HUBUNGAN ANTARA UKURAN-UKURAN INFORMASI PADA HIMPUNAN KABUR *HESITANT* BERNILAI INTERVAL

SHAFIRA RAIHANA, MONIKA RIAN TI HELMI

*Program Studi S1 Matematika,
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Andalas,
Kampus UNAND Limau Manis Padang, Indonesia.
email : shafira.raihana2018@gmail.com*

Diterima 22 Juni 2019 Direvisi 6 Juli 2019 Dipublikasikan 4 Agustus 2019

Abstrak. Himpunan kabur diperkenalkan oleh Zadeh [11] pada tahun 1965 untuk mengatasi masalah ketidakpastian. Kemudian diusulkan beberapa bentuk umum dari himpunan kabur salah satunya yaitu himpunan kabur *hesitant* bernilai interval yang diperkenalkan oleh Chen dkk [3]. Ada beberapa topik kajian pada himpunan kabur, diantaranya adalah ukuran entropi, ukuran jarak, dan ukuran kesamaan yang ketiganya dinamakan dengan ukuran informasi. Pada penelitian ini dikaji hubungan antara ukuran-ukuran informasi pada himpunan kabur *hesitant* bernilai interval.

Kata Kunci: Himpunan Kabur *Hesitant* Bernilai Interval, Ukuran Entropi, Ukuran Jarak, Ukuran Kesamaan, Ukuran Informasi

1. Pendahuluan

Teori himpunan kabur telah diperkenalkan oleh Zadeh pada tahun 1965 [11] untuk mengatasi masalah ketidakpastian. Seiring berkembangnya pengetahuan, muncul beberapa bentuk umum baru dari teori himpunan kabur sebelumnya, diantaranya adalah himpunan kabur bernilai interval dan himpunan kabur *hesitant*. Himpunan kabur bernilai interval (*IVFS*) memiliki karakteristik yaitu nilai keanggotaannya berupa interval tutup di $[0, 1]$. Himpunan kabur *hesitant* (*HFS*) diperkenalkan oleh Torra dan Narukawa pada tahun 2009 dengan nilai keanggotaan yang merupakan himpunan dari beberapa nilai pada interval $[0, 1]$ [6]. Setiap anggota pada *HFS* memiliki elemen kabur *hesitant* (*HFE*) yang dijelaskan oleh Xu dan Xia pada tahun 2011 sebagai nilai keanggotaan dari elemen *HFS* tersebut [9]. *HFS* diperluas menjadi himpunan kabur *hesitant* bernilai interval (*IVHFS*) oleh Chen dkk pada tahun 2013 dengan nilai keanggotaan tiap anggota yaitu elemen kabur *hesitant* bernilai interval (*IVHFE*) [3].

Ada beberapa topik kajian pada himpunan kabur, diantaranya yaitu ukuran entropi, ukuran jarak, dan ukuran kesamaan. Ketiga topik ini dinamakan dengan ukuran informasi. Entropi dari himpunan kabur menggambarkan tingkat ketidakjelasan dari himpunan kabur. Ukuran kesamaan dan ukuran jarak telah diaplikasikan

ke dalam berbagai aspek kehidupan salah satunya yaitu pengambilan keputusan berkelompok yang dijelaskan pada [8]. Penggunaan ukuran jarak yang akan digunakan pada penelitian ini yaitu jarak Hamming *hesitant* bernilai interval yang dinormalkan yang telah didefinisikan oleh Farhadinia pada tahun 2013 [4].

Ukuran kesamaan dan ukuran jarak pada *HFS* telah diperkenalkan oleh Xu dan Xia pada tahun 2011 [9]. Xu dan Xia juga telah mendefinisikan ukuran entropi pada *HFE* pada tahun 2012 [10]. Pada penelitian kali ini akan dibahas mengenai hubungan antara ukuran jarak, ukuran kesamaan, dan ukuran entropi pada *IVHFS* tersebut.

2. Landasan Teori

Misalkan X adalah suatu himpunan semesta.

