Jurnal Matematika UNAND
Vol. **VI** No. **3** Hal. 23 – 31
ISSN : 2303–291X

HIMPUNAN LEMBUT KABUR *HESITANT* DAN APLIKASINYA DALAM PENGAMBILAN KEPUTUSAN

SRI DELVIA ORIZA, NOVA NOLIZA BAKAR
Program Studi Matematika,
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Andalas,
Kampus UNAND Limau Manis Padang, Indonesia,
email : sri_delviaoriza@yahoo.com

Abstract. Molodstov's soft set theory is a newly emerging mathematical tool to handle uncertainty. The soft set theory can be combined with other mathematical theory like as fuzzy set theory. This paper aims to extend hesitant fuzzy set to hesitant fuzzy soft sets. Then, the complement, "AND", "OR", union, intersection operations and De Morgan's law are defined on hesitant fuzzy soft sets. Finally, with the help of level soft set, the hesitant fuzzy soft sets are applied to a decision making problem.

Kata Kunci: Soft set, Fuzzy set, Hesitant fuzzy set, Hesitant fuzzy soft set, Level soft set

1. Pendahuluan

Dalam kehidupan sehari-hari biasanya terjadi berbagai kasus yang rumit, seperti dalam bidang teknik, ekonomi, ilmu sosial dan ilmu kedokteran. Dalam kasus-kasus tersebut banyak sekali kasus yang mengandung unsur ketidakpastian, ketidaktepatan, dan ketidakjelasan.

Untuk mengambil suatu keputusan pada perbedaan pendapat yang sering terjadi, tidak bisa hanya menggunakan metode yang klasik karena beberapa dari kasus tersebut mengandung unsur ketidakpastian dan keragu-raguan. Molodstov [2] mengusulkan suatu teori baru yang dinamakan dengan teori himpunan lembut (*soft set theory*), teori ini berguna untuk menyelesaikan permasalahan yang mengandung unsur ketidakpastian dan keragu-raguan, seperti pada pengambilan keputusan, teori pengukuran, dan teori permainan.

Himpunan lembut (*soft set*) bisa dikombinasikan dengan suatu himpunan lainnya, Maji [3] pertama kali melakukan pengkombinasian teori himpunan lembut (*soft sets theory*) dengan teori himpunan kabur (*fuzzy sets theory*), sehingga menghasilkan teori himpunan lembut kabur (*fuzzy soft sets theory*). Pada teori himpunan lembut kabur (*fuzzy soft sets theory*) diberikan derajat keanggotaan untuk mempermudah pengambilan keputusan dalam suatu permasalahan. Namun, saat memberikan derajat keanggotaan pada suatu elemen dalam suatu himpunan tidaklah mudah, hal ini disebabkan karena setiap elemen dari suatu himpunan mempunyai beberapa nilai yang memungkinkan. Untuk menyelesaikan kasus ini, Torra dan Narukawa [3] dan [4] memperkenalkan suatu perluasan dari teori himpunan kabur (*fuzzy set theory*) yaitu teori himpunan kabur *hesitant (hesitant fuzzy set).*

Dalam tulisan ini penulis akan mengkaji kembali tentang perluasan himpunan lembut *hesitant* menjadi himpunan lembut kabur *hesitant*. Tujuan dari penulisan ini adalah mengkaji sifat-sifat dan beberapa operasi dari himpunan lembut kabur *hesitant* serta aplikasinya dalam pengambilan keputusan.

1.1. *Himpunan Lembut* (Soft Sets)

Definisi 1.1. [2] *Misalkan U adalah himpunan semesta, P(U) adalah suatu himpunan kuasa atas U, E adalah suatu himpunan parameter dan $A \subseteq E$. Maka himpunan lembut (soft set) F_A atas U adalah himpunan yang didefinisikan oleh fungsi f_A yang dapat disajikan dalam himpunan pasangan terurut*

$$F_A = \{(x, f_A(x)) : x \in E, f_A \in P(U)\}, \tag{1.1}$$

dimana $f_A : E \to P(U)$ sedemikian sehingga $f_A(x) = \emptyset$ jika $x \notin A$.

