

PENERAPAN HUKUM MORTALITA *MAKEHAM* UNTUK PERHITUNGAN NILAI TUNAI MANFAAT DENGAN TINGKAT SUKU BUNGA *VASICER* DAN *CIR*

HERLIANI EVINDA, NARWEN, DODI DEVIANTO

*Program Studi Matematika,
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Andalas,
Kampus UNAND Limau Manis Padang, Indonesia.
email: herliani.evinda@gmail.com*

Abstrak. Perhitungan nilai tunai manfaat memerlukan tingkat suku bunga. Tingkat suku bunga yang biasa digunakan adalah tingkat suku bunga konstan. Namun, pembayaran nilai tunai manfaat adalah pembayaran jangka panjang dengan perubahan tingkat suku bunga yang disebabkan oleh berbagai faktor seperti inflasi. Untuk itu digunakan tingkat suku bunga stokastik yang mengikuti model *Vasicek* dan *Cox-Ingersol-Ross (CIR)*. Perhitungan nilai tunai manfaat juga memerlukan tabel mortalita dan pendekatan hukum mortalita. Pendekatan dengan hukum mortalita digunakan karena hasil dari pendekatan tersebut berbentuk kontinu, sehingga praktis dalam penggunaannya. Salah satu hukum mortalita yang terkenal adalah hukum mortalita *Makeham*. Selain itu, nilai parameter pada tingkat suku bunga *Vasicek* dan *CIR* serta usia nasabah saat penandatanganan kontrak asuransi juga mempengaruhi hasil perhitungan nilai tunai manfaat.

Kata Kunci: nilai tunai manfaat, *Vasicek*, *CIR*, *Makeham*

Diterima : 6 Juli 2018
Direvisi : 15 September 2018
Dipublikasikan : 21 Desember 2018

1. Pendahuluan

Pada saat ini semakin banyak masyarakat yang menggunakan jasa perusahaan asuransi, salah satunya adalah asuransi jiwa. Asuransi jiwa adalah suatu upaya perlindungan yang diberikan oleh pihak penanggung terhadap risiko pada jiwa peserta asuransi yang disebabkan oleh suatu peristiwa yang tidak dapat diprediksi. Setelah mengikuti asuransi jiwa maka nasabah harus membayar premi sesuai dengan polis yang telah disetujui dan mendapatkan manfaat. Besarnya nilai manfaat tergantung atas besarnya premi yang dibayarkan [7]. Premi yang dibayarkan peserta asuransi bergantung pada usia masuknya peserta asuransi dan tingkat suku bunga [6]. Tingkat suku bunga yang biasa digunakan adalah tingkat suku bunga konstan. Pembayaran nilai tunai manfaat adalah pembayaran jangka panjang dengan perubahan tingkat suku bunga yang disebabkan oleh berbagai faktor seperti inflasi [2]. Pada penelitian ini akan dilakukan perhitungan nilai tunai manfaat dengan tingkat suku bunga stokastik yang mengikuti model *Vasicek* dan *Cox-Ingersol-Ross (CIR)*.

Dalam menjalankan bisnis asuransi jiwa, perusahaan asuransi akan berkaitan dengan suatu permasalahan yaitu terdapatnya penurunan jumlah peserta asuransi yang disebabkan oleh risiko kematian, kecelakaan, dan lain-lain. Oleh karena itu, perhitungan premi dan manfaat dihitung dengan model penyusutan majemuk [3]. Pada penelitian ini, perhitungan manfaat akan dihitung berdasarkan hukum mortalita *Makeham*. Hukum mortalita *Makeham* melibatkan parameter yang memperhitungkan risiko kematian karena faktor usia dan kecelakaan [5].

Jadi, dalam penelitian akan dilakukan perhitungan nilai tunai manfaat berdasarkan hukum mortalita *Makeham* dengan tingkat suku bunga konstan dan tingkat suku bunga yang mengikuti model *Vasicek* dan *Cox-Ingersol-Ross (CIR)* serta melihat pengaruh dari berbagai usia pihak tertanggung dan parameter tingkat suku bunga *Vasicek* dan *Cox-Ingersol-Ross (CIR)* terhadap nilai tunai manfaat.