2.1. Himpunan Kabur Bernilai Interval

Definisi 2.1. [11] Misalkan X suatu himpunan yang tak kosong. Himpunan kabur A atas X didefinisikan sebagai:

$$A = \{(x, \mu_A(x)) | x \in X\}, \quad (2.1)$$

dimana $\mu_A : X \rightarrow [0, 1]$, dan $\mu_A(x)$ disebut nilai keanggotaan atas X pada himpunan kabur A .

Definisi 2.2. [1] Misalkan X adalah suatu himpunan semesta yang tak kosong dan $I[0, 1]$ adalah himpunan dari semua subinterval tertutup dari interval $[0, 1]$. Suatu himpunan kabur bernilai interval A atas X didefinisikan sebagai:

$$A = \{(x, \mu_A(x)) | x \in X\}, \quad (2.2)$$

dimana $\mu_A : X \rightarrow I[0, 1]$, dan $\mu_A(x)$ disebut nilai keanggotaan atas X pada himpunan kabur bernilai interval A .

2.2. Himpunan Kabur Hesitant Bernilai Interval

Definisi 2.3. [4] Misalkan X merupakan himpunan semesta yang tak kosong dan $I[0, 1]$ adalah himpunan dari semua subinterval tertutup dari interval $[0, 1]$. $H_A(x)$ dinotasikan sebagai himpunan beberapa nilai berupa interval pada $[0, 1]$ yang dinamakan dengan elemen kabur *hesitant* bernilai interval. Himpunan kabur *hesitant* bernilai interval A atas X didefinisikan sebagai:

$$A = \{(x, H_A(x)) | x \in X\}, \quad (2.3)$$

dimana $H_A(x) = \{\gamma | \gamma \in I[0, 1]\}$.

Dalam hal ini $\gamma = [\gamma^L, \gamma^U]$ adalah interval, dimana $\gamma^L = \inf \gamma$ dan $\gamma^U = \sup \gamma$ berturut-turut menyatakan batas bawah terbesar dan batas atas terkecil dari γ .

Definisi 2.4. [12] Misalkan $a = [a^L, a^U]$ dan $b = [b^L, b^U]$ merupakan dua buah interval, dan $\lambda \geq 0$, maka didefinisikan:

- (1) a merupakan bilangan riil, jika $a^L = a^U$;
- (2) $a = b$ jika dan hanya jika $a^L = b^L$ dan $a^U = b^U$;
- (3) $a + b = [a^L + b^L, a^U + b^U]$;
- (4) $\lambda a = [\lambda a^L, \lambda a^U]$.

Definisi 2.5. [12] Misalkan $a = [a^L, a^U]$ dan $b = [b^L, b^U]$ merupakan dua buah interval, dan misalkan $k_a = a^U - a^L$ dan $k_b = b^U - b^L$, maka nilai kemungkinan $a \geq b$ didefinisikan sebagai:

$$p(a \geq b) = \max \left\{ 1 - \max \left\{ \frac{b^U - a^L}{k_a + k_b}, 0 \right\}, 0 \right\}. \quad (2.4)$$

Definisi di atas digunakan untuk membandingkan peringkat dari dua interval.

Definisi 2.6. [3] Misalkan $H_A(x)$, $H_B(x)$ merupakan dua buah IVHFE, maka operasi berikut berlaku:

- (1) $H_A^c(x) = \{[1 - H_A^{\sigma(j)U}(x), 1 - H_A^{\sigma(j)L}(x)] | H_A^{\sigma(j)}(x) \in H_A(x)\}$;
- (2) $H_A(x) \cup H_B(x) = \{[\max(H_A^{\sigma(j)L}(x), H_B^{\sigma(j)L}(x)), \max(H_A^{\sigma(j)U}(x), H_B^{\sigma(j)U}(x)))] | H_A^{\sigma(j)}(x) \in H_A(x), H_B^{\sigma(j)}(x) \in H_B(x)\}$;
- (3) $H_A(x) \cap H_B(x) = \{[\min(H_A^{\sigma(j)L}(x), H_B^{\sigma(j)L}(x)), \min(H_A^{\sigma(j)U}(x), H_B^{\sigma(j)U}(x)))] | H_A^{\sigma(j)}(x) \in H_A(x), H_B^{\sigma(j)}(x) \in H_B(x)\}$;
- (4) $H_A(x)^\lambda = \{[(H_A^{\sigma(j)L}(x))^\lambda, (H_A^{\sigma(j)U}(x))^\lambda] | H_A^{\sigma(j)}(x) \in H_A(x), \lambda > 0\}$;
- (5) $\lambda H_A(x) = \{[1 - (1 - H_A^{\sigma(j)L}(x))^\lambda, 1 - (1 - H_A^{\sigma(j)U}(x))^\lambda] | H_A^{\sigma(j)}(x) \in H_A(x), \lambda > 0\}$.

Definisi 2.7. [4] Misalkan A dan B suatu IVHFS atas X , maka susunan berikut berlaku:

$$A \leq B \text{ jika dan hanya jika } H_A^{\sigma(j)L}(x_i) \leq H_B^{\sigma(j)L}(x_i), H_A^{\sigma(j)U}(x_i) \leq H_B^{\sigma(j)U}(x_i),$$

dimana $1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq l_{x_i}$.

2.3. Ukuran Informasi Himpunan Kabur Hesitant Bernilai Interval

Definisi 2.8. [4] Misalkan $IVHFS(X)$ adalah himpunan dari semua himpunan kabur hesitant bernilai interval atas X dan misalkan $A, B, C \in IVHFS(X)$. Sebuah fungsi bernilai riil $d: IVHFS(X) \times IVHFS(X) \rightarrow [0, 1]$ disebut ukuran jarak untuk $IVHFS$ jika memenuhi sifat berikut:

- (d0) $0 \leq d(A, B) \leq 1$;
- (d1) $d(A, B) = d(B, A)$;
- (d2) $d(A, A^c) = 1$ jika dan hanya jika $A = \{[0, 0]\}$ atau $A = \{[1, 1]\}$;
- (d3) $d(A, B) = 0$ jika dan hanya jika $A = B$;
- (d4) Jika $A \leq B \leq C$, maka $d(A, B) \leq d(A, C)$ dan $d(B, C) \leq d(A, C)$,

dimana $A^c = \{(x, H_A^c(x)) | x \in X\}$ adalah komplemen dari $IVHFS$ A .

Definisi 2.9. [4] Misalkan $IVHFS(X)$ adalah himpunan dari semua himpunan kabur hesitant bernilai interval atas X dan misalkan $A, B, C \in IVHFS(X)$. Sebuah fungsi bernilai riil $S: IVHFS(X) \times IVHFS(X) \rightarrow [0, 1]$ disebut ukuran kesamaan untuk $IVHFS$ jika memenuhi sifat berikut:

- (S0) $0 \leq S(A, B) \leq 1$;
- (S1) $S(A, B) = S(B, A)$;
- (S2) $S(A, A^c) = 0$, jika $A = \{\overline{[0, 0]}\}$ atau $A = \{\overline{[1, 1]}\}$;
- (S3) $S(A, B) = 1$ jika dan hanya jika $A = B$;
- (S4) Jika $A \leq B \leq C$, maka $S(A, C) \leq S(A, B)$ dan $S(A, C) \leq S(B, C)$.

Definisi 2.10. [4] Misalkan $IVHFS(X)$ adalah himpunan dari semua himpunan kabur hesitant bernilai interval atas X dan misalkan $A, B \in IVHFS(X)$. Sebuah fungsi bernilai riil $E_d: IVHFS(X) \rightarrow [0, 1]$ disebut ukuran entropi yang bersesuaian dengan ukuran jarak untuk $IVHFS$ jika memenuhi sifat berikut:

- (E0) $0 \leq E_d(A) \leq 1$;
- (E1) $E_d(A) = 0$ jika dan hanya jika $A = \{\overline{[0, 0]}\}$ atau $A = \{\overline{[1, 1]}\}$;
- (E2) $E_d(A) = 1$ jika dan hanya jika $A = \left\{ \left[\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right] \right\}$;
- (E3) $E_d(A) = E_d(A^c)$;
- (E4) Jika $d \left(A, \left\{ \left[\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right] \right\} \right) \geq d \left(B, \left\{ \left[\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right] \right\} \right)$, maka $E_d(A) \leq E_d(B)$.

