HIMPUNAN KABUR LEMBUT BERPARAMETER KABUR DAN APLIKASINYA

FITRIA WINDA SARI

*Program Magister Jurusan Matematika,
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Andalas,
Kampus UNAND Limau Manis Padang, Indonesia,
whendha@gmail.com*

Abstrak. Pada tulisan ini akan diperkenalkan Himpunan Kabur Lembut Berparameter Kabur (FPSF) dan beberapa sifat-sifat aljabarnya. Selanjutnya juga diperkenalkan *operator aggregate* dari himpunan FPSF, yang digunakan untuk pengambilan keputusan. Pada akhirnya dengan menerapkan himpunan FPSF dan *operator aggregate* FPSF, didapatkan algoritma dalam pengambilan keputusan yang digunakan untuk membuat model peringatan banjir dan cara memilih juri yang terbaik dalam memberikan penilaian pada seorang peserta lomba.

Kata Kunci: *Soft Set, Fuzzy Set, Fuzzy Soft Set, Fuzzy Parameterized Soft Set, Fuzzy Parameterized Fuzzy Soft Set, Soft Fuzzy Set*

1. Pendahuluan

Teori tentang himpunan kabur biasanya digunakan untuk kasus yang memiliki data yang tidak tegas atau tidak pasti. Himpunan kabur dapat digunakan pada beberapa aplikasi, diantaranya adalah pada bidang ekonomi, teknik, lingkungan, ilmu sosial, ilmu kedokteran dan lain-lain. Pada tulisan ini himpunan FPSF digunakan untuk menentukan daerah yang memiliki potensi terbesar terjadinya banjir dan menentukan juri yang baik dalam memberikan penilaian.

Beberapa konsep yang mendasari konsep tentang himpunan FPSF adalah himpunan kabur (1999) yang dikenalkan oleh Molodtsov [12], himpunan kabur (1965) oleh Zadeh [14], himpunan lembut kabur (2001) dan (2003) oleh Maji dkk. [6], himpunan lembut kabur dan mengaplikasikannya dalam pengambilan keputusan (2010) dan (2011) oleh Cagman dkk. [4,5], himpunan lembut dalam pengambilan keputusan (2003) dan (2002) oleh Maji dkk. [6,7], himpunan lembut kabur berparameter kabur dan operasi-operasinya (2010) oleh Naim Cagman [3], himpunan kabur lembut (2008) oleh Ring-xue dkk. [2].

Pada tulisan ini akan dibahas tentang himpunan FPSF yang dikembangkan dari konsep himpunan kabur dan himpunan lembut kabur berparameter kabur yang ada pada tulisan P. Muthukumar dan G. Sai Sundara Krishnan [13]. Himpunan FPSF ini akan diaplikasikan pada beberapa kasus dalam pengambilan keputusan.

2. Beberapa Definisi Terkait

Pada bagian ini dibahas definisi tentang himpunan kabur, himpunan lembut, himpunan lembut kabur, himpunan lembut berparameter kabur, himpunan lembut kabur berparameter kabur, himpunan kabur lembut dan operator aggregate dari himpunan FPSF.

Definisi 2.1. [12] Misalkan U adalah suatu himpunan semesta, $P(U)$ adalah suatu himpunan kuasa atas U , E adalah suatu himpunan parameter dan $A \subseteq E$. Maka himpunan lembut (soft set) F_A atas U adalah himpunan yang didefinisikan oleh fungsi f_A yang dapat disajikan dalam himpunan pasangan terurut

$$F_A = \{(x, f_A(x)) : x \in E, f_A(x) \in P(U)\},$$

dimana

$$f_A : E \rightarrow P(U) \text{ sedemikian sehingga } f_A(x) = \phi \text{ jika } x \notin A.$$

Himpunan semua himpunan lembut (soft set) atas U dilambangkan dengan $S(U)$.