2. Nilai Tunai Manfaat Asuransi Jiwa Seumur Hidup

Misalkan dilakukan pembayaran manfaat sebesar 1 unit pada akhir tahun ketika pihak tertanggung meninggal, yaitu pada saat $k + 1$, maka fungsi peubah acak nilai tunai manfaatnya adalah

$$z_{k+1} = 1 \cdot v_{k+1}$$

Actuarial Present Value (APV) dari z_{k+1} adalah

$$A_x = \sum_{k=0}^{\omega-x} \exp(-r(k+1)) {}_k p_x q_{x+k} \tag{2.1}$$

dimana $r = \ln(1+i)$ adalah *force of interest*, x adalah usia pihak tertanggung saat menandatangani kontrak, ω adalah usia maksimum dari suatu populasi [1].

3. Hukum Mortalita *Makeham*

Fungsi percepatan mortalita pada hukum mortalita *Makeham* dinyatakan dengan

$$\mu(x) = A + Bc^x \tag{3.1}$$

dengan $B > 0, A \geq -B, c > 1$, dan $x, t \geq 0$. Parameter A menyatakan risiko yang disebabkan oleh kecelakaan dan Bc^x menyatakan risiko karena faktor usia [1].

Peluang seseorang berusia x tahun dapat hidup hingga $x+t$ berdasarkan hukum mortalita *Makeham* adalah

$${}_t p_x = \exp\left(-At - \frac{Bc^x}{\ln c} (c^t - 1)\right). \tag{3.2}$$

4. Tingkat Suku Bunga *Vasicek* dan *CIR*

Misalkan suku bunga dilambangkan dengan r dan waktu dilambangkan dengan t , dan misalkan $P_1(t)$ menyatakan ekspektasi nilai tunai dari pembayaran sebesar 1 unit pada saat t untuk tingkat suku bunga *Vasicek* [4]

$$P_1(t) = \exp\left(\frac{\left(\frac{1-\exp(-at)}{a} - t\right)}{a^2} \left(b - \frac{\sigma^2}{2a^2}\right) - \frac{\sigma^2 \left(\frac{1-\exp(-at)}{a}\right)^2}{4a} - \frac{1-\exp(-at)}{a} r(0)\right) \tag{4.1}$$

dan $P_2(t)$ menyatakan ekspektasi nilai tunai dari pembayaran sebesar 1 unit pada saat t untuk tingkat suku bunga CIR [4]

$$P_2(t) = \left(\frac{2d \exp\left(\left(\frac{a+d}{2}\right)t\right)}{(d+a)(\exp(td)+d-a)} \right)^{\frac{2ab}{\sigma^2}} \exp\left(-\frac{2r(0)(\exp(td)-1)}{(d+a)(\exp(td)+d-a)}\right). \quad (4.2)$$

dengan $d = \sqrt{a^2 + 2\sigma^2}$, a adalah kecepatan penyesuaian suku bunga terhadap b , b adalah tingkat suku bunga jangka panjang, dan σ adalah volatilitas suku bunga.

Actuarial Present Value (APV) dari manfaat asuransi jiwa seumur hidup dengan tingkat suku bunga mengikuti model Vasicek adalah

$$A_x \text{ Vasicek} = \sum_{k=0}^{\omega-x} P_1(t) {}_k p_x q_{x+k} \quad (4.3)$$

dan *Actuarial Present Value (APV)* dari manfaat asuransi jiwa seumur hidup dengan tingkat suku bunga mengikuti model Cox-Ingersol-Ross (CIR) adalah

$$A_x \text{ CIR} = \sum_{k=0}^{\omega-x} P_2(t) {}_k p_x \cdot q_{x+k} \quad (4.4)$$

5. Aplikasi Kasus

Suatu perusahaan asuransi menawarkan produk asuransi jiwa seumur hidup dengan manfaat yang diberikan sebesar 1 unit pada akhir tahun ketika pihak tertanggung meninggal dunia dan tingkat suku bunga sebesar 5% pertahun, dengan peserta asuransi berusia 25 tahun, 35 tahun, dan 45 tahun. Tabel mortalita yang digunakan adalah Tabel Mortalita Indonesia (TMI) 3 tahun 2011 untuk pria dan Tabel Mortalita Indonesia (TMI) 3 tahun 2011 wanita.

Nilai tunai Manfaat dengan Tingkat Suku Bunga Konstan

Nilai tunai manfaat dihitung dengan menggunakan Persamaan 2.1. Hasil perhitungan nilai tunai manfaat dengan tingkat suku bunga konstan dapat dilihat pada Gambar 1.



Gambar 1. Grafik nilai tunai manfaat untuk tingkat suku bunga konstan sebesar 5%.

