PENERAPAN MODEL PENJADWALAN KENDARAAN DAN PENGEMUDI SECARA BERSAMAAN (STUDI KASUS: BUS KAMPUS UNIVERSITAS ANDALAS)

FATMI DINIKA, MAHDHIVAN SYAFWAN, BUDI RUDIANTO

*Program Studi Matematika,
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Andalas,
Kampus UNAND Limau Manis Padang, Indonesia,
dinikafatmi@yahoo.com*

Abstrak. Salah satu penerapan masalah penjadwalan pada bidang transportasi adalah penjadwalan kendaraan dan pengemudi agar diperoleh biaya yang minimum dalam menyelesaikan rute perjalanan yang sudah terjadwal. Untuk memperoleh solusi yang optimal, maka penjadwalan kendaraan dan pengemudi dilakukan secara bersamaan. Masalah penjadwalan ini dapat dimodelkan ke dalam masalah pemrograman bilangan bulat biner dan diselesaikan dengan menggunakan metode *branch and bound*. Selanjutnya, model penjadwalan tersebut diimplementasikan pada sistem bus kampus Universitas Andalas untuk kasus sederhana.

Kata Kunci: Penjadwalan kendaraan, penjadwalan pengemudi, pemrograman bilangan bulat biner, metode *branch and bound*, penjadwalan bus kampus UNAND

1. Pendahuluan

Secara umum masalah penjadwalan adalah kegiatan penyusunan yang melibatkan sejumlah kendala atau kejadian yang dapat terjadi dalam satu periode, waktu dan tempat dengan tujuan agar fungsi objektif sedekat mungkin dapat terpenuhi. Salah satu masalah penjadwalan yang seringkali dihadapi oleh masyarakat perkotaan adalah masalah penjadwalan transportasi umum, yaitu bagaimana penjadwalan kendaraan dan pengemudi agar diperoleh biaya yang minimum dalam menyelesaikan rute perjalanan yang sudah terjadwal. Untuk memperoleh solusi yang optimal, perlu disusun penjadwalan untuk kendaraan dan pengemudi secara bersamaan. Kombinasi dari dua masalah penjadwalan ini dikenal dengan masalah penjadwalan kendaraan dan pengemudi [*vehicle and crew scheduling problem* (VCSP)]. Pada tugas akhir ini, akan dibahas kembali perumusan model optimasi untuk masalah VCSP pada sistem transportasi umum perkotaan yang digagas oleh Haase dkk. [4] dan diulas kembali dalam referensi [7]. Model ini kemudian digunakan dan diselesaikan pada sistem transportasi bus kampus Universitas Andalas untuk kasus sederhana, yang dijadikan sebagai miniatur sistem transportasi umum perkotaan.

2. Tinjauan Pustaka

Berdasarkan [1], bentuk umum dari model program linier adalah sebagai berikut. Maksimumkan/minimumkan

$$Z = \sum_{j=1}^n c_j x_j, \text{ dengan batasan}$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq b_i, \text{ atau}$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i,$$

$$x_j \geq 0,$$

dengan $i = 1, 2, \dots, m$, dan $j = 1, 2, \dots, n$.

Keterangan:

- Z : fungsi tujuan yang akan dicari nilai maksimum/minimum,
- c_j : koefisien pada variabel keputusan ke- j ,
- x_j : variabel keputusan ke- j ,
- n : banyaknya variabel keputusan,
- m : banyaknya batasan dari sumber atau kapasitas yang tersedia,
- a_{ij} : jumlah sumber daya i yang dikonsumsi oleh masing-masing unit kegiatan j ,
- b_i : jumlah dari sumber daya i yang tersedia untuk dialokasikan ke setiap unit kegiatan.