Definisi 2.11. [4] Misalkan A dan B suatu $IVHFS$ atas X dengan

$$H_A^{\sigma(j)}(x_i) = [H_A^{\sigma(j)L}(x_i), H_A^{\sigma(j)U}(x_i)], \quad H_B^{\sigma(j)}(x_i) = [H_B^{\sigma(j)L}(x_i), H_B^{\sigma(j)U}(x_i)].$$

Jarak Hamming hesitant bernilai interval yang dinormalkan didefinisikan sebagai:

$$d_{ivhnh}(A, B) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left[\frac{1}{2l_{x_i}} \sum_{j=1}^{l_{x_i}} \left(|H_A^{\sigma(j)L}(x_i) - H_B^{\sigma(j)L}(x_i)| + |H_A^{\sigma(j)U}(x_i) - H_B^{\sigma(j)U}(x_i)| \right) \right],$$

dimana $1 \leq i \leq n$, $1 \leq j \leq l_{x_i}$.

3. Pembahasan

Pada bagian ini akan dijelaskan hubungan antara ukuran-ukuran informasi pada himpunan kabur *hesitant* bernilai interval.

3.1. Transformasi Ukuran Jarak ke Ukuran Kesamaan pada Himpunan Kabur Hesitant Bernilai Interval

Teorema 3.1. [4] Misalkan $Z : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ merupakan fungsi monoton turun murni dan d adalah ukuran jarak untuk $IVHFS$. $IVHFS(X)$ adalah himpunan dari semua himpunan kabur hesitant bernilai interval atas X . Sebuah fungsi S_d yang didefinisikan sebagai,

$$S_d(A, B) = \frac{Z(d(A, B)) - Z(1)}{Z(0) - Z(1)} \quad (3.1)$$

adalah suatu ukuran kesamaan untuk IVHFS A dan B atas X berdasarkan pada jarak d yang bersesuaian.

Bukti. Misalkan $A, B \in IVHFS(X)$. Akan dibuktikan $S_d(A, B)$ memenuhi sifat ukuran kesamaan pada Definisi 2.9. Jelas bahwa $S_d(A, B)$ merupakan suatu ukuran kesamaan dengan menggunakan Definisi 2.8 dan sifat monoton turun murni dari fungsi Z . $\square$

3.2. Transformasi Ukuran Jarak ke Ukuran Entropi pada Himpunan Kabur Hesitant Bernilai Interval

Teorema 3.2. [4] Misalkan $Z : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ merupakan fungsi monoton turun murni dan d_{ivhnh} adalah jarak Hamming hesitant bernilai interval yang dinormalkan. $IVHFS(X)$ adalah himpunan dari semua himpunan kabur hesitant bernilai interval atas X . Sebuah fungsi $E_{d_{ivhnh}}$ yang didefinisikan sebagai,

$$E_{d_{ivhnh}}(A) = \frac{Z\left(2d_{ivhnh}\left(A, \left\{\left[\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]\right\}\right)\right) - Z(1)}{Z(0) - Z(1)} \quad (3.2)$$

adalah suatu ukuran entropi untuk IVHFS A atas X berdasarkan pada ukuran jarak d_{ivhnh} yang bersesuaian.

Bukti. Misalkan $A \in IVHFS(X)$. Akan ditunjukkan $E_{d_{ivhnh}}(A)$ memenuhi sifat ukuran entropi pada Definisi 2.10.