Pada Gambar 1, dapat dilihat bahwa semakin tinggi usia peserta asuransi, nilai tunai manfaat yang diperoleh juga semakin tinggi. Hal ini dikarenakan pada usia yang lebih tinggi, tingkat risiko yang mungkin dialami oleh peserta asuransi semakin besar.

Nilai tunai Manfaat dengan Tingkat Suku Bunga Konstan berdasarkan Hukum Mortalita *Makeham*

Nilai tunai manfaat berdasarkan hukum mortalita *Makeham* dengan tingkat suku bunga konstan akan dihitung dengan menggunakan Persamaan 2.1, dengan menggunakan tabel mortalita *Makeham*. Berikut adalah hasil perhitungan nilai tunai manfaat dengan tingkat suku bunga konstan berdasarkan hukum mortalita *Makeham* yang dapat dilihat pada Gambar 2.



Gambar 2. Grafik nilai tunai manfaat untuk tingkat suku bunga konstan sebesar 5% untuk pihak tertanggung berusia 25, 35, dan 45 tahun berdasarkan hukum mortalita *Makeham*.

Pada Gambar 2, dapat dilihat bahwa semakin tinggi usia peserta asuransi, nilai tunai manfaat yang diperoleh juga semakin tinggi. Jika dibandingkan dengan Gambar 1, nilai tunai manfaat berdasarkan hukum mortalita *Makeham* lebih tinggi dibandingkan dengan hasil perhitungan tanpa menggunakan hukum mortalita *Makeham*.

Nilai tunai Manfaat dengan Tingkat Suku Bunga *Vasicek* dan *CIR*

Perhitungan nilai tunai manfaat dengan tingkat suku bunga *Vasicek* digunakan Persamaan 4.3 dan untuk tingkat suku *CIR* digunakan Persamaan 4.4 .

Berikut hasil perhitungan nilai tunai manfaat dengan tingkat suku bunga *Vasicek* dapat dilihat pada Tabel 1 dan hasil perhitungan nilai tunai manfaat dengan tingkat suku bunga *CIR* dapat dilihat pada Tabel 2.

Tabel 1. Hasil Perhitungan nilai tunai manfaat dengan tingkat suku bunga *Vasicek*.

a	Parameter		TMI 3 pria			TMI 3 wanita			
	σ	b	A25	A35	A45	A25	A35	A45	
1.1	0.055	0.01	0.12605	0.18970	0.28418	0.10344	0.15707	0.23603	
			0.2	0.21937	0.29447	0.39340	0.19026	0.25676	0.34395
			0.35	0.78312	0.81084	0.83919	0.77005	0.79764	0.82573
		0.07	0.01	0.07879	0.13027	0.21513	0.06177	0.10344	0.17125
			0.2	0.13138	0.19577	0.29036	0.10833	0.16281	0.24223
			0.35	0.43594	0.50743	0.58912	0.40509	0.47254	0.54938
	0.08	0.01	0.05896	0.10311	0.18099	0.04498	0.07989	0.14041	
		0.2	0.09535	0.15157	0.24020	0.07620	0.12247	0.19464	
		0.35	0.29983	0.37647	0.47089	0.26858	0.33848	0.42428	
		0.055	0.01	0.50289	0.57310	0.65154	0.47213	0.53900	0.61354
			0.2	0.53263	0.59994	0.67427	0.50288	0.56732	0.63835
			0.35	0.60036	0.66000	0.72432	0.57351	0.63125	0.69340
2.0	0.07	0.01	0.42227	0.49831	0.58625	0.38980	0.46110	0.54335	
		0.2	0.44684	0.52124	0.60631	0.41480	0.48492	0.56491	
		0.35	0.50275	0.57253	0.65045	0.47215	0.53863	0.61271	
	0.08	0.01	0.37640	0.45454	0.54700	0.34362	0.41612	0.50189	
		0.2	0.39806	0.47521	0.56547	0.36541	0.43737	0.52134	
		0.35	0.44731	0.52141	0.60609	0.41538	0.48524	0.56488	
3.0	0.055	0.01	0.72894	0.77289	0.81863	0.70861	0.75187	0.79681	
			0.2	0.73743	0.78006	0.82433	0.71768	0.75968	0.80322
			0.35	0.75532	0.79512	0.83625	0.73682	0.77612	0.81666
		0.07	0.01	0.67250	0.72444	0.77934	0.64876	0.69951	0.75306
			0.2	0.68028	0.73111	0.78471	0.65701	0.70673	0.75907
			0.35	0.69669	0.74513	0.79597	0.67443	0.72192	0.77167
	0.08	0.01	0.63749	0.69400	0.75435	0.61187	0.66682	0.72540	
		0.2	0.64484	0.70037	0.75953	0.61962	0.67367	0.73116	
		0.35	0.66033	0.71373	0.77037	0.63598	0.68808	0.74324	

Tabel 2. Hasil Perhitungan nilai tunai manfaat dengan tingkat suku bunga CIR.