1.2. *Himpunan Kabur* (Fuzzy Sets)

Definisi 1.2. [7] *Misalkan U adalah himpunan semesta. Suatu himpunan kabur (fuzzy set) X atas U dapat didefinisikan sebagai*

$$X = \{(\mu_x(u)/u) : u \in U, \mu_x(u) \in [0,1]\} \tag{1.2}$$

dimana $\mu_x : U \to [0,1]$ disebut fungsi keanggotaan X atas U.

1.3. *Himpunan Kabur Hesitant* (Hesitant Fuzzy Sets)

Definisi 1.3. [5] *Misalkan $X = \{x_1, x_2, \cdots, x_n\}$ adalah himpunan tetap. Suatu himpunan hesitant fuzzy A pada X dapat dinyatakan sebagai :*

$$A = \{\langle x, h_A(x)\rangle \,|x \in X\} \tag{1.3}$$

dimana $h_A(x)$ merupakan himpunan dari beberapa nilai-nilai pada selang $[0,1]$, yang menotasikan derajat keanggotaan yang memungkinkan dari $x \in X$ pada A.

Contoh 1.4. Misalkan $X = \{x_1, x_2, x_3\}$ suatu himpunan. Misalkan $h_A(x_1) = \{0.4, 0.8, 0.3\}$, $h_A(x_2) = \{0.2, 0.4, 0.5\}$ dan $h_A(x_3) = \{0.2, 0.3, 0.5\}$ suatu derajat keanggotaan dari suatu himpunan $x_i (i = 1, 2, 3)$ pada A. Maka himpunan *hesitant fuzzy* A dapat dinyatakan sebagai

$$A = \{\langle x_1, \{0.4, 0.8, 0.3\}\rangle, \langle x_2, \{0.2, 0.4, 0.5\}\rangle, \langle x_3, \{0.2, 0.3, 0.5\}\rangle\}.$$

Definisi 1.5. [1] *Misalkan A suatu himpunan kabur* hesitant. *Jika $h_A(x) = \{0\}$ untuk setiap $x \in X$, maka A dikatakan himpunan kabur hesitant kosong yang dilambangkan dengan $\emptyset$. Jika $h_A(x) = \{1\}$ untuk setiap $x \in X$, maka A dikatakan himpunan kabur hesitant penuh yang dilambangkan dengan $\tilde{1}$.*

Himpunan $h = h_A(x)$ dinamakan sebagai *hesitant fuzzy element* (HFE).

Definisi 1.6. [1] *Misalkan h suatu HFE, $s(h) = \left(\frac{1}{l(h)}\right) \sum_{\gamma \in h} \gamma$ dikatakan suatu fungsi skor dari h, dimana $l(h)$ adalah banyak nilai di h. Untuk dua he-sitant fuzzy* *element (HFE) h_1 dan h_2, jika $s(h_1) > s(h_2)$, maka h_1 dikatakan superior dari h_2, dinotasikan sebagai $h_1 > h_2$; dan jika $s(h_1) = s(h_2)$ maka h_1 dikatakan indifferent dengan h_2, dinotasikan sebagai $h_1 = h_2$.*

Nilai-nilai pada h_1 dan h_2 (diasumsikan jumlah anggota-anggota h_1 dan h_2 sudah sama) dapat diurutkan. Misalkan $h_k^{\sigma(j)}$ adalah nilai terbesar dari h_k.

Definisi 1.7. [1] *Misalkan terdapat dua himpunan kabur hesitant*

$$M = \{\langle x, h_M(x)\rangle \,|x \in X\} \, dan N = \{\langle x, h_N(x)\rangle \,|x \in X\}$$

himpunan M dikatakan subset himpunan kabur dari N jika dan hanya jika $h_M^{\sigma(j)}(x) \leq h_N^{\sigma(j)}(x)$ untuk $\forall x \in X$, dinotasikan sebagai $M \subseteq N$.