Dalam masalah program linier, jika terdapat kendala dengan nilai variabel keputusan berupa bilangan bulat, maka masalah tersebut disebut masalah pemrograman linier bilangan bulat atau juga sering disebut pemrograman bilangan bulat. Lebih lanjut, apabila terdapat tambahan kendala yang menyatakan bahwa nilai variabel keputusan yang diperbolehkan hanya 0 atau 1, maka masalah pemrograman bilangan bulat tersebut disebut masalah pemrograman bilangan bulat biner [5].

Metode *branch and bound* adalah salah satu metode untuk menyelesaikan masalah pemrograman bilangan bulat. Metode ini menggunakan prosedur enumerasi untuk mendapatkan solusi optimal, yaitu dengan mempertimbangkan satu per satu solusi layak untuk masalah tersebut.

Langkah-langkah metode *branch and bound* adalah sebagai berikut [5]:

- (a) Tahap inisialisasi,
- (b) Tahap iterasi (proses *branching*, *bounding*, *fathoming*),
- (c) Tahap uji keoptimalan pada akhir setiap iterasi.

3. Model Penjadwalan Kendaraan dan Pengemudi Secara Bersamaan (VCSP)

Berikut dijelaskan beberapa notasi yang akan digunakan dalam formulasi model.

(1) Himpunan

$U = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$: himpunan dari tipe tugas yang ada.

$V = \{v_1, v_2, \dots, v_m\}$: himpunan busur sub-perjalanan.

$W = \{w_1, w_2, \dots, w_q\}$: himpunan dari perjalanan bus.

$H = \{h_1, h_2, \dots, h_p\}$: himpunan waktu mulai keberangkatan

$\Omega_u = \{\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_r\}$: himpunan dari jalur yang mungkin di G_u , $u \in U$.

(2) Variabel

c : biaya tetap untuk setiap bus.

c_ρ : biaya untuk setiap $\rho \in \Omega^u$.

e_ρ^v : variabel biner = $\begin{cases} 1, & \text{jika pada jalur } \rho \text{ terdapat sub-perjalanan } v \in V, \\ 0, & \text{untuk selainya.} \end{cases}$

f_ρ^w : variabel biner = $\begin{cases} 1, & \text{jika akhir dari jalur } \rho \text{ adalah lokasi awal perjalanan } w \in W, \\ 0, & \text{untuk selainya.} \end{cases}$

g_ρ^w : variabel biner = $\begin{cases} 1, & \text{jika awal dari jalur } \rho \text{ adalah lokasi akhir perjalanan } w \in W, \\ 0, & \text{untuk selainya.} \end{cases}$

q_ρ^h : variabel biner = $\begin{cases} 1, & \text{jika jalur } \rho \text{ mengandung pergerakan bus yang bergerak pada } h \in H, \\ 0, & \text{untuk selainya.} \end{cases}$

θ_ρ^u : variabel biner = $\begin{cases} 1, & \text{jika seorang pengemudi ditugaskan ke dalam jalur } \rho, \\ 0, & \text{untuk selainya.} \end{cases}$

B : jumlah bus yang dibutuhkan agar semua perjalanan terpenuhi.

Model program linier untuk masalah VCSP adalah sebagai berikut [4]:
Minimumkan

$$Z = cB + \sum_{u \in U} \sum_{\rho \in \Omega^u} c_\rho \theta_\rho^u, \text{ dengan kendala :} \quad (3.1)$$

$$\sum_{u \in U} \sum_{\rho \in \Omega^u} e_\rho^v \theta_\rho^u = 1, \quad \forall v \in V, \quad (3.2)$$

$$\sum_{u \in U} \sum_{\rho \in \Omega^u} f_\rho^w \theta_\rho^u = 1, \quad \forall w \in W, \quad (3.3)$$

$$\sum_{u \in U} \sum_{\rho \in \Omega^u} g_\rho^w \theta_\rho^u = 1, \quad \forall w \in W, \quad (3.4)$$

$$\sum_{u \in U} \sum_{\rho \in \Omega^u} q_\rho^h \theta_\rho^u \leq B, \quad \forall h \in H, \quad (3.5)$$

$$\theta_\rho^u \in \{0, 1\}, \quad \forall u \in U, \quad \forall \rho \in \Omega^u. \quad (3.6)$$