Definisi 2.2. [14] Misalkan U adalah himpunan semesta. Sebuah himpunan kabur (fuzzy set) X atas U adalah himpunan yang didefinisikan oleh fungsi μ_X yang disajikan oleh pemetaan

$$\mu_X : U \rightarrow [0, 1].$$

Di sini, μ_X disebut fungsi keanggotaan atas X . Fuzzy set X atas U dapat direpresentasikan sebagai berikut:

$$X = \{(\mu_X(u)/u) : u \in U, \mu_X(u) \in [0, 1]\}.$$

Himpunan semua himpunan kabur (fuzzy set) atas U dilambangkan dengan $F(U)$.

Definisi 2.3. [8] Misalkan U adalah suatu himpunan semesta, E adalah suatu himpunan parameter, $A \subseteq E$ dan $\gamma_A(x)$ adalah himpunan kabur atas U untuk semua $x \in E$. Maka himpunan lembut kabur (fuzzy soft set /fs-set) Γ_A atas U adalah himpunan yang didefinisikan oleh fungsi γ_A yang disajikan dalam bentuk himpunan pasangan terurut

$$\Gamma_A = \{(x, \gamma_A(x)) : x \in E, \gamma_A(x) \in I^u\},$$

dengan I^u adalah koleksi dari himpunan-himpunan kabur atas U dan

$$\gamma_A : E \rightarrow I^u \text{ sedemikian sehingga } \gamma_A(x) = \phi \text{ jika } x \notin A.$$

Koleksi dari himpunan lembut kabur (Fuzzy soft set /fs-set) atas U dinotasikan dengan $FS(U)$.

Definisi 2.4. [10] Misalkan U adalah suatu himpunan semesta, $P(U)$ adalah suatu himpunan kuasa atas U , E adalah suatu himpunan parameter dan X adalah suatu himpunan kabur atas E dengan fungsi keanggotaannya $\mu_X : E \rightarrow [0, 1]$. Maka Himpunan lembut berparameter kabur (FPS-set) F_X atas U adalah himpunan yang didefinisikan oleh fungsi f_X yang disajikan dalam bentuk pasangan terurut.

$$F_X = \{(\mu_X(x)/x, f_X(x)) : x \in E, f_X(x) \in P(U), \mu_X(x) \in [0, 1]\},$$

dimana

$$f_X : E \rightarrow P(U) \text{ sedemikian sehingga } f_X(x) = \phi \text{ jika } \mu_X(x) = 0.$$

Himpunan semua himpunan lembut berparameter kabur (*Fuzzy Parameterized Soft Set*) atas U dinotasikan dengan $FPS(U)$.

Definisi 2.5. [3] Misalkan U adalah suatu himpunan semesta, E adalah suatu himpunan parameter, dan X adalah suatu himpunan kabur atas E dengan fungsi keanggotaannya $\mu_X : E \rightarrow [0, 1]$ dan $\gamma_X(x)$ adalah himpunan kabur atas U , untuk semua $x \in E$. Maka himpunan $FPFS \Gamma_X$ atas U adalah himpunan yang didefinisikan oleh fungsi $\gamma_X(x)$ yang disajikan dalam bentuk himpunan pasangan terurut

$$\Gamma_X = \{(\mu_X(x)/x, \gamma_X(x)) : x \in E, \gamma_X(x) \in I^u, \mu_X(x) \in [0, 1]\},$$

dimana

$$\gamma_X : E \rightarrow I^u \text{ demikian sehingga } \gamma_X(x) = \phi \text{ jika } \mu_X(x) = 0.$$

Himpunan semua $FPFS$ -set atas U dinotasikan dengan $FPFS(U)$.

Definisi 2.6. [2] Misalkan U adalah himpunan semesta dan E adalah himpunan parameter. Misalkan $P(U)$ adalah himpunan kuasa atas U . Misalkan $A \subseteq E$. Pasangan (F, A) disebut himpunan kabur lembut (*soft fuzzy set*) atas U , dimana F adalah pemetaan yang diberikan oleh $F : A \rightarrow P(U)$ dan

$$F(x) = \{y \in U : R(x, y) \geq \alpha, x \in A, y \in U, \alpha \in [0, 1]\}$$

