BILANGAN RAINBOW CONNECTION UNTUK BEBERAPA GRAF CORONA SISI

NURHASANAH, SYAFRIZAL SY, LYRA YULIANTI

*Program Magister Jurusan Matematika,
 Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Andalas,
 Kampus UNAND Limau Manis Padang, Indonesia,
 motoxtrail@gmail.com*

Abstrak. Suatu lintasan uPv dikatakan sebagai *rainbow path* pada G jika tidak ada dua sisi pada P yang berwarna sama. Suatu graf G dikatakan *rainbow-connected* terhadap pewarnaan sisi-sisi, jika G memuat lintasan *rainbow* $u - v$ untuk setiap dua titik u dan v pada G . Suatu pewarnaan sisi dimana G bersifat *rainbow connected* dinamakan *rainbow coloring* terhadap G . Pada tulisan ini akan ditentukan bilangan *rainbow connection* untuk *corona sisi* dari beberapa graf sederhana, yaitu $rc(G \diamond H)$ untuk G atau H adalah graf lengkap K_n , graf lintasan P_n dan graf siklus C_n , $n \geq 3$.

Kata Kunci: Graf lengkap, lintasan, siklus, bilangan *rainbow connection*

1. Pendahuluan

Konsep dari *rainbow connection* diperkenalkan oleh Chartrand [2] pada tahun 2008. Misalkan G merupakan suatu graf terhubung *nontrivial*, definisikan suatu pewarnaan $c : E(G) \rightarrow \{1, 2, \dots, n\}$, $n \in \mathbb{N}$, dimana sisi yang bertetangga boleh berwarna sama. Suatu lintasan uPv dikatakan sebagai *rainbow path* pada G jika tidak ada dua sisi pada P yang berwarna sama. Suatu graf G bersifat *rainbow-connected* terhadap pewarnaan sisi-sisi, jika G memuat lintasan *rainbow* $u - v$ untuk setiap dua titik u dan v pada G . Suatu pewarnaan sisi yang menyebabkan G *rainbow connected* dinamakan *rainbow coloring* terhadap G . Bilangan *rainbow connection* (*rainbow connection number*) dari G dilambangkan dengan $rc(G)$, didefinisikan sebagai minimum dari banyaknya warna yang diberikan pada G sedemikian sehingga G merupakan graf terhubung (*rainbow connected*).

Misalkan c merupakan suatu pewarnaan *rainbow* dari graf terhubung G . Untuk dua titik u dan v pada G , suatu *rainbow* $u - v$ *geodesic* pada G adalah lintasan *rainbow* $u - v$, dengan panjang lintasan $u - v$ merupakan jarak antara titik u dan v . Graf G merupakan *strongly rainbow connected* jika G memuat suatu *rainbow* $u - v$ *geodesic* untuk setiap dua titik pada G . Jika G *strongly rainbow connected* maka pewarnaan c dinamakan *strong rainbow connection number* $src(G)$ terhadap G . Suatu *strong rainbow coloring* dari G dengan menggunakan $src(G)$ warna dinamakan sebagai suatu *minimum strong rainbow coloring* dari G . Sehingga $rc(G) \leq src(G)$ untuk setiap graf terhubung G .

2. Corona Sisi pada Beberapa Graf

Corona yang dari beberapa graf dibedakan menjadi dua, yaitu graf *corona* yang diperkenalkan oleh Frucht dan Harary [7] dan graf *corona sisi* yang diperkenalkan oleh Hou dan Shiu [4]. Graf corona antara graf G dan H dinotasikan dengan $G \circ H$, sedangkan graf *corona sisi* dilambangkan dengan $G \diamond H$.

Definisi 2.1. [4] Misalkan graf G dan H mempunyai m dan n titik, serta p dan q sisi. Graf **corona sisi** G dan H atau $G \diamond H$ didefinisikan sebagai suatu graf yang dikonstruksi dari satu graf G dan p duplikat dari H , yaitu $H_i, i = 1, 2, \dots, p$, dimana titik ujung setiap sisi ke- i pada G terhubung pada setiap titik H di setiap ke- p copynya.

Berdasarkan definisi, diperoleh bahwa graf corona sisi $G \diamond H$ memiliki $m + pn$ titik dan $p + 2pn + pq$ sisi. Banyaknya sisi pada suatu graf G dikatakan sebagai ukuran dari G .