Parameter			TMI 3 pria			TMI 3 wanita		
<i>a</i>	<i>b</i>	σ	A25	A35	A45	A25	A35	A45
1.1	0.055	0.01	0.08736	0.14152	0.22873	0.06917	0.11340	0.18377
		0.2	0.09021	0.14520	0.23309	0.07166	0.11668	0.18783
		0.35	0.09591	0.15248	0.24165	0.07665	0.12320	0.19581
	0.07	0.01	0.05175	0.09274	0.16736	0.03900	0.07110	0.12836
		0.2	0.05365	0.09549	0.17098	0.04057	0.07342	0.13155
		0.35	0.05749	0.10098	0.17813	0.04375	0.07809	0.13790
	0.08	0.01	0.03785	0.07173	0.13841	0.02774	0.05367	0.10332
		0.2	0.03930	0.07397	0.14156	0.02889	0.05551	0.10602
		0.35	0.04222	0.07847	0.14782	0.03125	0.05921	0.11141
2.0	0.055	0.01	0.08718	0.14123	0.22826	0.06903	0.11316	0.18340
		0.2	0.08806	0.14237	0.22964	0.06980	0.11418	0.18467
		0.35	0.08987	0.14471	0.23243	0.07137	0.11626	0.18725
	0.07	0.01	0.05134	0.09200	0.16603	0.03869	0.07053	0.12734
		0.2	0.05193	0.09285	0.16717	0.03917	0.07125	0.12834
		0.35	0.05313	0.09460	0.16949	0.04016	0.07272	0.13038
	0.08	0.01	0.03741	0.07087	0.13678	0.02741	0.05303	0.10210
		0.2	0.03785	0.07157	0.13777	0.02776	0.05360	0.10294
		0.35	0.03876	0.07299	0.13979	0.02849	0.05476	0.10467
3.0	0.055	0.01	0.08710	0.14111	0.22807	0.06897	0.11307	0.18325
		0.2	0.08750	0.14162	0.22869	0.06931	0.11352	0.18382
		0.35	0.08832	0.14268	0.22996	0.07002	0.11447	0.18499
	0.07	0.01	0.05117	0.09170	0.16549	0.03856	0.07029	0.12692
		0.2	0.05144	0.09208	0.16600	0.03878	0.07062	0.12737
		0.35	0.05198	0.09287	0.16706	0.03922	0.07128	0.12829
	0.08	0.01	0.03723	0.07053	0.13612	0.02728	0.05277	0.10160
		0.2	0.03743	0.07084	0.13656	0.02743	0.05303	0.10198
		0.35	0.03783	0.07148	0.13748	0.02776	0.05355	0.10276

Dari Tabel 1 dan Tabel 2 dapat dilihat semakin tinggi usia peserta asuransi, nilai tunai manfaat yang diperoleh juga semakin tinggi. Untuk nilai tunai manfaat yang mengikuti model *Vasicek*, semakin besar nilai parameter *a* dan σ , nilai tunai manfaat yang diperoleh juga semakin besar. Sedangkan untuk parameter *b*, semakin besar nilai parameter *b*, nilai tunai manfaat yang diperoleh semakin kecil. Untuk nilai tunai manfaat yang mengikuti model *CIR*, semakin besar nilai parameter *a* dan *b*, nilai tunai manfaat yang diperoleh semakin kecil. Sedangkan untuk parameter σ , semakin besar nilai parameter σ , nilai tunai manfaat yang diperoleh semakin besar.

Nilai Tunai Manfaat dengan Tingkat Suku Bunga *Vasicek* dan *CIR* berdasarkan Hukum Mortalita *Makeham*

Hasil perhitungan nilai tunai manfaat dengan tingkat suku bunga *Vasicek* berdasarkan hukum mortalita *Makeham* dapat dilihat pada Tabel 3 dan hasil perhitungan nilai tunai manfaat dengan tingkat suku bunga *CIR* berdasarkan hukum mortalita *Makeham* dapat dilihat pada Tabel 4.