Definisi 1.8. [1] *Misalkan M dan N dua himpunan kabur hesitant. Himpunan M dan N dikatakan sama apabila:*

(1) $M \subseteq N$,
(2) $M \supseteq N$.

Misalkan diberikan tiga HFE, h, h_1 dan h_2, Torra [4] dan Torra dan Narukawa [3] mendefinisikan operasi pada HFE sebagai berikut:

(1) $h^c = \cup_{\gamma \in h} \{1 - \gamma\}$,
(2) $h_1 \,\widetilde{\cup}\, h_2 = \left\{h \in (h_1 \cup h_2) \,|h \geq max\left(h_1^-, h_2^-\right)\right\}$,
(3) $h_1 \,\widetilde{\cap}\, h_2 = \left\{h \in (h_1 \cup h_2) \,|h \leq min\left(h_1^+, h_2^+\right)\right\}$,

dimana $h^- = \min h$ dan $h^+ = \max h$ merupakan batas atas dan batas bawah dari HFE.

Misalkan diberikan dua himpunan kabur *hesitant* A dan B, maka dapat didefenisikan operasi sebagai berikut :

(1) $A^c = \{\langle x, h_A^c(x)\rangle \,|x \in X\}$,
(2) $A \,\cup\, B = \left\{\left\langle x, h_A(x) \,\widetilde{\cup}\, h_B(x)\right\rangle |x \in X\right\}$,
(3) $A \,\cap\, B = \left\{\left\langle x, h_A(x) \,\widetilde{\cap}\, h_B(x)\right\rangle |x \in X\right\}$.

Definisi 1.9. [1] *Misalkan $h, h_1, h_2 \in HFE$ dan $\lambda > 0$, maka didefinisikan operasi pada HFE sebagai berikut*

(1) $h^\lambda = \bigcup_{\gamma \in h} \left\{\gamma^\lambda\right\}$,
(2) $\lambda h = \bigcup_{\gamma \in h} \left\{1 - (1 - \gamma)^\lambda\right\}$,
(3) $h_1 \oplus h_2 = \bigcup_{\gamma_1 \in h_1, \gamma_2 \in h_2} \{\gamma_1 + \gamma_2 - \gamma_1\gamma_2\}$,
(4) $h_1 \otimes h_2 = \bigcup_{\gamma_1 \in h_1, \gamma_2 \in h_2} \{\gamma_1\gamma_2\}$.

2. Himpunan Lembut Kabur *Hesitant*

2.1. *Beberapa Definisi*

Definisi 2.1. [1] *Misalkan U adalah himpunan semesta, E adalah suatu himpunan parameter dan $A \subseteq E$, dan $\widetilde{H}(U)$ adalah himpunan semua himpunan kabur hesitant* *pada U; maka pasangan $(\widetilde{F}, A)$ disebut himpunan lembut kabur hesitant atas U, dimana*

$$\widetilde{F} : A \to \widetilde{H}(U). \tag{2.1}$$

Suatu himpunan lembut kabur *hesitant* merupakan suatu pemetaan dari himpunan parameter A ke $\widetilde{H}(U)$. Misalkan $e \in A$, maka $\widetilde{F}(e)$ merupakan peta dari elemen e pada suatu himpunan kabur *hesitant*. $\widetilde{F}(e)$ juga dapat ditulis sebagai,

$$\widetilde{F}(e_i) = \left\{ \frac{\mu_{it}(x)}{h_t} | h_t \in U \right\}, \quad i = 1, 2, \cdots, n; \; t = 1, 2, \cdots, m \tag{2.2}$$

dengan $\mu_{it}(x)$ merupakan suatu HFE atas h_t.