3. Bilangan Rainbow Connection pada Beberapa Graf

Jika G merupakan graf terhubung *nontrivial* berukuran m , maka $\text{diam}(G) \leq \text{rc}(G) \leq \text{src}(G) \leq m$, dimana $\text{diam}(G)$ merupakan diameter pada G .

Proposisi 3.1. [2] Misalkan G merupakan graf terhubung *nontrivial* berukuran m . Maka

- (1) $\text{rc}(G) = 1$ jika dan hanya jika G merupakan graf lengkap, $\text{src}(G) = 1$ jika dan hanya jika G merupakan graf lengkap,
- (2) $\text{rc}(G) = 2$ jika dan hanya jika $\text{src}(G) = 2$,
- (3) $\text{rc}(G) = m-1$ jika dan hanya jika graf G merupakan graf pohon, $\text{src}(G) = m-1$ jika dan hanya jika graf G merupakan graf pohon.

Proposisi 3.2. [2] Untuk setiap bilangan bulat positif $n \geq 4$ berlaku

$$\text{rc}(C_n) = \text{src}(C_n) = \lceil \frac{n}{2} \rceil.$$

4. Bilangan Rainbow Connection untuk Corona Sisi Beberapa Graf

Pada teorema berikut ini disajikan bilangan *rainbow connection* untuk graf *corona sisi* graf lengkap dua titik dengan beberapa graf tertentu yaitu graf lintasan, graf siklus dan graf lengkap.

Teorema 4.1. Misalkan terdapat graf $G \cong K_2$. Maka

$$\text{rc}(K_2 \diamond H) = \begin{cases} 1, & \text{untuk } H \cong K_n, n \geq 1 \\ 2, & \text{untuk } H \cong P_n, 3 \leq n \leq 12, \text{ atau} \\ & \text{untuk } H \cong C_n, 4 \leq n \leq 12, \\ 3, & \text{untuk } H \cong P_n, n \geq 13, \text{ atau} \\ & \text{untuk } H \cong C_n, n \geq 13. \end{cases}$$

Bukti. Perhatikan dua kasus berikut.

(Kasus 1.) Untuk $G \cong K_2$ dan $H \cong K_n$.

Berdasarkan definisi graf *corona sisi*, maka graf $K_2 \diamond K_n \cong K_{2+n}$ merupakan graf lengkap, maka berdasarkan Proposisi 3.1(1) diperoleh $rc(K_2 \diamond K_n) = rc(K_{2+n}) = 1$.

(Kasus 2.) Bagian 1. Untuk $G \cong K_2$ dan $H \cong P_n$ dengan $3 \leq n \leq 12$.

Misalkan himpunan titik pada K_2 adalah $V(K_2) = \{x_1, x_2\}$ dan himpunan titik pada P_n adalah $V(P_n) = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}$, $E(P_n) = \{y_i y_{i+1}; i = \{1, 2, \dots, n-1\}\}$. Definisikan suatu 2-coloring pada sisi-sisi P_n , $3 \leq n \leq 12$ sebagai berikut.

$$c(e) = \begin{cases} 1, & \text{jika } e = x_1 x_2, e = x_1 y_i; i = 1, 2, \dots, 6, e = x_2 y_i; i = 4, 5, 6, 10, 11, 12, \\ & \text{dan } e = y_i y_{i+1}; i \text{ ganjil,} \\ 2, & \text{jika } e = x_1 y_i; i = 7, 8, \dots, 12, e = x_2 y_i; i = 1, 2, 3, 7, 8, 9, \\ & \text{dan } e = y_i y_{i+1}; i \text{ genap.} \end{cases}$$

Maka $c(e) = 2$ untuk setiap $e \in E(K_2 \diamond P_n)$, $3 \leq n \leq 12$ akan terdapat *rainbow 2-coloring*. Ini akan mengakibatkan $rc(K_2 \diamond P_n, 3 \leq n \leq 12) \leq 2$. Karena $K_2 \diamond P_n$ bukan graf lengkap, maka $rc(K_2 \diamond P_n, 3 \leq n \leq 12) > 1$. Jelas bahwa $1 < rc(K_2 \diamond P_n, 3 \leq n \leq 12) \leq 2$ maka haruslah $rc(K_2 \diamond P_n, 3 \leq n \leq 12) = 2$.

Bagian 2. Untuk $G \cong K_2$ dan $H \cong C_n$ dengan $4 \leq n \leq 12$.