Dari tabel 3 dan 4, dapat dilihat pengaruh usia peserta asuransi dan nilai parameter *a*, *b*, dan σ pada hasil perhitungan nilai tunai manfaat dengan tingkat suku bunga *Vasicek* dan *CIR* berdasarkan hukum mortalita *Makeham* sama dengan hasil perhitungan tanpa menggunakan hukum mortalita *Makeham* pada Tabel 3 dan Tabel 4, hanya saja nilai manfaat dengan hukum mortalita *Makeham* lebih besar.

6. Perhitungan Tingkat Error Nilai Tunai Manfaat

Pada pendekatan hukum mortalita terhadap tabel mortalita tentu akan ada perbedaan pada nilai-nilainya. Demikian pula dengan nilai tunai manfaat asuransi jiwa seumur hidup. Oleh karena itu akan dihitung ketidaksesuaian pada nilai tunai manfaat asuransi jiwa seumur hidup untuk berbagai parameter dan usia pihak tertang-

Tabel 3. Hasil Perhitungan nilai tunai manfaat dengan tingkat suku bunga *Vasicek* berdasarkan hukum mortalita *Makeham*.

Parameter			TMI 3 pria			TMI 3 wanita		
a	b	σ	A25	A35	A45	A25	A35	A45
1.1	0.05	0.01	0.33107	0.35493	0.39559	0.13955	0.18538	0.25459
		0.2	0.41905	0.44748	0.49115	0.22697	0.28436	0.36163
		0.35	0.83506	0.84600	0.85927	0.78086	0.80495	0.83014
	0.07	0.01	0.27667	0.29592	0.33169	0.09560	0.13083	0.18951
		0.2	0.33542	0.35957	0.40037	0.14438	0.19098	0.26067
		0.35	0.58970	0.61730	0.65453	0.43526	0.49394	0.56262
	0.08	0.01	0.24973	0.26629	0.29869	0.07708	0.10638	0.15823
		0.2	0.29579	0.31682	0.35451	0.11087	0.15018	0.21300
		0.35	0.48395	0.51321	0.55552	0.30341	0.36399	0.44038
2.0	0.05	0.01	0.64827	0.67546	0.71137	0.50104	0.55926	0.62595
		0.2	0.66976	0.69587	0.73000	0.53032	0.58645	0.65003
		0.35	0.71794	0.74117	0.77086	0.59736	0.64768	0.70336
	0.07	0.01	0.58781	0.61709	0.65704	0.42213	0.48411	0.55759
		0.2	0.60616	0.63486	0.67360	0.44609	0.50709	0.57858
		0.35	0.64720	0.67422	0.70990	0.50088	0.55877	0.62504
	0.08	0.01	0.55237	0.58235	0.62413	0.37758	0.44055	0.51690
		0.2	0.56892	0.59857	0.63947	0.39858	0.46110	0.53608
		0.35	0.60588	0.63447	0.67304	0.44654	0.50731	0.57849
3.0	0.05	0.01	0.81130	0.82853	0.84982	0.72568	0.76343	0.80372
		0.2	0.81708	0.83380	0.85441	0.73421	0.77086	0.80990
		0.35	0.82923	0.84485	0.86402	0.75220	0.78650	0.82285
	0.07	0.01	0.77190	0.79220	0.81766	0.66917	0.71343	0.76143
		0.2	0.77726	0.79714	0.82200	0.67695	0.72032	0.76723
		0.35	0.78853	0.80749	0.83110	0.69337	0.73479	0.77939
	0.08	0.01	0.74719	0.76924	0.79715	0.63426	0.68217	0.73466
		0.2	0.75229	0.77396	0.80135	0.64158	0.68871	0.74022
		0.35	0.76302	0.78388	0.81012	0.65703	0.70246	0.75189

Tabel 4. Hasil perhitungan nilai tunai manfaat dengan tingkat suku bunga *CIR* berdasarkan hukum mortalita *Makeham*.