Definisi 2.2. [1] *Misalkan $A, B \in E, (\widetilde{F}, A)$ dan $(\widetilde{G}, B)$ suatu himpunan lembut kabur hesitant atas U. $(\widetilde{F}, A)$ dikatakan subset dari himpunan lembut kabur hesitant $(\widetilde{G}, B)$ apabila*

(1) $A \subseteq B$,
(2) Untuk setiap $e \in A, \widetilde{F}(e) \subseteq \widetilde{G}(e)$.

dan dinotasikan sebagai $(\widetilde{F}, A) \widetilde{\subseteq} (\widetilde{G}, B)$

Definisi 2.3. [1] *Misalkan diberikan dua himpunan lembut kabur hesitant $(\widetilde{F}, A)$ dan $(\widetilde{G}, B)$. $(\widetilde{F}, A)$ dan $(\widetilde{G}, B)$ dikatakan sama jika dan hanya jika $(\widetilde{F}, A)$ subset dari himpunan lembut kabur hesitant $(\widetilde{G}, B)$ dan $(\widetilde{G}, B)$ subset dari himpunan lembut kabur hesitant $(\widetilde{F}, A)$.*

Definisi 2.4. [1] *Suatu himpunan lembut kabur hesitant $(\widetilde{F}, A)$ dikatakan himpunan lembut kabur hesitant kosong (empty hesitant fuzzy soft set) yang dinotasikan dengan $\widetilde{\Phi_A}$, jika $\widetilde{F}(e) = \widetilde{\phi}$, untuk setiap $e \in A$.*

Definisi 2.5. [1] *Suatu himpunan lembut kabur hesitant $(\widetilde{F}, A)$ dikatakan himpunan lembut kabur hesitant penuh (full hesitant fuzzy soft set) yang dinotasikan dengan $\widetilde{U_A}$, jika $\widetilde{F}(e) = \widetilde{1}$, untuk setiap $e \in A$.*

2.2. *Operasi pada Himpunan Lembut Kabur* Hesitant

Definisi 2.6. [1] *Suatu komplemen dari himpunan lembut kabur hesitant $(\widetilde{F}, A)$ yang dinotasikan dengan $(\widetilde{F}, A)^c$ dapat dedefinisikan sebagai*

$$(\widetilde{F}, A)^c = (\widetilde{F}^c, A), \tag{2.3}$$

dimana $\widetilde{F}^c : A \longrightarrow \widetilde{H}(U)$ pemetaan yang mendefinisikan $\widetilde{F}^c(e) = (\widetilde{F}(e))^c$ untuk setiap $e \in A$.

Jika $(\widetilde{F}^c)^c = \widetilde{F}$ maka berlaku $((\widetilde{F}, A)^c)^c = (\widetilde{F}, A)$. Perlu diingat bahwa, berdasarkan definisi komplemen pada himpunan lembut kabur *hesitant*, himpunan parameter pada $(\widetilde{F}, A)^c$ masih sama dengan himpunan parameter A.

Definisi 2.7. [1] *Suatu operasi "AND" pada himpunan lembut kabur hesitant $(\widetilde{F}, A)$ dan $(\widetilde{G}, B)$ yang dinotasikan dengan $(\widetilde{F}, A) \wedge (\widetilde{G}, B)$, dapat didefinisikan sebagai*

$$(\widetilde{F}, A) \wedge (\widetilde{G}, B) = (\widetilde{J}, A \times B), \tag{2.4}$$

dimana $\widetilde{J}(\alpha, \beta) = \widetilde{F}(\alpha) \cap \widetilde{G}(\beta)$ untuk setiap $(\alpha, \beta) \in A \times B = \{(a, b)|$ $a \in A,\ b \in B\}$

Definisi 2.8. [1] *Suatu operasi "OR" pada himpunan lembut kabur hesitant $(\widetilde{F}, A)$ dan $(\widetilde{G}, B)$ yang dinotasikan $(\widetilde{F}, A) \vee (\widetilde{G}, B)$, dapat didefinisikan sebagai*

$$(\widetilde{F}, A) \vee (\widetilde{G}, B) = (\widetilde{O}, A \times B), \tag{2.5}$$

dimana $\widetilde{O}(\alpha, \beta) = \widetilde{F}(\alpha) \cup \widetilde{G}(\beta)$ untuk setiap $(\alpha, \beta) \in A \times B$, dan $A \times B = \{(a, b)|a \in A,\ b \in B\}$.

