikut

$$c(e_i) = \begin{cases} i, & \text{untuk } 1 \leq i \leq \lceil \frac{n}{2} \rceil, \\ i - \lceil \frac{n}{2} \rceil, & \text{untuk } \lceil \frac{n}{2} \rceil + 1 \leq i \leq n, \end{cases}$$
$$c(v'_n v'_l) = 2,$$
$$c(v'_i u'_i) = \lceil \frac{n}{2} \rceil + 1, \quad \text{untuk } 1 \leq i \leq n,$$
$$c(v'_i u'_{(i+1)(mod\ n)}) = \lceil \frac{n}{2} \rceil + 2, \quad \text{untuk } 1 \leq i \leq n.$$

Berdasarkan penjelasan diatas, maka diperoleh bahwa $rc(L(G)) = src(L(G)) = \lceil \frac{n}{2} \rceil + 2$. □

Pada Teorema 2.5 berikut diberikan bilangan *rainbow connection* dari graf *middle* dari graf Matahari.

Teorema 2.5. *[1] Jika $n \geq 3$, dan $G \simeq M(S_n)$ maka $rc(G) = src(G) = n + 1$.*

Bukti. Graf *middle* dari suatu graf G adalah graf dengan himpunan titik $V(M(G)) = V(G) \cup E(G)$, dan himpunan sisi dengan syarat sebagai berikut. Jika $xy \in E(M(G))$, maka salah satu dari pernyataan berikut terpenuhi:

(1) x, y di $E(G)$ dan x, y bertetangga di G.
(2) x di $V(G)$, y di $E(G)$, dan x, y terkait di G.

Himpunan titik dan sisi dari S_n seperti pada Teorema 2.3. Karena $G \simeq M(S_n)$, maka

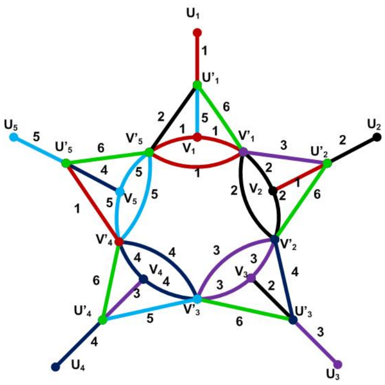
$$V(G) = V(S_n) \cup E(S_n) = \{v_i | 1 \leq i \leq n\} \cup \{u_i | 1 \leq i \leq n\} \cup \{v'_i | 1 \leq i \leq n\} \cup \{u'_i | 1 \leq i \leq n\},$$

dimana v'_i dan u'_i masing-masing mewakili sisi e_i dan e'_i, untuk $1 \leq i \leq n$.

Definisikan pewarnaan sisi-sisi dari graf *middle* sebagai berikut

$$\begin{aligned}
c(u_i'u_i) &= i,\ 1 \le i \le n,\\
c(v_i'u_i') &= n+1,\ 1 \le i \le n,\\
c(v_{i+1}u_{i+1}') &= i,\ 1 \le i \le n-1,\\
c(v_1u_1') &= n,\\
c(v_i'u_{i+1}') &= (i+2)(mod\ n),\ 1 \le i \le n-1,\\
c(v_n'u_1') &= 2,\\
c(v_iv_i') &= i,\ 1 \le i \le n,\\
c(v_i'v_{i+1}) &= i+1,\ 1 \le 1 \le n-1,\\
c(v_n'v_1) &= 1,\\
c(v_i'v_{i+1}') &= i+1,\ 1 \le i \le n-1,\\
c(v_n'u_1') &= 1.
\end{aligned}$$

Pada Gambar 7 diberikan ilustrasi untuk $M(S_5)$. Diperoleh bahwa $rc(M(S_5)) = src(M(S_5)) = n+1$. □



Gambar 7. $rc(M(S_5)) = scr(M(S_5)) = 6$

Pada Teorema 2.6 berikut diberikan bilangan *rainbow connection* dari graf total dari graf Matahari.

Teorema 2.6. [*1*] *Jika* $n \ge 3$ *dan* $G \simeq T(S_n)$, *maka*

$$rc(S_n) = src(S_n) = \begin{cases} n, & \textit{jika } n \textit{ ganjil;} \\ n+1, & \textit{jika } n \textit{ genap.} \end{cases}$$

Bukti. Graf *total* dari suatu graf G adalah graf dengan $V(T(G)) = V(G) \cup E(G)$, dan himpunan sisi dengan syarat sebagai berikut. Jika $xy \in E(T(G))$, maka salah satu dari pernyataan berikut terpenuhi.

(1) x, y di $V(G)$ dan x bertetangga dengan y di G.
(2) x, y di $E(G)$ dan x, y bertetangga di G.
(3) x di $V(G)$, y di $E(G)$, dan x, y terkait di G.

Himpunan titik dan sisi dari S_n seperti pada Teorema 2.3. Karenan $G \simeq T(S_n)$, maka

$$V(G) = V(S_n) \cup E(S_n) = \{v_i | 1 \le i \le n\} \cup \{v'_i | 1 \le i \le n\} \cup \{u_i | 1 \le i \le n\} \cup \{u'_i | 1 \le i \le n\},$$

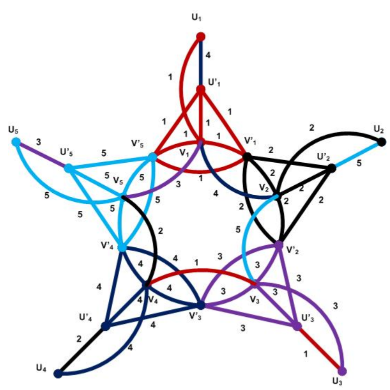
dimana v'_i dan u'_i masing-masing mewakili sisi e_i dan e'_i, untuk $1 \le i \le n$.