Parameter			TMI 3 pria			TMI 3 wanita		
a	b	σ	A25	A35	A45	A25	A35	A45
1.1	0.05	0.01	0.28735	0.30761	0.34453	0.10357	0.14106	0.20215
		0.2	0.29075	0.31132	0.34858	0.10622	0.14441	0.20623
		0.35	0.29742	0.31858	0.35649	0.11151	0.15105	0.21426
	0.07	0.01	0.23887	0.25428	0.28515	0.07029	0.09712	0.14593
		0.2	0.24171	0.25743	0.28870	0.07207	0.09956	0.14919
		0.35	0.24731	0.26363	0.29570	0.07566	0.10445	0.15565
	0.08	0.01	0.21538	0.22825	0.25545	0.05700	0.07847	0.12023
		0.2	0.21791	0.23106	0.25869	0.05838	0.08045	0.12300
		0.35	0.22292	0.23663	0.26507	0.06117	0.08441	0.12853
2.0	0.05	0.01	0.28683	0.30705	0.34390	0.10337	0.14078	0.20175
		0.2	0.28791	0.30823	0.34519	0.10419	0.14182	0.20303
		0.35	0.29011	0.31063	0.34781	0.10587	0.14395	0.20563
	0.07	0.01	0.23720	0.25249	0.28312	0.06976	0.09637	0.14480
		0.2	0.23811	0.25350	0.28426	0.07031	0.09713	0.14582
		0.35	0.23996	0.25555	0.28658	0.07145	0.09869	0.14791
	0.08	0.01	0.21317	0.22589	0.25278	0.05637	0.07759	0.11886
		0.2	0.21399	0.22679	0.25382	0.05680	0.07820	0.11972
		0.35	0.21565	0.22863	0.25594	0.05768	0.07946	0.12150
3.0	0.05	0.01	0.28661	0.30681	0.34363	0.10329	0.14066	0.20158
		0.2	0.28710	0.30735	0.34422	0.10365	0.14113	0.20216
		0.35	0.28811	0.30844	0.34542	0.10441	0.14210	0.20334
	0.07	0.01	0.23650	0.25174	0.28227	0.06954	0.09606	0.14434
		0.2	0.23691	0.25220	0.28278	0.06979	0.09641	0.14480
		0.35	0.23776	0.25314	0.28385	0.07030	0.09711	0.14574
	0.08	0.01	0.21223	0.22489	0.25165	0.05611	0.07722	0.11829
		0.2	0.21260	0.22530	0.25213	0.05630	0.07750	0.11868
		0.35	0.21337	0.22614	0.25310	0.05670	0.07807	0.11949

gung dengan menggunakan *relative error* yaitu [8]:

$$Error = \frac{|A_{x_{Makeham}} - A_{x_{tabel}}|}{A_{x_{tabel}}} \times 100\% \tag{6.1}$$

Dengan menggunakan Persamaan 6.1 diperoleh hasil perhitungan tingkat error nilai tunai manfaat sebagai berikut.

Tingkat Error Nilai tunai Manfaat dengan Tingkat Suku Bunga Konstan

Hasil perhitungan tingkat error nilai tunai manfaat dengan tingkat suku bunga konstan sebesar 5% dapat dilihat pada Gambar 3. Dari Gambar 3 dapat dilihat bahwa semakin besar usia peserta asuransi, tingkat error nilai tunai manfaat yang diperoleh semakin kecil.



Gambar 3. Grafik tingkat error nilai tunai manfaat untuk tingkat suku bunga konstan sebesar 5% untuk pihak tertanggung berusia 25, 35, dan 45 tahun.

Tingkat Error Nilai tunai Manfaat dengan Tingkat Suku Bunga Vasicek dan CIR

Berikut hasil perhitungan tingkat error nilai tunai manfaat dengan tingkat suku bunga Vasicek dan CIR yang dapat dilihat pada Tabel 5 dan Tabel 6.

Tabel 5. Hasil perhitungan tingkat error nilai tunai manfaat dengan tingkat suku bunga Vasicek