Di sini R adalah suatu fuzzy relasi atas $A \times A$:

$$R : A \times A \rightarrow [0, 1]$$

Definisi 2.7. [13] Misal $\Gamma_{\alpha A} \in FPSF(U)$, maka $FPSF$ -aggregation operator, dinotasikan dengan $FPSF_{agg}$, yang didefinisikan oleh

$$FPSF_{agg} : F(E) \times FPSF(U) \rightarrow F(U), FPSF_{agg}(A, \Gamma_{\alpha A}) = \Gamma^*_{\alpha A},$$

dimana

$$\Gamma^*_{\alpha A} = \{\mu_{\Gamma^*_{\alpha A}}(u)/u : u \in U\} \text{ adalah fuzzy set (himpunan kabur) atas } U.$$

$\Gamma^*_{\alpha A}$ disebut himpunan kabur aggregate (*aggregate fuzzy set*) atas $FPSF$ -set $\Gamma_{\alpha A}$. Fungsi keanggotaan $\mu_{\Gamma^*_{\alpha A}}$ atas $\Gamma^*_{\alpha A}$ didefenisikan sebagai berikut:

$$\mu_{\Gamma^*_{\alpha A}} : U \rightarrow [0, 1] \text{ dan } \mu_{\Gamma^*_{\alpha A}}(u) = \frac{1}{|E|} \sum_{x \in E} \mu_A(x) \mu_{\gamma_{\alpha A}(x)}(u),$$

Dimana $|E|$ adalah kardinalitas atas E .

3. Himpunan Kabur Lembut Berparameter Kabur

Pada bagian ini akan dibahas definisi himpunan kabur lembut berparameter kabur dan beberapa sifat-sifat aljabarnya.

Definisi 3.1. [13] Misalkan U adalah suatu himpunan semesta, E adalah suatu himpunan parameter, $A \subseteq E$. Misalkan X adalah himpunan fuzzy atas A dengan

fungsi keanggotaan $\mu_X : A \rightarrow I = [0, 1]$ dan misalkan $\gamma_{\alpha X} : A \rightarrow I_\alpha^U$, dimana I_α^U adalah koleksi dari semua himpunan kabur lembut (soft fuzzy subset) atas U dengan $\alpha \in (0, 1)$. Misalkan $\Gamma_{\alpha X} : A \rightarrow I \times I_\alpha^U$ didefinisikan

$$\Gamma_{\alpha X}(e) = (\mu_X(e), \gamma_{\alpha X}(e))$$

Maka pasangan $(\Gamma_{\alpha X}, A)$ disebut himpunan kabur lembut berparameter kabur (fuzzy parameterized soft fuzzy set) yang dilambangkan dengan fpsf-set atau FPSF(U) atas soft universe (U, E) .

Remark: Jika $\alpha = 0$, maka FPSF sets akan menjadi FPFS sets.

Definisi 3.2. [13] Misalkan $\Gamma_{\alpha X}, \Gamma_{\alpha Y} \in FPSF(U)$. Maka $\Gamma_{\alpha X}$ adalah FPSF subset dari $\Gamma_{\alpha Y}$, dilambangkan dengan $\Gamma_{\alpha X} \subseteq \Gamma_{\alpha Y}$, jika $\mu_X(x) \leq \mu_Y(x)$ dan $\gamma_{\alpha X}(x) \subseteq \gamma_{\alpha Y}(x)$ untuk semua $x \in E$.

Definisi 3.3. [13] Misal $\Gamma_{\alpha X}, \Gamma_{\alpha Y} \in FPSF(U)$. Maka $\Gamma_{\alpha X}$ dan $\Gamma_{\alpha Y}$ adalah sama, disimbolkan dengan $\Gamma_{\alpha X} = \Gamma_{\alpha Y}$, Jika dan hanya jika $\mu_X(x) = \mu_Y(x)$ dan $\gamma_{\alpha X}(x) = \gamma_{\alpha Y}(x)$ untuk semua $x \in E$.