Dengan metode pembuktian yang sama dengan Kasus 2 bagian 1, diperoleh bahwa $rc(K_2 \diamond C_n; 4 \leq n \leq 12) = 2$.

(Kasus 3.) Bagian 1. Untuk $G \cong K_2$ dan $H \cong P_n$ dengan $n \geq 13$.

Misalkan x dan y adalah titik pada K_2 dan $V(P_n) = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$. Definisikan suatu pewarnaan pada sisi-sisi $K_2 \diamond P_n$; $n \geq 13$ yaitu 3-coloring $c : E(K_2 \diamond P_n; n \geq 13) \rightarrow \{1, 2, 3\}$ sebagai berikut. Berikan pewarnaan

$$c(tz) = \begin{cases} 1, & \text{jika } tz = xv_i, i = 1, 2, \dots, n, \\ 2, & \text{jika } tz = yv_i, i = 1, 2, \dots, n-1, \\ 3, & \text{jika } tz = xy, \end{cases}$$

maka akan terdapat *rainbow path* $v_i P v_j$ yaitu $v_i x y v_j$; $v_i v_j \in P_n; j = \{1, 2, \dots, n\}$. Karena $diam(K_2 \diamond P_n; n \geq 13) = 2$, maka $rc(K_2 \diamond P_n; n \geq 13) \geq 2$. Asumsikan bahwa $rc(K_2 \diamond P_n; n \geq 13) = 2$. Misalkan c' merupakan *rainbow 2-coloring* dari $(K_2 \diamond P_n; n \geq 13)$. Pilihlah pewarnaan pada sisi $c'(xv_j) = 1$, $c'(yv_j) = 2$; $j = 1, 2, \dots, n-1$. Kemudian berikan pewarnaan sisi-sisi pada P_n dengan $c'(v_i v_{i+1}) = 1$ dan $c'(v_{i+1} v_{i+2}) = 2$. Maka untuk dua titik yang tidak bertetangga pada P_n , diperoleh bahwa $c'(xv_i) = c'(xv_j)$, sehingga tidak terdapat *rainbow path* pada P_n . Sehingga haruslah $rc(K_2 \diamond P_n; n \geq 13) > 2$. Diperoleh $2 < rc(K_2 \diamond P_n; n \geq 13) \leq 3$ maka haruslah $rc(K_2 \diamond P_n; n \geq 13) = 3$. Bagian 2. Untuk $G \cong K_2$ dan $H \cong C_n$ dengan $n \geq 13$.

Dengan metode pembuktian yang sama dengan kasus 3 bagian 1, Misalkan $V(K_2) = \{x_1, x_2\}$ dan himpunan titik pada C_n adalah $V(C_n) = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}$, $E(C_n) = \{y_i y_{i+1}\}$ maka akan diperoleh $rc(K_2 \diamond C_n; n \geq 13) = 3$. $\square$

Pada teorema berikut ini akan diberikan bilangan *rainbow connection* untuk beberapa graf *corona sisi* dari graf lengkap, graf lintasan dan graf siklus masing-masing dengan graf lengkap.

Teorema 4.2. *Bilangan rainbow connection untuk beberapa graf corona sisi $G \diamond H$ dengan $H \cong K_n; n \geq 1$ adalah sebagai berikut.*

$$rc(G \diamond K_n) = \begin{cases} 3, & \text{untuk } G \cong K_m; m \geq 4, \\ m-1, & \text{untuk } G \cong P_m; m \geq 3, \\ \lfloor \frac{m}{2} \rfloor + 1, & \text{untuk } G \cong C_m; m \geq 3. \end{cases}$$

Bukti. Perhatikan tiga kasus berikut.

(Kasus 1.) Untuk $G \cong K_m$ dan $H \cong K_n$ merupakan graf lengkap.

Definisikan suatu pewarnaan pada sisi-sisi $K_m \diamond K_n; m \geq 4$ yaitu β -coloring $c : E(P_n) \rightarrow \{1, 2, 3\}$ sebagai berikut. Misalkan $x, y \in K_m, u_i, v_i \in K_{ni}, u_j, v_j \in K_{nj}; i = j = \{1, 2, \dots, n\}$, berikan pewarnaan $c(E(xy)) = 1, c(xu_i) = c(yu_i) = 2$ dan $c(xv_i) = c(yv_i) = 3; i = 1, 2, \dots, n$. Misalkan $u_i \in K_{ni}$ dan $v_j \in K_{nj}$ maka $u_i P v_j$ merupakan *rainbow path* yaitu $u_i x y v_j$ atau $u_i y x v_j$. Hal ini mengakibatkan bahwa $K_m \diamond K_n$ memuat *rainbow 3-coloring* atau $rc(K_m \diamond K_n) \leq 3$.