Teorema 2.9. [1] ***Hukum De Morgan pada Himpunan Lembut Kabur* Hesitant** *Misalkan $(\widetilde{F}, A)$ dan $(\widetilde{G}, B)$ dua himpunan lembut kabur hesitant atas U, maka*

(1) $\Big((\widetilde{F}, A) \wedge (\widetilde{G}, B)\Big)^c = (\widetilde{F}, A)^c \vee (\widetilde{G}, B)^c$,

(2) $\Big((\widetilde{F}, A) \vee (\widetilde{G}, B)\Big)^c = (\widetilde{F}, A)^c \wedge (\widetilde{G}, B)^c$.

Bukti.

(1) Misalkan $(\widetilde{F}, A) \wedge (\widetilde{G}, B) = (\widetilde{J}, A \times B)$, sehingga

$$\begin{aligned} \Big((\widetilde{F}, A) \wedge (\widetilde{G}, B)\Big)^c &= \Big(\widetilde{J}, A \times B\Big)^c \\ &= \Big(\widetilde{J}^c, A \times B\Big) \\ (\widetilde{F}, A)^c \vee (\widetilde{G}, B)^c &= (\widetilde{F}^c, A) \vee (\widetilde{G}^c, B) \\ &= \Big(\widetilde{O}^c, A \times B\Big) \end{aligned}$$

Ambil $(\alpha, \beta) \in A \times B$, maka

$$\begin{aligned} \widetilde{J}^c(\alpha, \beta) = (\widetilde{J}(\alpha, \beta))^c = (\widetilde{F}(\alpha) \cap \widetilde{G}(\beta))^c &= \big\{\big\langle u, h_A(u) \,\widetilde{\cap}\, h_B(u)\big\rangle \,|u \in U\big\}^c \\ &= \big\{\big\langle u, \big\{h \in (h_A \cup h_B)|h \leq \min\big(h_A^+, h_B^+\big)\big\}\big\rangle \,|u \in U\big\}^c \\ &= \big\{\big\langle u, \big\{1 - h|h \in (h_A \cup h_B)|h \leq \min\big(h_A^+, h_B^+\big)\big\}\big\rangle \,|u \in U\big\} \\ &= \Bigg\{\Bigg\langle u, \Bigg\{1 - h|1 - h \in (1 - h_A) \cup (1 - h_B)|1 - h \\ &\quad \geq \max\big((1 - h_A)^-, (1 - h_B)^-\big)\Bigg\}\Bigg\rangle|u \in U\Bigg\} \\ &= \Bigg\{\Bigg\langle u, \Bigg\{1 - h \in (1 - h_A) \cup (1 - h_B)|1 - h \\ &\quad \geq \max\big((1 - h_A)^-, (1 - h_B)^-\big)\Bigg\}\Bigg\rangle|u \in U\Bigg\} \end{aligned}$$

dan

$$
\begin{aligned}
\widetilde{O}(\alpha,\beta) &= F^c(\alpha) \cup G^c(\beta) = \{\langle u, h_A(u)\rangle \,|u \in U\}^c \cup \{\langle u, h_B(u)\rangle \,|u \in U\}^c \\
&= \{\langle u, 1-h_A(u)\rangle \,|u \in U\} \cup \{\langle u, 1-h_B(u)\rangle \,|u \in U\} \\
&= \{\langle u, (1-h_A) \cup (1-h_B)\rangle \,|u \in U\} \\
&= \Bigg\{\Bigg\langle u, \Bigg\{1-h \in (1-h_A) \cup (1-h_B) | 1-h \\
&\quad \geq \max\left((1-h_A)^-, (1-h_B)^-\right)\Bigg\}\Bigg\rangle |u \in U\Bigg\}
\end{aligned}
$$

Maka dapat disimpulkan bahwa $\Big((\widetilde{F},A) \wedge (\widetilde{G},B)\Big)^c = (\widetilde{F},A)^c \vee (\widetilde{G},B)^c$.