4. Penerapan Model Penjadwalan Kendaraan dan Pengemudi Secara Bersamaan Pada Sistem Bus Kampus Universitas Andalas

4.1. Variabel-variabel pada Model

Terdapat tiga jalur (utara, tengah, selatan) dan 31 tempat pemberhentian bus pada sistem bus kampus UNAND. Pada makalah ini, yang akan dibahas hanya jalur utara dan dipilih tiga tempat pemberhentian bus. Tempat pemberhentian bus yang

dipilih adalah halte Pasar Baru (A1), pemberhentian bus di PKM (A2) dan pemberhentian bus di Politeknik (A3). Diasumsikan bus beroperasi berdasarkan jadwal keberangkatan yang ditetapkan pada Tabel 1.

Dalam kasus bus kampus UNAND, hanya terdapat satu tipe tugas pengemudi, yaitu tipe tugas normal, dimana durasi tugas pengemudi sehari-hari adalah 11,5 jam. Keberangkatan pertama terjadi pada jam 06.30 dan berakhir pada jam 18.00 (di luar waktu lembur). Dari Tabel 1 dapat dilihat bahwa jumlah minimal armada bus yang dibutuhkan untuk memenuhi jadwal keberangkatan adalah sebanyak delapan bus.

No	Bus Ke	Halte	PKM	Politeknik	Halte
		A1	A2	A3	A1
1	1	6:30	6:40	6:54	7:10
2	2	6:35	6:45	6:59	7:15
3	3	6:40	6:50	7:04	7:20
4	4	6:45	6:55	7:09	7:25
5	5	6:50	7:00	7:14	7:30
6	6	6:55	7:05	7:19	7:35
7	7	7:00	7:10	7:24	7:40
8	8	7:05	7:15	7:29	7:45
9	1	7:10	7:20	7:34	7:50
10	2	7:15	7:25	7:39	7:55
11	3	7:20	7:30	7:44	8:00
12	4	7:25	7:35	7:49	8:05
13	5	7:30	7:40	7:54	8:10
14	6	7:35	7:45	7:59	8:15
15	7	7:40	7:50	8:04	8:20
...	...	...	...	...	...
130	2	17:15	17:25	17:39	17:55
131	3	17:20	17:30	17:44	18:00

Tabel 1. Jadwal Keberangkatan Bus Kampus UNAND

Gaji untuk pengemudi adalah Rp 75.000,- perhari, sehingga biaya tetap untuk bus (c) adalah Rp 75.000,-. Dengan mempertimbangkan kecepatan bus dan konsumsi bahan bakar per-kilometer maka diperoleh biaya operasional untuk bus permenitnya adalah Rp 690,-.

Pada permasalahan di atas, terlihat bahwa:

$$(1) V = \{v_1, v_2, \dots, v_{393}\}.$$

Perhitungan v dilakukan dengan cara menghitung berapa banyak sub-

perjalanan di jalur utara (A_i ke A_j). Anggota himpunan V yaitu:

$$\begin{aligned} A_1 - A_2 \text{ pada jam } 06.30 - 06.40 : v_1 \\ A_1 - A_2 \text{ pada jam } 06.35 - 06.45 : v_2 \\ \vdots \\ A_3 - A_1 \text{ pada jam } 17.30 - 17.45 : v_{393}. \end{aligned}$$

(2) $W = \{w_1, w_2, \dots, w_{131}\}$

Perhitungan w dilakukan dengan cara menghitung berapa banyak perjalanan bus di jalur utara ($A_1 - A_2 - A_3 - A_1$). Anggota himpunan W yaitu:

$$\begin{aligned} A_1 - A_2 - A_3 - A_1 \text{ pada jam } 06.30 - 06.40 - 06.54 - 07.10 : w_1 \\ A_1 - A_2 - A_3 - A_1 \text{ pada jam } 06.35 - 06.45 - 06.59 - 07.15 : w_2 \\ \vdots \\ A_1 - A_2 - A_3 - A_1 \text{ pada jam } 17.30 - 17.40 - 17.54 - 18.10 : w_{131}. \end{aligned}$$