Akan ditunjukkan bahwa $rc(K_m \diamond K_n) \geq 3$, untuk $m, n \geq 4$. Misalkan terdapat *rainbow 2-coloring* pada graf $(K_m \diamond K_n)$. Definisikan suatu pewarnaan $c'(K_m \diamond K_n) \rightarrow \{1, 2\}$ maka tidak mungkin terdapat *rainbow path* untuk dua titik sebarang uv pada $K_m \diamond K_n$, karena $diam(u_i v_j) = 3$. Sehingga haruslah $rc(K_m \diamond K_n) \geq 3$. Dapat disimpulkan bahwa $3 \leq rc(K_m \diamond K_n) \leq 3$, sehingga haruslah $rc(K_m \diamond K_n) = 3$.

(Kasus 2.) Untuk $G \cong P_m$ dan $H \cong K_n$.

Berdasarkan Proposisi 3.1(3), maka $rc(P_m) = m - 1$. Pada graf $P_m \diamond K_n$ akan terdapat sebanyak $n - 1$ graf lengkap K_{2+n} . Berdasarkan Proposisi 3.1(1), maka $rc(K_{2+n}) = 1$. Misalkan terdapat *rainbow (n-1) coloring* pada graf $(P_m \diamond K_n)$. Definisikan suatu pewarnaan $c(K_m \diamond K_n) \rightarrow \{1, 2, \dots, (m-1)\}$. Misalkan $V(P_m) = \{v_1, v_2, \dots, v_m\}, E(P_m) = \{v_i v_{i+1}; i = \{1, 2, \dots, m-1\}\}$ dan $V(K_n) = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}, E(K_n) = \{x_i x_{i+1}; i = \{1, 2, \dots, n-1\}\}$. Maka berikan pewarnaan $c(v_i v_{i+1}) = c(v_i x_i) = c(v_{i+1} x_{i+1}) = i; i = 1, 2, \dots, m-1$. Maka untuk setiap dua titik pada graf $P_m \diamond K_n$ akan terdapat *rainbow path*. Hal ini mengakibatkan bahwa $P_m \diamond K_n$ merupakan *rainbow (m-1) coloring* atau $rc(P_m \diamond K_n) \leq m - 1$.

Akan ditunjukkan bahwa $rc(P_m \diamond K_n) \geq m - 1$. Misalkan terdapat *rainbow (m-2) -coloring* pada graf $P_m \diamond K_n$, maka tidak terdapat lintasan *rainbow* untuk dua titik ujung pada P_m . Haruslah $rc(P_m \diamond K_n) > m - 2$. Dapat disimpulkan bahwa $m - 2 < rc(P_m \diamond K_n) \leq m - 1$ atau $rc(P_m \diamond K_n) = m - 1$.

(Kasus 3.) Untuk $G \cong C_m$ dan $H \cong K_n$.

Berdasarkan Proposisi 3.2, $rc(C_m) = \lceil \frac{n}{2} \rceil$. Pada graf $C_m \diamond K_n$ akan terdapat sebanyak n buah graf lengkap. Akan kita kelompokkan pewarnaan pada graf $C_m \diamond K_n$ berdasarkan banyaknya titik pada graf siklus C_m .

Jika titik pada graf siklus adalah genap, misalkan $m = 2k$ untuk bilangan bulat $k \geq 2$ maka $rc(C_m) \geq diam(C_m) = k$. Pewarnaan sisi c_0 dari C_m didefinisikan oleh $c_0(e_i) = i$ untuk $1 \leq i \leq k$, dan $c_0(e_i) = i - k$ untuk $k + 1 \leq i \leq n$. Misalkan $V(C_m) = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}, E(C_m) = \{x_i x_{i+1} | 1 \leq i \leq n\}$ dan him-

punan titik pada K_n adalah $V(K_n) = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}$, $E(K_n) = \{\{y_i y_j\}; i, j \in \{1, 2, \dots, n, i \neq j\}\}$. Definisikan pewarnaan pada sisi-sisi n buah graf lengkap siklus C_m , yaitu