Pandang beberapa kasus berikut.

Kasus 1. Untuk n ganjil.
Definisikan pewarnaan untuk sisi-sisi graf total sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
c(v_i u_i) &= i,\ 1 \le i \le n,\\
c(v'_i u'_i) &= i,\ 1 \le i \le n,\\
c(v_i u'_i) &= i,\ 1 \le i \le n-1,\\
c(v'_i u'_{i+1}) &= i+1,\ 1 \le i \le n-1,\\
c(v'_n u'_1) &= 1,\\
c(u'_i u_i) &= (i+2)(mod\ n),\ 1 \le i \le n,\\
c(v_i v'_i) &= i,\ 1 \le i \le n,\\
c(v'_i v_{i+1}) &= i+1,\ \ 1 \le i \le n-1,\\
c(v'_n v_1) &= 1,\\
c(v'_i v'_{i+1}) &= i+1,\ 1 \le i \le n-1,\\
c(v'_n v'_1) &= 1,\\
c(v_i v_{i+1}) &= (i+2)(mod\ n),\ 1 \le 1 \le n-1.\\
c(v_n v_1) &= n-2.
\end{aligned}$$

Pada Gambar 8 diberikan ilustrasi untuk $T(S_5)$, diperoleh bahwa $rc(T(S_5)) = scr(T(S_5)) = 5$.

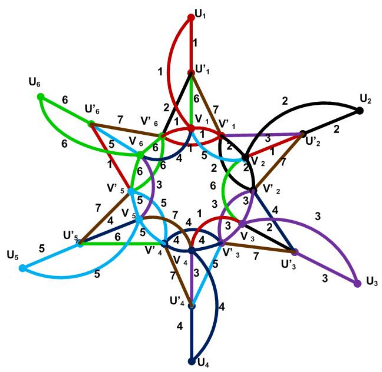


Gambar 8. $rc(T(S_5)) = scr(T(S_5)) = 5$

Kasus 2. Untuk n genap.
Definisikan pewarnaan untuk sisi-sisi graf total sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
c(v_i u_i) &= i,\ 1 \le i \le n,\\
c(u_i' u_i) &= i,\ 1 \le i \le n,\\
c(v_i' u_i') &= n+1,\ 1 \le i \le n,\\
c(v_{i+1} u_{i+1}') &= i,\ 1 \le i \le n-1,\\
c(v_1 u_1') &= n,\\
c(v_i' u_{i+1}' &= (i+2)(mod\ n),\ 1 \le i \le n-1,\\
c(v_n' u_1') &= 2.\\
c(v_i v_i' &= i,\ 1 \le i \le n,\\
c(v_i' v_{i+1}') &= i+1,\ 1 \le i \le n-1,\\
c(v_n' v' 1) &= 1,\\
c(v_i v_{i+1}) &= (i+4)(mod\ n),\ 1 \le 1 \le n-1,\\
c(v_n v_1) &= n-2,\\
c(v_i' v_{i+1}) &= i+1,\\
c(v_n' v_1) &= 1,\\
c(v_i' u_i') &= n+1.
\end{aligned}$$

Pada Gambar 9 diberikan ilustrasi untuk $T(S_6)$, diperoleh bahwa $rc(T(S_6)) = scr(T(S_6)) = 6+1$. □



Gambar 9. $rc(T(S_6)) = scr(T(S_6)) = 7$

3. Kesimpulan

Pada tulisan ini telah dikaji kembali tentang diperoleh bilangan *rainbow connection* dan bilangan *strong rainbow connection* untuk graf matahari. Selanjutnya diperoleh bilangan *rainbow connection* dan bilangan *strong rainbow connection* untuk graf garis, graf *middle* dan graf total dari graf matahari.

4. Ucapan Terima Kasih

Penulis mengucapkan terima kasih kepada Bapak Prof. Dr. Syafrizal Sy, Ibu Dr. Lyra Yulianti, Bapak Dr. Muhafzan, Bapak Dr. Admi Nazra dan Bapak Dr. Mahdhivan Syafwan yang telah memberikan masukan dan saran, sehingga tulisan ini dapat diselesaikan dengan baik, dan dapat dipublikasikan.

Daftar Pustaka

[1] K. Srinivasa Reo dan R. Murali, 2015. Rainbow Connection Numbers of Sunlet Graph and Its Line, Middle and Total Graph, *International Journal of Mathematics and Its Applications* **3** (4A): 105 – 113.
[2] Chartrand, G. dan P. Zhang, 2005. *Introduction to Graph Theory*, McGraw-Hill International Editions, Singapore.
[3] Chartrand, G. dkk, 2008. Rainbow Connection in Graphs, *Math. Bohem.* **133**: 85 – 98.
[4] Yuefang Sun, 2013. Rainbow Connection Numbers of Line Graphs, Middle Graphs and Total Graphs, *International Journal of Applications Mathematics and Statistics.* **42**(12) : 361 – 369.
[5] Syafrizal Sy, Gema Histamedika dan Lyra Yulianti, 2013. Rainbow Connection Numbers of Fan and Sun, *Applied Mathematical Sciences* **7** : 3155 – 3159.
[6] Xveliang Li and Yuefang Sun, 2011. Rainbow Connection Number of Line Graphs, *Ars Combin.* **100** : 449 – 463.
[7] Diestel, R., 2010. *Graph Theory*, Springer.