Parameter	TMI 3 pria			TMI 3 wanita				
	a	b	σ	A25	A35	A45	A25	A35
1.1	0.055	0.01	162.65290	87.09885	39.20508	34.90834	18.02255	7.86359
		0.2	91.02633	51.96134	24.84763	19.29357	10.74782	5.13930
		0.35	6.63255	4.33672	2.39282	1.40446	0.91747	0.53355
	0.07	0.01	251.15612	127.17010	54.18133	54.76969	26.47763	10.66276
		0.2	155.30994	83.67056	37.88774	33.28021	17.30344	7.61425
		0.35	35.27052	21.65326	11.10358	7.44965	4.52999	2.40940
	0.08	0.01	323.52774	158.25226	65.03205	71.37887	33.14603	12.69049
		0.2	210.20551	109.02768	47.58838	45.50133	22.62353	9.43021
		0.35	61.40941	36.32234	17.97177	12.96841	7.53780	3.79435
2.0	0.055	0.01	28.90875	17.86007	9.18310	6.12429	3.75914	2.02246
		0.2	25.74645	15.99124	8.26437	5.45788	3.37213	1.82896
		0.35	19.58517	12.29867	6.42475	4.15847	2.60419	1.43621
	0.07	0.01	39.20394	23.83734	12.07531	8.29288	4.99078	2.62089
		0.2	35.65520	21.79742	11.09863	7.54483	4.57093	2.42007
		0.35	28.73221	17.76144	9.14001	6.08613	3.73795	2.01256
	0.08	0.01	46.74878	28.11844	14.10162	9.88411	5.86953	3.03254
		0.2	42.92204	25.95900	13.08597	9.07635	5.42625	2.82664
		0.35	35.45009	21.68274	11.04714	7.50091	4.54676	2.40887
3.0	0.055	0.01	11.29955	7.19893	3.80958	2.40902	1.53685	0.86730
		0.2	10.80169	6.88901	3.64961	2.30338	1.47134	0.83166
		0.35	9.78472	6.25419	3.32111	2.08744	1.33696	0.75823
	0.07	0.01	14.78125	9.35362	4.91706	3.14623	1.99034	1.11150
		0.2	14.25601	9.03058	4.75219	3.03506	1.92245	1.07529
		0.35	13.18300	8.36883	4.41359	2.80784	1.78321	1.00069
	0.08	0.01	17.20783	10.84030	5.67402	3.65907	2.30180	1.27550
		0.2	16.66364	10.50830	5.50586	3.54405	2.23228	1.23990
		0.35	15.55183	9.82815	5.16047	3.30895	2.08968	1.16450

Tabel 6. Hasil perhitungan tingkat error nilai tunai manfaat dengan tingkat suku bunga CIR

Parameter	TMI 3 pria			TMI 3 wanita				
	a	b	σ	A25	A35	A45	A25	A35
1.1	0.055	0.01	228.93898	117.36521	50.63070	49.73225	24.39301	10.00006
		0.2	222.29080	114.40528	49.54739	48.23058	23.76534	9.79774
		0.35	210.08898	108.93313	47.52646	45.48265	22.60753	9.42025
	0.07	0.01	361.55516	174.17831	70.38325	80.21129	36.59381	13.69365
		0.2	350.50599	169.58292	68.85687	77.63693	35.59633	13.40706
		0.35	330.19911	161.08421	66.00439	72.92017	33.75593	12.87212
	0.08	0.01	468.96624	218.19307	84.56821	105.46340	46.20634	16.36845
		0.2	454.54520	212.35899	82.74053	102.04861	44.92523	16.02217
		0.35	427.95200	201.55360	79.31824	95.76896	42.55711	15.37500
2.0	0.055	0.01	229.02081	117.41625	50.65843	49.74815	24.40248	10.00473
		0.2	226.94417	116.49178	50.31992	49.27901	24.20647	9.94156
		0.35	222.81130	114.64778	49.64281	48.34622	23.81577	9.81519
	0.07	0.01	362.01241	174.45552	70.52097	80.30394	36.64670	13.71783
		0.2	358.55432	173.01562	70.04217	79.49818	36.33427	13.62795
		0.35	351.66891	170.14332	69.08398	77.89536	35.71148	13.44815
	0.08	0.01	469.83359	218.71057	84.80874	105.64578	46.30701	16.41187
		0.2	465.31731	216.87899	84.23403	104.57633	45.90506	16.30296
		0.35	456.31488	213.22376	83.08325	102.44639	45.10337	16.08503
3.0	0.055	0.01	229.04457	117.43127	50.66672	49.75273	24.40525	10.00612
		0.2	228.11412	117.01703	50.51500	49.54253	24.31743	9.97782
		0.35	226.22313	116.17430	50.20595	49.11551	24.13882	9.92015
	0.07	0.01	362.14876	174.53907	70.56304	80.33150	36.66259	13.72519
		0.2	360.59842	173.89323	70.34817	79.97027	36.52248	13.68486
		0.35	357.44692	172.57933	69.91042	79.23627	36.23752	13.60271
	0.08	0.01	470.09402	218.86779	84.88279	105.70054	46.33751	16.42519
		0.2	468.06879	218.04577	84.62469	105.22097	46.15715	16.37628
		0.35	463.94986	216.37309	84.09871	104.24600	45.79025	16.27663