(2) Dengan melakukan hal yang sama, maka dapt diperoleh

$$\Big((\widetilde{F},A) \vee (\widetilde{G},B)\Big)^c = (\widetilde{F},A)^c \wedge (\widetilde{G},B)^c. \qquad \square$$

Definisi 2.10. [1] *Gabungan dari dua himpunan lembut kabur hesitant* $(\widetilde{F},A)$ *dan* $(\widetilde{G},B)$ *atas* U *adalah himpunan lembut kabur hesitant* $(\widetilde{J},C)$, *dimana* $C = A \cup B$ *dan untuk setiap* $e \in C$ *berlaku:*

$$
\widetilde{J}(e) = \begin{cases} \widetilde{F}(e) & , \textit{ jika } e \in A - B, \\ \widetilde{G}(e) & , \textit{ jika } e \in B - A, \\ \widetilde{F}(e) \cup \widetilde{G}(e) & , \textit{ jika } e \in A \cap B. \end{cases}
$$

dan dinotasikan sebagai $(\widetilde{F},A) \,\widetilde{\cup}\, (\widetilde{G},B) = (\widetilde{J},C)$.

Definisi 2.11. [1] *Irisan dari dua himpunan lembut kabur hesitant* $(\widetilde{F},A)$ *dan* $(\widetilde{G},B)$ *dengan* $A \cap B \neq \emptyset$ *atas* U, *adalah himpunan lembut kabur hesitant* $(\widetilde{J},C)$, *dimana* $C = A \cap B$ *dan untuk setiap* $e \in C, \widetilde{J}(e) = \widetilde{F}(e) \cap \widetilde{G}(e)$.

Teorema-teorema berikut ini dapat dibuktikan dengan menggunakan Definisi 17 dan Definisi 18.

Teorema 2.12. [2] *Misalkan dua himpunan lembut kabur hesitant* $(\widetilde{F},A)$ *dan* $(\widetilde{G},B)$ *atas* U, *maka*

(1) $(\widetilde{F},A) \,\widetilde{\cup}\, (\widetilde{F},A) = (\widetilde{F},A)$,
(2) $(\widetilde{F},A) \,\widetilde{\cap}\, (\widetilde{F},A) = (\widetilde{F},A)$,
(3) $(\widetilde{F},A) \,\widetilde{\cup}\, \widetilde{\Phi}_A = (\widetilde{F},A)$,
(4) $(\widetilde{F},A) \,\widetilde{\cap}\, \widetilde{\Phi}_A = \widetilde{\Phi}_A$,
(5) $(\widetilde{F},A) \,\widetilde{\cup}\, \widetilde{U}_A = \widetilde{U}_A$,
(6) $(\widetilde{F},A) \,\widetilde{\cap}\, \widetilde{U}_A = (\widetilde{F},A)$,
(7) $(\widetilde{F},A) \,\widetilde{\cup}\, (\widetilde{G},B) = (\widetilde{G},B) \,\widetilde{\cup}\, (\widetilde{F},A)$,
(8) $(\widetilde{F},A) \,\widetilde{\cap}\, (\widetilde{G},B) = (\widetilde{G},B) \,\widetilde{\cup}\, (\widetilde{F},A)$.

Teorema 2.13. [1] *Misalkan dua himpunan lembut kabur* hesitant $(\widetilde{F},A)$ *dan* $(\widetilde{G},B)$ *atas* U, *maka*

(1) $\Big((\widetilde{F},A) \,\widetilde{\cup}\, (\widetilde{G},B)\Big)^c \,\widetilde{\subset}\, (\widetilde{F},A)^c \,\widetilde{\cup}\, (\widetilde{G},B)^c$,

(2) $(\widetilde{F},A)^c \,\widetilde{\cap}\, (\widetilde{G},B)^c \,\widetilde{\subset}\, \Big((\widetilde{F},A) \,\widetilde{\cap}\, (\widetilde{G},B)\Big)^c$.