$$c_0(x_i x_{i+1}) = c_0(x_i C_n) = c_0(x_{i+1} C_n); i = 1, 3, \dots, n-1.$$

Kemudian untuk k buah graf lengkap yang belum memperoleh pewarnaan, berikan pewarnaan baru untuk sisi graf lengkap yang bukan siklusnya ($x_i C_n$) dan $x_{i+1} C_n$ yaitu $c_0(\lceil \frac{n}{2} \rceil + 1)$ dan untuk siklusnya $c_0(e_i) = i - k$. Maka untuk setiap dua titik pada graf $C_m \diamond K_n$ akan terdapat *rainbow path*, sehingga $rc(C_m \diamond K_n) \leq k + 1; n = 2k$.

Kemudian akan ditunjukkan $rc(C_m \diamond K_n) \geq k + 1$. Misalkan $rc(C_m \diamond K_n) = k$ dengan pewarnaan $c_0(C_m \diamond K_n) \rightarrow \{1, 2, \dots, k\}$, maka untuk setiap dua titik pada K_{ni} dan K_{nj} tidak akan terdapat *rainbow path*, karena $diam(C_m \diamond K_n) = k + 1$. Jadi haruslah $rc(C_m \diamond K_n) > k$ atau $rc(C_m \diamond K_n) \geq k + 1$. Karena $rc(C_m \diamond K_n) \leq k + 1$ dan $rc(C_m \diamond K_n) \geq k + 1$, maka $k + 1 \leq rc(C_m \diamond K_n) \leq k + 1$. Dapat disimpulkan bahwa untuk n genap, berlaku $rc(C_m \diamond K_n) = k + 1$.

Misalkan banyaknya titik pada graf lingkaran adalah ganjil. Misalkan $m = 2k + 1$ untuk bilangan bulat $k \geq 2$ maka $rc(C_m) \geq diam(C_m) = k$. Pewarnaan sisi c_1 dari C_m didefinisikan oleh $c_1(e_i) = i$ untuk $1 \leq i \leq k + 1$ dan $c_1(e_i) = i - k - 1$ jika $k + 2 \leq i \leq m$. Kemudian definisikan pewarnaan pada sisi-sisi n buah graf lengkap pada siklus C_m yaitu $c_1(x_i x_{i+1}) = c_0(x_i y_i) = c_0(x_{i+1} y_{i+1}); i = \{1, 3, \dots, m-1\}$. Kemudian untuk $k - 1$ buah graf lengkap yang belum memperoleh pewarnaan, berikan pewarnaan $c_1 : E(C_m \diamond K_n) \rightarrow \{1, 2, \dots, k + 1\}$. Maka untuk setiap dua titik pada graf $C_m \diamond K_n$ akan terdapat *rainbow path*, sehingga $rc(C_m \diamond K_n) \leq k + 1; n = 2k + 1$.

Kemudian akan ditunjukkan $rc(C_m \diamond K_n) \geq k + 1$. Misalkan $rc(C_m \diamond K_n) = k$ maka berdasarkan Proposisi 2.4, haruslah $rc(C_m) = k + 1$, karena jika $rc(C_m) = k$ akan mengakibatkan tidak ada lintasan *rainbow* untuk x_i, x_j sebarang pada C_m . Hal ini mengakibatkan $rc(C_m \diamond K_n) > k$, karena $C_m \subset (C_m \diamond K_n)$. Maka haruslah $rc(C_m \diamond K_n) > k$ atau $rc(C_m \diamond K_n) \geq k + 1$. Diperoleh $k + 1 \leq rc(C_m \diamond K_n) \leq k + 1$ atau $rc(C_m \diamond K_n) = k + 1$.

Berdasarkan ketiga kasus diatas, diperoleh bahwa $rc(C_m \diamond K_n) \geq k + 1$, dengan $k = diam(C_m) = \lfloor \frac{m}{2} \rfloor$, sehingga $rc(C_m \diamond K_n) = \lfloor \frac{m}{2} \rfloor + 1$. $\square$

Selanjutnya akan dikaji bilangan *rainbow connection* pada *corona sisi* antara graf yang sama, yaitu graf lengkap dengan graf lengkap dan graf lintasan dengan graf lintasan.

