

PENENTUAN *RAINBOW CONNECTION NUMBER* UNTUK AMALGAMASI GRAF LENGKAP DENGAN GRAF RODA

RISYA HAZANI UTARI, LYRA YULIANTI, SYAFRIZAL SY

*Program Studi S1 Matematika,
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Andalas,
Kampus UNAND Limau Manis Padang, Indonesia.
email : cacautariiii@gmail.com*

Diterima 9 Maret 2019 Direvisi 7 April 2019 Dipublikasikan 7 Mei 2019

Abstrak. Suatu pewarnaan terhadap sisi-sisi di graf G terhubung tak trivial didefinisikan sebagai $c : E(G) \rightarrow \{1, 2, \dots, k\}$ untuk $k \in N$ adalah suatu pewarnaan terhadap sisi-sisi di G sedemikian sehingga setiap sisi yang bertetangga boleh diberi warna yang sama. Banyaknya warna minimal yang diperlukan untuk membuat graf G bersifat *rainbow connected* disebut dengan *rainbow connection number* dari G , yang dinotasikan dengan $rc(G)$. Penelitian ini menentukan *rainbow connection number* untuk amalgamasi 2 buah graf lengkap K_4 dengan 2 buah graf roda W_4 yang diperoleh dari menggabungkan satu titik pada setiap graf lengkap K_4 dengan satu titik pusat pada setiap graf roda W_4 .

Kata Kunci: Amalgamasi, Graf lengkap K_4 , Graf Roda W_4 , Rainbow Connection Number

1. Pendahuluan

Misalkan G adalah graf terhubung tak trivial, didefinisikan $c : E(G) \rightarrow \{1, 2, \dots, k\}$ untuk $k \in N$ adalah suatu pewarnaan terhadap sisi-sisi di G sedemikian sehingga setiap sisi yang bertetangga boleh diberi warna yang sama. Graf G bersifat *rainbow connected* terhadap pewarnaan c jika untuk setiap $u, v \in V(G)$, terdapat *rainbow path* antara u dan v . Dalam hal ini, pewarnaan c dikatakan sebagai suatu *rainbow coloring* dari G . Banyaknya warna minimal yang diperlukan untuk membuat graf G bersifat *rainbow connected* disebut dengan *rainbow connection number* dari G , yang dinotasikan dengan $rc(G)$.

Amalgamasi merupakan penggabungan satu titik dari masing-masing graf menjadi sebuah titik baru yang disebut dengan terminal. Notasi yang digunakan untuk menyatakan operasi amalgamasi adalah $*$. Fitriani D dan ANM Salman. [2] mengkaji tentang penentuan *rainbow connection number* untuk amalgamasi beberapa graf. Dalam tulisan ini akan dibahas tentang *rainbow connection number* untuk amalgamasi graf lengkap K_4 dengan graf roda W_4 , yaitu graf $(2K_4 * 2W_4, v)$.

2. Tinjauan Teori

Teorema 2.1. [1] *Jika G adalah graf terhubung tak trivial berukuran m yang mempunyai diameter $diam(G)$, maka*

$$diam(G) \leq rc(G) \leq src(G) \leq m.$$

Teorema 2.2. [1] *Misalkan G adalah graf terhubung tak trivial yang berukuran m , maka:*

- (a) $rc(G) = 1$ jika dan hanya jika G adalah graf lengkap,
- (b) $rc(G) = 2$ jika dan hanya jika $src(G) = 2$,
- (c) $rc(G) = m$ jika dan hanya jika G adalah graf pohon.

3. Rainbow Connection Number pada Graf $(2K_4 * 2W_4, v)$

$G \cong (2K_4 * 2W_4, v)$ merupakan graf hasil amalgamasi 2 buah graf lengkap K_4 dan 2 buah graf roda W_4 yang diperoleh dari mengamalgamasikan satu titik pada setiap graf lengkap K_4 yaitu titik $u_{i,1}$ dimana $1 \leq i \leq 2$ dengan satu titik pusat pada graf roda W_4 yaitu titik $v_{i,0}$ dimana $1 \leq i \leq 2$.