Teorema 2.14. [1] *Misalkan dua himpunan lembut kabur* hesitant $(\widetilde{F},A)$ *dan* $(\widetilde{G},B)$ *atas* U*, maka*

(1) $(\widetilde{F},A)^c \,\widetilde{\cap}\, (\widetilde{G},B)^c \,\widetilde{\subset}\, \Big((\widetilde{F},A) \,\widetilde{\cup}\, (\widetilde{G},B)\Big)^c$,

(2) $\Big((\widetilde{F},A) \,\widetilde{\cap}\, (\widetilde{G},B)\Big)^c \,\widetilde{\subset}\, (\widetilde{F},A)^c \,\widetilde{\cup}\, (\widetilde{G},B)^c$.

Teorema 2.15. [1] *Misalkan dua himpunan lembut kabur* hesitant $(\widetilde{F},A)$ *dan* $(\widetilde{G},B)$ *atas* U*. Maka*

(1) $\Big((\widetilde{F},A) \,\widetilde{\cup}\, (\widetilde{G},A)\Big)^c = (\widetilde{F},A)^c \,\widetilde{\cap}\, (\widetilde{G},A)^c$,

(2) $\Big((\widetilde{F},A) \,\widetilde{\cap}\, (\widetilde{G},A)\Big)^c = (\widetilde{F},A)^c \,\widetilde{\cup}\, (\widetilde{G},A)^c$.

3. Aplikasi Himpunan Lembut Kabur *Hesitant*

Algoritma untuk pengambilan keputusan pada himpunan lembut kabur *hesitant* dapat diberikan sebagai berikut:

(1) Masukkan himpunan lembut kabur hesitant $(\widetilde{F},A)$.
(2) Hitung fungsi skor dari himpunan lembut kabur *hesitant* $(\widetilde{F},A)$.
(3) Pilih *treshold* (nilai batas) himpunan kabur yang didefinisikan sebagai

$$\lambda : A \longrightarrow [0,1], \text{ misalkan } \lambda(a) = \lambda, \; a \in A,$$

(4) Hitung $\lambda-$*level soft set.*
(5) Buat tabel $\lambda-$*level soft set* dengan entri c_{ij} dimana

$$c_{ij} = \begin{cases} 1 & , \; jika \; s(h_A(x_i)) \geq \lambda, \\ 0 & , \; jika \; s(h_A(x_i)) < \lambda. \end{cases}$$

dengan $i = 1, 2, \cdots, m$ dan $j = 1, 2, \cdots, n$
(6) Hitung $t_i = \Sigma_{j=1}^{n} \, c_{ij}$.
(7) Pilih $u = \max \; t_i$.
(8) Jika nilai u lebih dari satu buah, maka pilih salah satunya.

Contoh 3.1. Misalkan seorang pengusaha ingin membuka sebuah toko baru di suatu kota. Terdapat lima tempat $x_i (i = 1, 2, \cdots, 5)$ yang harus dipilih. Kondisi dari tempat tersebut secara berturut-turut yaitu: pemasaran (e_1), kepadatan arus (e_2), akses area (e_3), lingkungan sekitar (e_4), dan perkembangan produk (e_5). Misalkan pengusaha mengevaluasi lima kondisi yang dimiliki tempat tersebut dengan menggunakan HFE. Misalkan himpunan lembut kabur *hesitant* $(\widetilde{F},B)$ yang mendeskripsikan karakteristik dari tempat tersebut dapat disajikan seperti pada Tabel 1.

Hasil perhitungan fungsi skor dari himpunan lembut kabur *hesitant* dapat disajikan seperti pada Tabel 2.