(3) $H = \{h_1, h_2, \dots, h_8\}$

Penamaan bus dapat dilihat dari lokasi akhir yang sama dengan lokasi awal, sehingga jumlah bus yang dibutuhkan untuk menyelesaikan perjalanan melalui jalur utara dalam satu hari (06.30 - 18.00) adalah delapan buah bus $B = 8$.

(4) $\Omega^u = \{\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_{1155}\}$

Dalam hal ini ρ pada model (3.1) – (3.6) adalah jalur yang mungkin dilalui bus kampus. Anggota himpunan Ω^u dapat dituliskan menjadi

$$\begin{aligned} \{\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_{393}\} &= \{v_1, v_2, \dots, v_{393}\}, \\ \rho_{394} &= v_1 \cup v_{132}, \\ \rho_{395} &= v_2 \cup v_{133}, \\ &\vdots \\ \rho_{1155} &= v_{385} \cup v_{131} \cup v_{262}. \end{aligned}$$

4.2. Model Penjadwalan Kendaraan dan Pengemudi Secara Bersamaan yang Diterapkan pada Sistem Bus Kampus UNAND

Persamaan (3.1) – (3.6) diterapkan pada sistem bus kampus UNAND sehingga menghasilkan model program linier sebagai berikut:

Fungsi tujuan: minimumkan biaya untuk seluruh perjalanan, berarti:

$$\min Z = 600000 + 6900\theta_{\rho_1}^{u_1} + 6900\theta_{\rho_2}^{u_1} + \dots + 27600\theta_{\rho_{1155}}^{u_1} \quad (4.1)$$

Kendala-kendala yang harus dipenuhi terdiri dari:

- (1) Setiap sub-perjalanan harus dikerjakan tepat oleh seorang pengemudi, berarti:

$$\begin{aligned}\theta_{\rho_1}^{u_1} + \theta_{\rho_{394}}^{u_1} + \theta_{\rho_{779}}^{u_1} &= 1, \\ \theta_{\rho_2}^{u_1} + \theta_{\rho_{395}}^{u_1} + \theta_{\rho_{780}}^{u_1} &= 1, \\ &\vdots \\ \theta_{\rho_{393}}^{u_1} + \theta_{\rho_{655}}^{u_1} + \theta_{\rho_{909}}^{u_1} &= 1.\end{aligned}\tag{4.2}$$

- (2) Setiap bus harus tiba di lokasi awal perjalanan, berarti:

$$\begin{aligned}\theta_{\rho_{263}}^{u_1} + \theta_{\rho_{525}}^{u_1} + \theta_{\rho_{779}}^{u_1} &= 1, \\ \theta_{\rho_{264}}^{u_1} + \theta_{\rho_{526}}^{u_1} + \theta_{\rho_{780}}^{u_1} &= 1, \\ &\vdots \\ \theta_{\rho_{393}}^{u_1} + \theta_{\rho_{655}}^{u_1} + \theta_{\rho_{909}}^{u_1} &= 1.\end{aligned}\tag{4.3}$$

- (3) Setiap bus harus pergi dari lokasi akhir perjalanan, berarti:

$$\begin{aligned}\theta_{\rho_1}^{u_1} + \theta_{\rho_{394}}^{u_1} + \theta_{\rho_{779}}^{u_1} &= 1, \\ \theta_{\rho_2}^{u_1} + \theta_{\rho_{395}}^{u_1} + \theta_{\rho_{780}}^{u_1} &= 1, \\ &\vdots \\ \theta_{\rho_{131}}^{u_1} + \theta_{\rho_{524}}^{u_1} + \theta_{\rho_{909}}^{u_1} &= 1.\end{aligned}\tag{4.4}$$

