KORELASI HIMPUNAN KABUR DAN HIMPUNAN KABUR INTUISIONISTIK

GIZKA YEMONICA, YANITA

*Program Studi S1 Matematika,
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Andalas,
Kampus UNAND Limau Manis Padang, Indonesia.
email : gizkayemonica@gmail.com*

Diterima 9 Maret 2019 Direvisi 7 April 2019 Dipublikasikan 7 Mei 2019

Abstrak. Teori himpunan kabur (*Fuzzy Set*) dapat menjadi alternatif yang lebih baik dalam mencari solusi permasalahan yang mengandung ketidakpastian. Konsep himpunan Kabur ini dikembangkan menjadi himpunan Kabur Intuisionistik (*Intuitionistic Fuzzy Set*). Korelasi adalah salah satu analisis dalam statistik yang dipakai untuk mencari hubungan antara dua variabel atau lebih. Bentuk hubungan antara variabel-variabel X dan Y dapat berupa hubungan positif dan negatif. Hubungan kedua variabel X dan variabel Y dikatakan positif bila perubahan yang terjadi pada variabel X akan mengakibatkan terjadinya perubahan variabel Y pada arah yang bersamaan dan hubungan kedua variabel X dan variabel Y dikatakan negatif bila perubahan yang terjadi pada variabel X akan mengakibatkan terjadinya perubahan pada variabel Y pada arah yang berlawanan. Ukuran hubungan linier antara dua variabel acak X dan Y disebut koefisien korelasi. Oleh karena itu akan dikaji konsep korelasi pada himpunan kabur dan himpunan kabur intuisionistik dengan mengacu pada konsep ilmu statistika.

Kata Kunci: Korelasi, Koefisien korelasi, Himpunan Kabur, Himpunan Kabur Intuisionistik

1. Pendahuluan

Konsep himpunan merupakan suatu konsep mendasar dalam semua cabang ilmu matematika. Suatu himpunan merupakan sebuah daftar, kumpulan atau koleksi objek-objek yang didefinisikan secara tegas, dalam arti dapat ditentukan secara tegas apakah suatu objek adalah anggota himpunan itu atau tidak. Objek-objek dalam himpunan dapat berupa apa saja. Objek-objek ini disebut elemen-elemen atau anggota-anggota dari suatu himpunan. Suatu himpunan dapat didefinisikan dengan menyatakan secara jelas atau mendaftarkan semua anggota-anggotanya.

Teori himpunan kabur (*fuzzy sets*) pertama kali diperkenalkan oleh Dr. L. A. Zadeh pada tahun 1965 [7], dimana teori ini dapat menjadi alternatif yang lebih baik dalam mencari solusi permasalahan yang mengandung ketidakpastian. Konsep himpunan kabur ini dikembangkan menjadi himpunan kabur intuisionistik oleh Atanassov [1].

Korelasi adalah salah satu analisis dalam statistik yang dipakai untuk mencari hubungan antara dua variabel atau lebih. Bentuk hubungan antara variabel-variabel X dan Y dapat berupa hubungan positif dan negatif. Hubungan kedua variabel X dan variabel Y dikatakan positif bila perubahan yang terjadi pada variabel X akan mengakibatkan terjadinya perubahan variabel Y pada arah yang bersamaan dan hubungan kedua variabel X dan variabel Y dikatakan negatif bila perubahan yang terjadi pada variabel X akan mengakibatkan terjadinya perubahan pada variabel Y pada arah yang berlawanan. Ukuran hubungan linier antara dua variabel acak X dan Y disebut koefisien korelasi.

2. Landasan Teori

2.1. Himpunan Kabur (Fuzzy Sets)

Sebelum teori himpunan kabur muncul, diperkenalkan sebuah himpunan klasik yang sering disebut himpunan tegas (*crisp sets*). Himpunan tegas hanya memiliki dua kemungkinan nilai keanggotaan, yaitu 0 dan 1. Artinya, untuk sebarang himpunan A , jika x bukan anggota dari himpunan A , maka nilai yang berhubungan dengan nilai x didefinisikan 0. Sebaliknya, jika x tersebut merupakan anggota himpunan A , maka nilai yang berhubungan dengan x didefinisikan 1 [5]. Sedangkan pada himpunan kabur, keanggotaan suatu elemen dinyatakan dalam nilai keanggotaan, yang nilainya terletak dalam interval $[0, 1]$.

Definisi 2.1. [7] Misalkan X adalah himpunan semesta. Sebuah himpunan kabur (fuzzy sets) A atas X dapat didefinisikan sebagai:

$$A = \{(x, \mu_A(x)) | x \in X\}, \quad (2.1)$$

dimana $\mu_A : X \rightarrow [0, 1]$ disebut fungsi keanggotaan A atas X , dan $\mu_A(x)$ disebut nilai keanggotaan dari x pada himpunan kabur A .