- (E0) $0 \leq E_{d_{ivhnh}}(A, B) \leq 1$ dengan menggunakan sifat monoton turun murni dari fungsi Z .
- (E1) Akan ditunjukkan $E_{d_{ivhnh}}(A) = 0$ jika dan hanya jika $A = \{\overline{[0, 0]}\}$ atau $A = \{\overline{[1, 1]}\}$.
 $(\Rightarrow)$ Misalkan $E_{d_{ivhnh}}(A) = 0$. Akan ditunjukkan $A = \{\overline{[0, 0]}\}$ atau $A = \{\overline{[1, 1]}\}$. Dengan menggunakan sifat monoton turun murni dari Z diperoleh,

$$d_{ivhnh}\left(A, \left\{\left[\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]\right\}\right) = \frac{1}{2}. \quad (3.3)$$

Selanjutnya, substitusi persamaan (3.3) ke definisi d_{ivhnh} dan diperoleh $A = \{\overline{[1, 1]}\}$.

$(\Leftarrow)$ Misalkan $A = \{\overline{[0, 0]}\}$ atau $A = \{\overline{[1, 1]}\}$. Akan ditunjukkan $E_{d_{ivhnh}}(A) = 0$.
 (a) Untuk $A = \{\overline{[0, 0]}\}$.

$$\begin{aligned} E_{d_{ivhnh}}(A) &= \frac{Z\left(2d_{ivhnh}\left(\{\overline{[0, 0]}\}, \left\{\left[\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]\right\}\right)\right) - Z(1)}{Z(0) - Z(1)} \\ &= 0. \end{aligned}$$

(b) Untuk $A = \{\overline{[1, 1]}\}$ cara sama dengan (a).

- (E2) Akan ditunjukkan $E_{d_{ivhnh}}(A) = 1$ jika dan hanya jika $A = \left\{ \left[\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right] \right\}$.
- ($\Rightarrow$) Misalkan $E_{d_{ivhnh}}(A) = 1$. Karena Z fungsi satu-satu, diperoleh $A = \left\{ \left[\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right] \right\}$.
- ($\Leftarrow$) Misalkan $A = \left\{ \left[\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right] \right\}$. Akan ditunjukkan $E_{d_{ivhnh}}(A) = 1$ dengan menggunakan sifat fungsi dari Z , sehingga diperoleh
- $$E_{d_{ivhnh}}(A) = 1.$$
- (E3) Akan ditunjukkan $E_{d_{ivhnh}}(A) = E_{d_{ivhnh}}(A^c)$.
Substitusi nilai dari ukuran jarak ke $E_{d_{ivhnh}}(A)$, sehingga diperoleh $E_{d_{ivhnh}}(A) = E_{d_{ivhnh}}(A^c)$.
- (E4) $E_{d_{ivhnh}}(A) \leq E_{d_{ivhnh}}(B)$ dengan menggunakan sifat monoton turun murni dari fungsi Z . $\square$

3.3. Transformasi Ukuran Entropi ke Ukuran Kesamaan pada Himpunan Kabur Hesitant Bernilai Interval

Definisi 3.3. [4] Misalkan $IVHFS(X)$ adalah himpunan dari semua himpunan kabur hesitant bernilai interval atas X , dan $A, B \in IVHFS(X)$. Sebuah fungsi $q: IVHFS(X) \times IVHFS(X) \rightarrow IVHFS(X)$ didefinisikan sebagai:

$$q(A, B) = \{(x_i, H_{q(A,B)}(x_i)) | x_i \in X\},$$

dimana $H_{q(A,B)}(x_i) = \{H_{q(A,B)}^{\sigma(j)}(x_i) | x_i \in X, 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq l_{x_i}\}$ merupakan nilai keanggotaan dari $q(A, B)$ dan $H_{q(A,B)}^{\sigma(j)}(x_i)$ memenuhi definisi sebagai berikut:

$$H_{q(A,B)}^{\sigma(j)}(x_i) = [H_{q(A,B)}^{\sigma(j)L}(x_i), H_{q(A,B)}^{\sigma(j)U}(x_i)], \quad 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq l_{x_i},$$

dimana

$$H_{q(A,B)}^{\sigma(j)L}(x_i) = \frac{1 - |H_A^{\sigma(j)L}(x_i) - H_B^{\sigma(j)L}(x_i)|}{2},$$

$$H_{q(A,B)}^{\sigma(j)U}(x_i) = \frac{1 - |H_A^{\sigma(j)U}(x_i) - H_B^{\sigma(j)U}(x_i)|}{2}.$$