- (4) Banyak bus yang digunakan (dalam sub-perjalanan ataupun kekosongan) pada keberangkatan tidak boleh melebihi jumlah bus yang ada, berarti:

$$\begin{aligned}\theta_{\rho_1}^{u_1} + \theta_{\rho_2}^{u_1} &\leq 8, \\ \theta_{\rho_2}^{u_1} + \theta_{\rho_3}^{u_1} &\leq 8, \\ &\vdots \\ \theta_{\rho_8}^{u_1} + \theta_{\rho_9}^{u_1} &\leq\end{aligned}\tag{4.5}$$

- (5) Variabel keputusan adalah variabel biner, berarti:

$$\theta_{\rho}^u \in \{0, 1\} \quad \forall u \in U, \quad \forall \rho \in \Omega^u.\tag{4.6}$$

4.3. Penyelesaian Model

Untuk menyelesaikan model VCSP pada sistem bus kampus UNAND, maka persamaan (4.1) – (4.6) diselesaikan dengan menggunakan software MATLAB R2013a. Langkah-langkah penyelesaiannya adalah sebagai berikut:

- (1) Input data **f**, **A**, **b**, **Aeq**, **beq** di Excel, dengan:

f : vektor yang mengandung koefisien dari fungsi tujuan yang linier.

A : matriks yang mengandung koefisien dari kendala pertidaksamaan linier.

b : vektor yang terkait pada sisi sebelah kanan dari kendala pertidaksamaan linier.

Aeq : matriks yang mengandung koefisien dari kendala persamaan linier.

beq : vektor yang terkait pada sisi sebelah kanan dari kendala persamaan linier.

Dalam hal ini,

$$\mathbf{f} = [6900 \ 6900 \ 6900 \ \cdots \ 27600]$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 8 \\ 8 \\ 8 \\ \vdots \\ 8 \end{bmatrix}, \mathbf{Aeq} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 1 & 0 & \cdots & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 1 & \cdots & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 & \cdots & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & \cdots & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{beq} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}.$$

- (2) Import data $\mathbf{f}$, $\mathbf{A}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{Aeq}$, $\mathbf{beq}$ dari Excel ke MATLAB.
- (3) Untuk memperoleh variabel keputusan, gunakan perintah:

$$\mathbf{x} = \text{bintprog}(\mathbf{f}, \mathbf{A}, \mathbf{b}, \mathbf{Aeq}, \mathbf{beq})$$

Dari perhitungan dengan bantuan software MATLAB R2013a, diperoleh variabel keputusan

$$\theta_{\rho_i}^u = \begin{cases} 1, & i = 1, 525, 780, 781, \dots, 909, \\ 0, & \text{selainnya} \end{cases}$$

Interpretasi dari hasil yang diperoleh di atas adalah sebagai berikut. Untuk mendapatkan penjadwalan yang optimal, pengemudi ditugaskan dalam jalur:

- Pasar Baru - PKM (A1 - A2)
pada jam 06.30 - 06.40, dengan biaya operasional Rp 6.900,00.
- PKM - Politeknik - Pasar Baru (A2 - A3 - A1)
pada jam 06.40 - 06.54 - 07.10, dengan biaya operasional Rp 20.700,00.
- Pasar Baru - PKM - Politeknik - Pasar Baru (A1 - A2 - A3 - A1)
pada jam 06.35 - 06.45 - 06.59 - 07.15, dengan biaya operasional Rp 27.600,00.
- Pasar Baru - PKM - Politeknik - Pasar Baru (A1 - A2 - A3 - A1)
pada jam 06.40 - 06.50 - 07.04 - 07.20, dengan biaya operasional Rp 27.600,00.
- $\vdots$
- Pasar Baru - PKM - Politeknik - Pasar Baru (A1 - A2 - A3 - A1)
pada jam 17:20 - 17:30 - 17:44 - 18:00, dengan biaya operasional Rp 27.600,00.