Dengan menggunakan *treshold* yang didefinisikan sebagai

$$\lambda = \{(e_1, 0.556), (e_2, 0.45), (e_3, 0.414), (e_4, 0.476), (e_5, 0.55)\}.$$

Tabel 1. Himpunan Lembut Kabur *Hesitant* $(\widetilde{F}, B)$

$U \setminus B$	e_1	e_2	e_3	e_4	e_5
x_1	$\{0.5, 0.6\}$	$\{0.3, 0.5\}$	$\{0.3\}$	$\{0.3, 0.4\}$	$\{0.6, 0.9\}$
x_2	$\{0.7\}$	$\{0.4\}$	$\{0.2, 0.4, 0.5\}$	$\{0.4, 0.5\}$	$\{0.5, 0.6\}$
x_3	$\{0.4, 0.6\}$	$\{0.6, 0.7\}$	$\{0.5, 0.6\}$	$\{0.6\}$	$\{0.2, 0.3, 0.5\}$
x_4	$\{0.3, 0.5\}$	$\{0.4, 0.6\}$	$\{0.5\}$	$\{0.6, 0.7\}$	$\{0.2, 0.4, 0.5\}$
x_5	$\{0.5, 0.6, 0.8\}$	$\{0.3\}$	$\{0.3, 0.4\}$	$\{0.2, 0.3, 0.5\}$	$\{0.7, 0.8\}$

Tabel 2. Fungsi Skor dari Himpunan Lembut Kabur *Hesitant* $(\widetilde{F}, B)$

$U \setminus B$	e_1	e_2	e_3	e_4	e_5
x_1	0.55	0.4	0.3	0.35	0.75
x_2	0.7	0.4	0.37	0.45	0.55
x_3	0.5	0.65	0.55	0.6	0.33
x_4	0.4	0.5	0.5	0.65	0.37
x_5	0.63	0.3	0.35	0.33	0.75

Tabel 3. $\lambda-$*Level Soft Sets*

$U \setminus B$	e_1	e_2	e_3	e_4	e_5	t_i
x_1	0	0	0	0	1	1
x_2	1	0	0	0	0	1
x_3	0	1	1	1	0	3
x_4	0	1	0	1	0	2
x_5	1	0	0	0	1	2

maka $\lambda-$*level soft sets* dapat disajikan pada Tabel 3.
Berdasarkan Tabel 3, dapat dilihat bahwa nilai max $t_i = 3$, sehingga pengusaha memutuskan memilih tempat x_3 sebagai tempat yang tepat untuk membangun sebuah toko baru dengan mempertimbangkan kondisi dari tempat tersebut.

4. Ucapan Terima kasih

Penulis mengucapkan terima kasih kepada Bapak Admi Nazra, Ibu Yanita, Bapak Effendi, dan Bapak Zulakmal yang telah memberikan masukan dan saran sehingga paper ini dapat diselesaikan dengan baik.

Daftar Pustaka

[1] Fuqiang Wang, Xihua Li, and Xiaohong Chen.2014. Hesitant Fuzzy Soft Set and Applications in Multicriteria Decision Making. *International Journal of Applied Mathematics*

[2] Molodtsov, D. 1999. Soft Set Theory - First Results. *Computers and Mathematics with Application* **37** (4-5) : 19 – 31

[3] Maji, P. K, Biswas, R dan Roy, A. R. 2001.Fuzy Soft Sets. *Journal of Fuzzy Mathematics* **9** (3) : 589 – 602

[4] Torra, V and Narukawa,Y. 2009. On Hesitant Fuzzy Sets and Decision. *Proceedings of the IEEE International Conference on Fuzzy Systems* : 1378 – 1382. Republic of Korea : Jeju-do

[5] Torra, V. 2010. Hesitant Fuzzy Sets *Intenational Journal of Intelligent Systems* **25** (6) : 529 – 539

[6] Xia, M and Xu, Z. 2011. Hesitant Fuzzy Information Aggregation in Decision Making. *International Journal of Aproximate Reasoning* **52**(3) : 395 – 407

[7] Xu, Z.S and Xia, M.2011. Distance and Similarity Measures for Hesitant Fuzzy Sets.*Information Sciences* **181** (11) : 2128 – 2138

[8] Zadeh, L.A. 1995. Fuzzy Sets.*Information and Control* **8** : 338 – 353