Dari Tabel 5 dan Tabel 6 dapat dilihat bahwa pengaruh tingkat suku bunga

jangka panjang (b) dan volatilitas suku bunga (σ) untuk model *Vasicek* dan *CIR* sama. Semakin besar nilai b , tingkat error dari nilai tunai manfaat juga semakin besar dan semakin besar nilai σ , tingkat error dari nilai tunai manfaat semakin kecil. Sedangkan pengaruh kecepatan penyesuaian suku bunga terhadap tingkat suku bunga jangka panjang (a) untuk model *Vasicek* dan *CIR* berbeda. Pada model *Vasicek*, semakin besar nilai a , tingkat error dari nilai tunai manfaat semakin kecil. Sedangkan pada model *CIR*, semakin besar nilai a , tingkat error dari nilai tunai manfaat semakin besar.

7. Kesimpulan

Dari hasil perhitungan dapat disimpulkan bahwa semakin tinggi usia seseorang, nilai tunai manfaat yang diperoleh semakin besar. Untuk nilai tunai manfaat yang mengikuti model *Vasicek*, semakin besar nilai parameter a dan σ , nilai tunai manfaat yang diperoleh juga semakin besar. Sedangkan untuk parameter b , semakin besar nilai parameter b , nilai tunai manfaat yang diperoleh semakin kecil. Untuk nilai tunai manfaat yang mengikuti model *CIR*, semakin besar nilai parameter a dan b , nilai tunai manfaat yang diperoleh semakin kecil. Sedangkan untuk parameter σ , semakin besar nilai parameter σ , nilai tunai manfaat yang diperoleh semakin besar. Untuk perhitungan nilai tunai manfaat yang diperoleh dengan menggunakan hukum mortalita *Makeham* lebih besar dibandingkan dengan menggunakan tabel mortalita Indonesia.

Tingkat error nilai tunai manfaat akan semakin kecil jika usia peserta asuransi semakin besar. Pengaruh parameter b dan σ untuk model *Vasicek* dan *CIR* terhadap tingkat error nilai tunai manfaat sama, yaitu semakin besar nilai parameter b , tingkat error yang diperoleh semakin besar dan semakin besar nilai parameter σ , tingkat error yang diperoleh semakin kecil. Sedangkan pengaruh parameter a berbeda. Pada model *Vasicek*, semakin besar nilai parameter a , tingkat error dari nilai tunai manfaat semakin kecil, dan pada model *CIR*, semakin besar nilai parameter a , tingkat error dari nilai tunai manfaat semakin besar.

Daftar Pustaka

- [1] Bowers, N.L., H.U. Gerber, J.C. Hickman, D.A. Jones, dan C.J. Nesbitt. 1997. *Actuarial Mathematics*. The Society of Actuaries, United States of America
- [2] Futami, Takashi. 1993. *Matematika Asuransi Jiwa Bagian I*. Incorporated Foundation Oriental Life Insurance Cultural Development Center, Tokyo
- [3] Huda, W., Devianto, D., Asdi, Y. 2013. *Model Penyusutan Majemuk Jumlah Peserta Asuransi pada Asuransi Jiwa*. Jurnal Matematika Unand, 2 (2): 99 – 107.
- [4] Hull, J.C. 2003. *Option, Futures, and Other Derivatives*. Prentice Hall, New Jersey
- [5] Jordan, Jr. C.W. 1991. *Life Contingencies*. The Society of Actuaries, Chicago
- [6] Kamal, I., Devianto, D., dan Yanuar, F. 2014. *Penentuan Premi Tahunan pada Asuransi Joint Life dengan Menggunakan Anuitas Reversionary*. Jurnal Matematika Unand, 3 (4): 112 – 120.
- [7] Rizki, M., Devianto, D., dan Yanuar, F. 2014. *Kajian Metode Zillmer, Full*

Preliminary Term, dan Premium Sufficiency dalam Menentukan Cadangan Premi pada Asuransi Jiwa Dwiguna. Jurnal Matematika Unand, 3 (2): 160 – 167.

- [8] Sanjaya, K.D., Permana, F.J., dan Kristiani, F. 2011. *Perhitungan Nilai-nilai Aktuarial dengan Asumsi Tingkat Suku Bunga Berubah Secara Stokastik.* Mat Sat, 11 (2): 149 – 152.