Dengan penugasan seperti ini, jumlah bus yang digunakan adalah sebanyak delapan buah bus, sedangkan biaya total minimum dalam satu hari adalah Rp 4.215.600,00. Solusi ini sudah mencakup jam kerja pengemudi dalam satu hari (06.30 - 18.00).

5. Kesimpulan

Pada makalah ini telah dibahas mengenai model penjadwalan kendaraan dan pengemudi secara bersamaan. Model ini kemudian digunakan dan diselesaikan pada sistem transportasi bus kampus Universitas Andalas untuk kasus sederhana. Dengan menyelesaikan model, diperoleh hasil bahwa untuk memperoleh biaya yang minimum, pengemudi ditugaskan pada jalur:

- Pasar Baru - PKM (A1 - A2)
pada jam 06.30 - 06.40,
- PKM - Politektik - Pasar Baru (A2 - A3 - A1)
pada jam 06.40 - 06.54 - 07.10,
- Pasar Baru - PKM - Politeknik - Pasar Baru (A1 - A2 - A3 - A1)
pada jam 06.35 - 06.45 - 06.59 - 07.15,
- Pasar Baru - PKM - Politeknik - Pasar Baru (A1 - A2 - A3 - A1)
pada jam 06.40 - 06.50 - 07.04 - 07.20,
- •
•
- Pasar Baru - PKM - Politeknik - Pasar Baru (A1 - A2 - A3 - A1)
pada jam 17:20 - 17:30 - 17:44 - 18:00.

Jumlah bus yang digunakan untuk penugasan seperti di atas adalah sebanyak delapan buah bus, sedangkan biaya total minimum untuk penjadwalan ini adalah Rp 4.215.600,00.

6. Saran

Untuk penelitian selanjutnya, penulis menyarankan untuk mengembangkan model penjadwalan kendaraan dan pengemudi secara bersamaan dengan menambahkan kendala-kendala yang lain, seperti jumlah penumpang dan lama istirahat pengemudi dimasukkan ke dalam model.

7. Ucapan Terima Kasih

Penulis mengucapkan terima kasih kepada Bapak Dr. Mahdhivan Syafwan, Bapak Budi Rudianto, M.Si, Ibu Dr. Susila Bahri, Bapak Effendi M.Si, Bapak Dr. Admi Nazra dan Ibu Dr. Lyra Yulianti yang telah memberikan masukan dan saran sehingga paper ini dapat diselesaikan dengan baik.

Daftar Pustaka

- [1] Aminudin. 2005. *Prinsip-Prinsip Riset Operasi*. Erlangga, Jakarta.
- [2] Ghoni, Ahmad., H. T. Yuniar., B. Riyanto dan Supriyono. 2009. Optimalisasi Kelembagaan dan Manajemen Bus Rapid Transit Semarang. *Skripsi S-1*. Tidak Dipublikasikan. FT Universitas Diponegoro.
- [3] Giordano, F. R., M.D. Weir and W.P. Fox. 2003. *A First Course in Mathematical Modeling*. Thomson Learning, Boston.
- [4] Haase, Knut., G. Desaulniers., J. Desrosiers. 2001. Simultaneous Vehicle and Crew Scheduling in Urban Mass Transit Systems. *Transportation Science*. 286 – 303

- [5] Hillier, F. S., Lieberman, G.J. 2001. *Introduction to Operations Research*. McGraw Hill Book Company, New York.
- [6] Pagalay, Usman. 2009. *Mathematical Modelling*. UIN Malang Press, Malang.
- [7] Riansyah, Dhanardi. 2011. Model Penjadwalan Bus dan Pengemudi Secara Bersamaan dalam Sistem Transportasi Perkotaan. *Skripsi S-1*. Tidak Dipublikasikan. FMIPA Universitas Indonesia.