2.2. Himpunan Kabur Intuisisionistik (Intuitionistic Fuzzy Set)

Jika pada himpunan kabur diperkenalkan tentang nilai keanggotaan saja, maka pada himpunan kabur intuisisionistik diperkenalkan tentang nilai keanggotaan dan nilai non keanggotaan.

Definisi 2.2. [1] Misalkan X adalah himpunan semesta. Himpunan kabur intuisisionistik G atas X adalah:

$$G = \{(x, \mu_G(x), \nu_G(x)) | x \in X\},$$

dimana $\mu_G, \nu_G : X \rightarrow [0, 1]$ berturut-turut menyatakan fungsi keanggotaan dan fungsi tidak keanggotaan dari $x \in X$ pada himpunan G , $\mu_G(x)$ disebut nilai keanggotaan x pada himpunan kabur intuisisionistik G , dan $\nu_G(x)$ disebut nilai tidak keanggotaan x pada himpunan kabur intuisisionistik G , dimana $0 \leq \mu_G(x) + \nu_G(x) \leq 1$ untuk setiap $x \in X$.

2.3. Korelasi Antara Himpunan Tegas (Crisp Sets)

Misalkan $(X_1, Y_1), (X_2, Y_2), \dots, (X_n, Y_n)$ suatu contoh acak berukuran n dari fungsi kepekatan peluang $f_{X,Y}(x, y)$. Misalkan $\bar{X}$ dan $\bar{Y}$ adalah mean contoh, S_X^2 dan S_Y^2 adalah varian contoh dari variabel X dan Y berturut-turut, maka koefisien korelasi contoh $d_{X,Y}$ antara X dan Y dapat dihitung sebagai [6]

$$d_{X,Y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})(y_i - \bar{Y}) / (n-1)}{S_X \cdot S_Y} \quad (2.2)$$

dimana

$$\begin{aligned} \bar{X} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \\ \bar{Y} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i, \\ S_X &= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2}{n-1}}, \\ S_Y &= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{Y})^2}{n-1}}. \end{aligned}$$

2.4. Ketaksamaan Cauchy-Schwarz

Ketaksamaan Cauchy-Schwarz atau yang paling sering dikenal dengan Ketaksamaan Cauchy adalah sebuah ketidaksamaan yang mempunyai banyak aplikasi di berbagai cabang matematika, seperti Aljabar Linear, Analisis, statistik dan cabang matematika lainnya.

Teorema 2.3. [6] *Misalkan $x_1, x_2, \dots, x_n, y_1, y_2, \dots, y_n$ adalah bilangan real, maka $(x_1 y_1 + x_2 y_2 + \dots + x_n y_n)^2 \leq (x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2)(y_1^2 + y_2^2 + \dots + y_n^2)$ atau dapat ditulis sebagai:*

$$\left(\sum_{i=1}^n x_i y_i \right)^2 \leq \sum_{i=1}^n x_i^2 \sum_{i=1}^n y_i^2, \quad (2.3)$$

3. Pembahasan

3.1. Korelasi Antara Dua Himpunan Kabur (Fuzzy Sets)

Berikut akan didefinisikan rata-rata contoh dan ragam contoh dari nilai keanggotaan pada himpunan kabur serta koefisien korelasi contoh pada himpunan kabur.

Definisi 3.1. [2] *Misalkan $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ adalah contoh acak berukuran n dari X , dengan $\mu_A(x_i)$ nilai keanggotaan dari himpunan kabur A atas X , maka rata-rata*

contoh dan ragam contoh dari fungsi keanggotaan dari A , yang didefinisikan pada X , dapat ditulis sebagai

$$\bar{\mu}_A = \frac{\sum_{i=1}^n \mu_A(x_i)}{n}, \quad Q_A^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\mu_A(x_i) - \bar{\mu}_A)^2}{n-1}, \quad (3.1)$$

dimana $\bar{\mu}_A$ menyatakan rata-rata dari nilai-nilai keanggotaan dari himpunan kabur A atas contoh acak $(x_1, x_2, \dots, x_n) \in X$, Q_A^2 menyatakan nilai keragaman dari nilai-nilai keanggotaan pada himpunan kabur A atas $(x_1, x_2, \dots, x_n)$. Standar deviasi contoh $Q_A = \sqrt{Q_A^2}$.