Akibat 4.3. *Misal terdapat graf lengkap K_m dan K_n , maka $rc(K_m \diamond K_n) = rc(K_n \diamond K_m) = 3; m, n \geq 4$.*

Bukti. Dapat ditunjukkan bahwa $K_m \diamond K_n \not\cong K_n \diamond K_m$. Selanjutnya, dengan metode pembuktian yang sama dengan Teorema 4.2 (1), diperoleh bahwa $rc(K_m \diamond K_n) = 3; m \geq 4, n \geq 1$. Berdasarkan hal tersebut dapat diperoleh $rc(K_n \diamond K_m) = 3; m, n \geq 4$. Disimpulkan bahwa $rc(K_m \diamond K_n) = rc(K_n \diamond K_m) = 3; m, n \geq 4$. $\square$

Pada teorema berikut diberikan bilangan *rainbow connection* untuk *corona sisi* antara graf lintasan dengan graf lintasan.

Teorema 4.4. Misal terdapat dua graf lintasan P_m dan P_n ; $m, n \geq 3$, maka

$$rc(P_m \diamond P_n) = \begin{cases} m - 1, & \text{untuk } m \geq n, \\ m + 1, & \text{untuk } m < n. \end{cases}$$

Bukti. Perhatikan dua kasus berikut.

(Kasus 1.) Untuk $G \cong P_m$ dan $H \cong P_n$ dengan $m \geq n$.

Misalkan himpunan titik pada P_m adalah $V(P_m) = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$ dan himpunan titik pada P_n adalah $V(P_n) = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$. Definisikan suatu pewarnaan pada sisi-sisi $P_m \diamond P_n$ yaitu $(m-1)$ -coloring $c : E(P_m \diamond P_n) \rightarrow \{1, 2, \dots, m-1\}$ sebagai berikut. Untuk $m = n$, berikan pewarnaan *rainbow connection* pada graf P_m yang sama dengan setiap duplikat pada graf P_n ; $c(P_m) = c(P_n)$. Selanjutnya, $c(x_i x_{i+1}) = c(x_i v_i) = c(x_{i+1} v_i)$. Sedangkan untuk $m > n$, berikan pewarnaan *rainbow connection* yang sama dengan kasus $m = n$, akan tetapi karena $m > n$ maka berikan pewarnaan $c : E(P_n) = 1, 2, \dots, n$. Maka untuk setiap dua titik pada $P_m \diamond P_n$ akan terdapat *rainbow path*. Sehingga $rc(P_m \diamond P_n; m \geq n) = m - 1$.

(Kasus 2.) Untuk $G \cong P_m$ dan $H \cong P_n$ dengan $m < n$.

Berikan pewarnaan pada $P_m \diamond P_n$ sesuai dengan kasus $m \geq n$. Bedanya pada $c(x_i P_n) = m$ dan $c(y_i P_n) = m + 1$. Maka untuk setiap dua titik $P_m \diamond P_n$ akan terdapat *rainbow path*. Sehingga $rc(P_m \diamond P_n; m < n) = m + 1$. $\square$

5. Ucapan Terima Kasih

Penulis mengucapkan terima kasih kepada Bapak Dr. Admi Nazra, Bapak Dr. Mahdhivan Syafwan dan Ibu Dr. Yanita yang telah memberikan masukan dan saran, sehingga tulisan ini dapat diselesaikan dengan baik.

Daftar Pustaka

- [1] Bondy, J.A., U.S.R. Murty, 2008. *Graph Theory*, Graduated Texts In Mathematics. Springer. New York.
- [2] Chartrand, G., G.L. Johns, K.A. McKeon, P. Zhang, 2008. Rainbow connection in graphs, *Math. Bohem.*: 85 – 98
- [3] Diestel, Reinhard, 2005. *Graph Theory*, Electronic Edition 3. New York.
- [4] Hou, Y. dan W. C. Shiu, 2010. The Spectrum of The Edge Corona of Two Graph. *Electronic Journal of Linear Algebra* **20**: 586 – 594
- [5] Ramya, N. K. Rangarajan, R. Sattanathan, 2012. On Rainbow Coloring of Some Classes of Graphs, *International Journal of Computer Applications*, **46**(18): 0975 – 8887
- [6] Estetikasari, D., Sy. Syafrizal. 2013. Rainbow Connection Number for Some Corona Graph, *Applied Mathematical Sciences* **7**(100): 4975 – 4980
- [7] Frucht, R. and F. Harary, 1970. On the corona two graphs. *Aequationes Math* (4): 322 – 325