Teorema 3.4. [4] Misalkan $IVHFS(X)$ adalah himpunan dari semua himpunan kabur hesitant bernilai interval atas X dan misalkan $A, B \in IVHFS(X)$. Sebuah fungsi $T: [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ merupakan fungsi monoton naik murni dan E_d merupakan ukuran entropi yang bersesuaian dengan jarak d untuk $IVHFS$. Sebuah fungsi S_d yang didefinisikan sebagai

$$S_d(A, B) = \frac{T(E_d(q(A, B))) - T(0)}{T(1) - T(0)} \quad (3.4)$$

adalah suatu ukuran kesamaan untuk $IVHFS$ A dan B atas X .

Bukti. Misalkan $A, B \in IVHFS(X)$. Akan dibuktikan $S_d(A, B)$ memenuhi sifat ukuran entropi pada Definisi 2.9.

- (S0) $0 \leq S_d(A, B) \leq 1$ dengan menggunakan sifat monoton naik murni dari fungsi T .
- (S1) Akan ditunjukkan $S_d(A, B) = S_d(B, A)$.
Berdasarkan Definisi 3.3 diperoleh $q(A, B) = q(B, A)$ dan menggunakan sifat fungsi dari T sehingga $S_d(A, B) = S_d(B, A)$.
- (S2) Akan ditunjukkan $S_d(A, A^c) = 0$. Substitusi nilai $A = \{\overline{[0, 0]}\}$ atau $A = \{\overline{[1, 1]}\}$ ke Definisi 3.3.1, sehingga diperoleh $S_d(A, A^c) = 0$.
- (S3) $S_d(A, B) = 1$ jika dan hanya jika $A = B$ dengan menggunakan sifat ukuran entropi dan sifat fungsi satu-satu dari T .
- (S4) Misalkan $A \leq B \leq C$. Akan ditunjukkan $S_d(A, C) \leq S_d(A, B)$ dan $S_d(A, C) \leq S_d(B, C)$.

Berdasarkan Definisi 2.7, diperoleh bahwa

$$\begin{aligned} H_A^{\sigma(j)L}(x_i) &\leq H_B^{\sigma(j)L}(x_i) \leq H_C^{\sigma(j)L}(x_i), \\ H_A^{\sigma(j)U}(x_i) &\leq H_B^{\sigma(j)U}(x_i) \leq H_C^{\sigma(j)U}(x_i). \end{aligned}$$

Akibatnya,

(i)

$$\begin{aligned} 0 &\leq |H_A^{\sigma(j)L}(x_i) - H_B^{\sigma(j)L}(x_i)| \leq |H_A^{\sigma(j)L}(x_i) - H_C^{\sigma(j)L}(x_i)|, \\ 0 &\leq |H_A^{\sigma(j)U}(x_i) - H_B^{\sigma(j)U}(x_i)| \leq |H_A^{\sigma(j)U}(x_i) - H_C^{\sigma(j)U}(x_i)|. \end{aligned}$$

(ii)

$$\begin{aligned} 0 &\leq |H_B^{\sigma(j)L}(x_i) - H_C^{\sigma(j)L}(x_i)| \leq |H_A^{\sigma(j)L}(x_i) - H_C^{\sigma(j)L}(x_i)|, \\ 0 &\leq |H_B^{\sigma(j)U}(x_i) - H_C^{\sigma(j)U}(x_i)| \leq |H_A^{\sigma(j)U}(x_i) - H_C^{\sigma(j)U}(x_i)|. \end{aligned}$$

Karena T fungsi monoton naik murni, maka $S_d(A, C) \leq S_d(A, B)$ dan $S_d(A, C) \leq S_d(B, C)$.