Definisi 3.2. [2] Misalkan terdapat contoh acak $(x_1, x_2, \dots, x_n) \in X$, dengan urutan data berpasangan $((\mu_A(x_1), \mu_B(x_1)), (\mu_A(x_2), \mu_B(x_2)), \dots, (\mu_A(x_n), \mu_B(x_n)))$, yang bersesuaian dengan nilai keanggotaan dari himpunan kabur dari A dan B atas X . Koefisien korelasi himpunan kabur A dan B , yaitu

$$r_{A,B} = \frac{\sum_{i=1}^n (\mu_A(x_i) - \bar{\mu}_A)(\mu_B(x_i) - \bar{\mu}_B)/(n-1)}{Q_A \cdot Q_B}, \quad (3.2)$$

dimana

$$Q_A = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\mu_A(x_i) - \bar{\mu}_A)^2}{n-1}},$$

$$Q_B = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\mu_B(x_i) - \bar{\mu}_B)^2}{n-1}}.$$

Formula di atas diadopsi dari konsep ilmu statistika. Meskipun nilai-nilai keanggotaan dari himpunan kabur berada pada interval $[0, 1]$, nilai koefisien korelasi yang dihitung dari persamaan (3.2) berada pada interval $[-1, 1]$ yang tidak hanya menunjukkan derajat hubungan dari himpunan-himpunan kabur, tetapi juga menunjukkan bahwa kedua himpunan tersebut memiliki hubungan positif atau negatif. Hal ini dinyatakan dalam teorema berikut.

Teorema 3.3. [2] Misalkan A dan B adalah dua himpunan kabur atas X , dengan fungsi keanggotaan μ_A dan μ_B , dan misalkan diberikan suatu contoh acak $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ dari X , dengan suatu urutan nilai keanggotaan yang berpasangan dari himpunan kabur A dan B . Koefisien korelasi contoh $r_{A,B}$ yang didefinisikan pada persamaan (3.2) terletak pada $[-1, 1]$, dengan kata lain adalah $|r_{A,B}| \leq 1$.

3.2. Korelasi Antara Dua Himpunan Kabur Intuisionistik (Intuitionistic Fuzzy Sets)

Misalkan $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$. Untuk suatu himpunan intuisionistik $G = \{(x, \mu_G(x), \nu_G(x)) | x \in X\}$ dan $H = \{(x, \mu_H(x), \nu_H(x)) | x \in X\}$ didefinisikan kovarian dari himpunan kabur intuisionistik himpunan G dan H di X , dinotasikan

$C(G, H)$, sebagai berikut. [3]

$$C(G, H) = \sum_{i=1}^n [\mu_G(x_i) \cdot \mu_H(x_i) + v_G(x_i) \cdot v_H(x_i)] \quad (3.3)$$

Koefisien korelasi dari himpunan kabur intuitionistik G dan H , yaitu [3]

$$k(G, H) = \frac{C(G, H)}{[T(G) \cdot T(H)]^{1/2}} \quad (3.4)$$

dimana

$$T(G) = \sum_{i=1}^n [\mu_G^2(x_i) + v_G^2(x_i)], \quad T(H) = \sum_{i=1}^n [\mu_H^2(x_i) + v_H^2(x_i)]. \quad (3.5)$$

Koefisien korelasi himpunan kabur intuitionistik memenuhi sifat-sifat berikut:

- (1) $C(G, G) = T(G)$,
- (2) $C(G, H) = C(H, G)$, $k(G, H) = k(H, G)$,
- (3) $k(G, H) = 1 \implies G = H$.

Teorema 3.4. [3] Misalkan G dan H adalah himpunan kabur intuitionistik atas X , maka $0 \leq k(G, H) \leq 1$.

4. Kesimpulan

Koefisien korelasi himpunan kabur yang terletak pada interval $[-1, 1]$ lebih menyerupai koefisien korelasi statistik daripada koefisien korelasi himpunan kabur intuitionistik yang terletak pada interval $[0, 1]$.

5. Ucapan Terima kasih

Penulis mengucapkan terima kasih kepada Ibu Nova Noliza Bakar, M.Si, Ibu Dr. Ferra Yanuar, dan Ibu Riri Lestari, M.Si yang telah memberikan masukan dan saran sehingga makalah ini dapat diselesaikan dengan baik.

Daftar Pustaka

- [1] Atanassov, K. 1986. Intuitionistic Fuzzy Sets. *Fuzzy sets and Systems*. **20**: 87 – 96
- [2] Chiang, D. A. dan Lin, N. P. 1999. Correlation of fuzzy sets, *Fuzzy Sets System*. **102**: 221 – 226
- [3] Gersternkorn, T. dan Manko, J. 1991. Correlation of intuitionistic fuzzy sets, *Fuzzy Sets and Systems*. **44**: 39 – 43
- [4] Manfrino, R. B. 2009. *Inequalities A Mathematical Olympiad Approach*. Birkhauser. Berlin.
- [5] Sakawa, M. 1993. *Fuzzy sets and interactive multiobjective optimization*. Plenum press. New York.
- [6] Szmidt, E., Kacprzyk J. dan Bujnowski P. 2011. Pearson's coefficient between intuitionistic fuzzy sets, *Fifteenth Int. Conf. on IFS, Burgas*. 11 – 12.
- [7] Zadeh, L. A. 1965. Fuzzy sets. *Information and Control*. **8**: 338 – 353