Teorema 3.1. *Misalkan terdapat graf $G \cong (2K_4 * 2W_4, v)$. Maka $rc(G) = 3$.*

Bukti. Notasikan $(K_4)^i$ sebagai graf lengkap K_4 ke- i dan $(W_4)^i$ sebagai graf roda W_4 ke- i , untuk $i = 1, 2$.

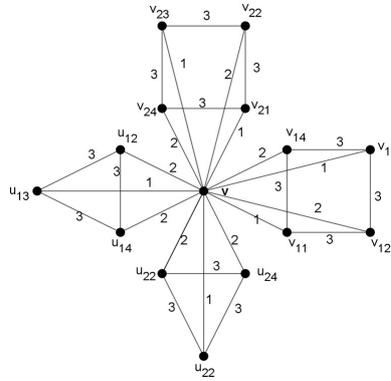
Karena $diam(G) = 2$ sehingga berdasarkan Teorema 2.1, $rc(2K_4 * 2W_4, v) \geq 2$. Misalkan $rc(2K_4 * 2W_4, v) = 2$ dan c adalah *rainbow 2-coloring*. Diketahui untuk setiap titik $x, y \in V(G)$ dengan panjang lintasan 2, jika diberikan warna pada graf K_4 adalah 1, maka apabila pada graf W_4 diberikan warna 2, lintasan diantara titik di $(K_4)^1$ dengan titik di $(K_4)^2$ dan graf $(W_4)^1$ dengan graf $(W_4)^2$ bukan *rainbow path*. Jadi haruslah, $rc(2K_4 * 2W_4, v) \geq 3$.

Akan ditunjukkan $rc(2K_4 * 2W_4, v) \leq 3$. Didefinisikan pewarnaan sebagai berikut, dapat dilihat pada Gambar 3.

$$\begin{aligned} c(vu_{1,3}) &= c(vu_{2,3}) &= 1 \\ c(vu_{1,2}) &= c(vu_{1,4}) &= c(vu_{2,2}) &= c(vu_{2,4}) &= 2 \\ c(u_{1,2}u_{1,3}) &= c(u_{1,3}u_{1,4}) &= c(u_{1,4}u_{1,2}) &= 3 \\ c(u_{2,2}u_{2,3}) &= c(u_{2,3}u_{2,4}) &= c(u_{2,4}u_{2,2}) &= 3. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c(vv_{1,1}) &= c(vv_{1,3}) &= c(vv_{2,1}) &= c(vv_{2,3}) &= 1 \\ c(vv_{1,2}) &= c(vv_{1,4}) &= c(vv_{2,2}) &= c(vv_{2,4}) &= 2 \\ c(v_{1,1}v_{1,2}) &= c(v_{1,2}v_{1,3}) &= c(v_{1,3}v_{1,4}) &= c(v_{1,4}v_{1,1}) &= 3 \\ c(v_{2,1}v_{2,2}) &= c(v_{2,2}v_{2,3}) &= c(v_{2,3}v_{2,4}) &= c(v_{2,4}v_{2,1}) &= 3. \end{aligned}$$

Diperoleh $rc(2K_4 * 2W_4, v) \leq 3$. Jadi haruslah $rc(2K_4 * 2W_4, v) = 3$. □



Gambar 1. Rainbow Connection Number pada graf $(2K_4 * 2W_4, v)$

4. Kesimpulan

Pada makalah ini telah ditentukan *rainbow connection number* pada graf $(2K_4 * 2W_4, v)$, yaitu $rc(2K_4 * 2W_4, v) = 3$.

5. Ucapan Terima kasih

Penulis mengucapkan terima kasih kepada bapak Narwen, M.Si, ibu Radhiatul Husna, M.Si, dan bapak Zulakmal, M.Si selaku dosen penguji yang telah memberikan kritik dan saran dalam penulisan makalah ini.

Daftar Pustaka

- [1] Chartrand, G., Kalamazoo, G. L. Johns, S. Valley, and K. A. McKeon. 2006. Rainbow connection in graph. *Mathematica Bohemica*, **133**: 85 – 89
- [2] Fitriani, D dan A. N. M Salman. 2016. Rainbow connection number of amalgamation of some graphs. *AKCE International Journal of Graphs and Combinatorics*, **13**: 90 – 99