Oleh karena $S_d(A, B)$ memenuhi sifat (S0) sampai (S4), maka terbukti $S_d(A, B)$ merupakan suatu ukuran kesamaan. $\square$

4. Kesimpulan

Dari pembahasan dapat disimpulkan bahwa:

- (1) Suatu hubungan antara ukuran jarak dengan ukuran kesamaan pada himpunan kabur *hesitant* bernilai interval dapat dinyatakan sebagai

$$S_d(A, B) = \frac{Z(d(A, B)) - Z(1)}{Z(0) - Z(1)}.$$

- (2) Suatu hubungan antara ukuran jarak dengan ukuran entropi pada himpunan kabur *hesitant* bernilai interval dengan menggunakan jarak Hamming *hesitant* bernilai interval yang dinormalkan dapat dinyatakan sebagai

$$E_{d_{ivhnh}}(A) = \frac{Z\left(2d_{ivhnh}\left(A, \left\{\left[\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]\right\}\right)\right) - Z(1)}{Z(0) - Z(1)}.$$

- (3) Suatu hubungan antara ukuran entropi dengan ukuran kesamaan pada himpunan kabur *hesitant* bernilai interval dapat dinyatakan sebagai

$$S_d(A, B) = \frac{T(E_d(q(A, B))) - T(0)}{T(1) - T(0)}.$$

5. Ucapan Terima kasih

Penulis mengucapkan terima kasih kepada Bapak Dr. Admi Nazra, Ibu Dr. Yanita, Ibu Dr. Arrival Rince Putri, dan Ibu Hazmira Yozza, M.Si yang telah memberikan masukan dan saran sehingga jurnal ini dapat diselesaikan dengan baik.

Daftar Pustaka

- [1] Atanassov, K dan G. Gargov. 1989. Interval-valued intuitionistic fuzzy sets. *Fuzzy Sets and Systems*. **31**: 343 – 349
- [2] Bartle, R.G dan D.R. Sherbert. 2010. *Introduction to Real Analysis*. Fourth Edition. United States: John Wiley and Sons
- [3] Chen, N., Z. Xu, dan M. Xia. 2013. Interval-valued hesitant preference relations and their applications to group decision making. *Based Systems*. **37**: 528 – 540
- [4] Farhadinia, B. 2013. Information measure for hesitant fuzzy sets and interval-valued hesitant fuzzy sets. *Information Sciences*. **240**: 129 – 144
- [5] Luca, A. de dan S. Termini. 1972. A definition of a nonprobabilistic entropy in the setting of fuzzy sets theory. *Information and Computation*. **20**: 301 – 312
- [6] Torra, V. dan Y. Narukawa. 2009. On hesitant fuzzy sets and decision. In: *Proceeding of the 18th IEEE International Conference on Fuzzy System, Jeju Island*, pp. 1378 – 1382
- [7] Wang, P.Z. 1982. Theory of fuzzy sets and their application. *Shanghai Science and Technology Publishing House*.
- [8] Xu, Z.S dan J. Chen. 2007. Approach to group decision making based on interval-valued intuitionistic judgement matrices. *System Engineering Theory and Practice*. **27**: 126 – 133
- [9] Xu, Z. dan M. Xia. 2011. Distance and similarity measures for hesitant fuzzy sets. *Information Sciences*. **181**: 2128 – 2138
- [10] Xu, Z. dan M. Xia. 2012. Hesitant fuzzy entropy and cross-entropy and their use in multiattribute decision-making. *International of Intelligent Systems*. **27**: 799 – 822
- [11] Zadeh, L.A. 1965. Fuzzy sets. *Information and computation*. **8**: 338 – 353
- [12] Zhang, Haidong, L. Xiong, dan W. Ma. 2015. On interval-valued hesitant fuzzy soft sets. *Mathematical Problems in Engineering*. **2015**: 17