Definisi 3.4. [13] Misal $\Gamma_{\alpha X} \in FPSF(U)$. Maka komplemen dari $\Gamma_{\alpha X}$ dilambangkan dengan $\Gamma_{\alpha X}^c$, yang didefinisikan oleh $\mu_{X^c}(x) = 1 - \mu_X(x)$ dan $\gamma_{\alpha X^c}(x) = \gamma_{\alpha X}^c(x)$ untuk semua $x \in E$, dimana $\gamma_{\alpha X}^c(x)$ adalah komplemen dari himpunan $\gamma_{\alpha X}(x)$.

Definisi 3.5. [13] Misal $\Gamma_{\alpha X}, \Gamma_{\alpha Y} \in FPSF(U)$. Maka gabungan dari $\Gamma_{\alpha X}$ dan $\Gamma_{\alpha Y}$, dilambangkan dengan $\Gamma_{\alpha X} \cup \Gamma_{\alpha Y}$, yang didefinisikan oleh $\mu_{X \cup Y}(x) = \max\{\mu_X(x), \mu_Y(x)\}$ dan $\gamma_{\alpha(X \cup Y)}(x) = \gamma_{\alpha X}(x) \cup \gamma_{\alpha Y}(x)$ untuk semua $x \in E$.

Definisi 3.6. [13] Misal $\Gamma_{\alpha X}, \Gamma_{\alpha Y} \in FPSF(U)$. Maka irisan dari $\Gamma_{\alpha X}$ dan $\Gamma_{\alpha Y}$, dilambangkan $\Gamma_{\alpha X} \cap \Gamma_{\alpha Y}$, didefinisikan oleh $\mu_{X \cap Y}(x) = \min\{\mu_X(x), \mu_Y(x)\}$ dan $\gamma_{\alpha(X \cap Y)}(x) = \gamma_{\alpha X}(x) \cap \gamma_{\alpha Y}(x)$ untuk semua $x \in E$.

Proposisi 3.7. [13] Misalkan $\Gamma_{\alpha X}, \Gamma_{\alpha Y} \in FPSF(U)$, maka berlaku

- (i) $\Gamma_{\alpha X} \subseteq \Gamma_{\alpha X}$
- (ii) Jika $\Gamma_{\alpha X} \subseteq \Gamma_{\alpha Y}$ dan $\Gamma_{\alpha Y} \subseteq \Gamma_{\alpha Z}$ maka $\Gamma_{\alpha X} \subseteq \Gamma_{\alpha Z}$
- (iii) Jika $\Gamma_{\alpha X} \subseteq \Gamma_{\alpha Y}$ dan $\Gamma_{\alpha Y} \subseteq \Gamma_{\alpha X}$ maka $\Gamma_{\alpha X} = \Gamma_{\alpha Y}$
- (iv) $(\Gamma_{\alpha X}^c)^c = \Gamma_{\alpha X}$

Bukti:

(i) Pembuktian jelas. Dengan menggunakan definisi 3.2.

(ii) Pembuktian jelas. Dengan menggunakan definisi 3.2.

(iii) Misalkan $\Gamma_{\alpha X}, \Gamma_{\alpha Y} \in FPSF(U)$. Akan dibuktikan bahwa jika $\Gamma_{\alpha X} \subseteq \Gamma_{\alpha Y}$ dan $\Gamma_{\alpha Y} \subseteq \Gamma_{\alpha X}$ maka $\Gamma_{\alpha X} = \Gamma_{\alpha Y}$. Diketahui bahwa $\Gamma_{\alpha X} \subseteq \Gamma_{\alpha Y}$. Hal ini berarti berdasarkan Definisi 3.2 $\mu_X(x) \leq \mu_Y(x)$ dan $\gamma_{\alpha X}(x) \subseteq \gamma_{\alpha Y}(x)$, untuk semua $x \in E$. Dan diketahui juga bahwa $\Gamma_{\alpha Y} \subseteq \Gamma_{\alpha X}$. Hal ini berarti berdasarkan definisi 3.2 $\mu_Y(x) \leq \mu_X(x)$ dan $\gamma_{\alpha Y}(x) \subseteq \gamma_{\alpha X}(x)$, untuk semua $x \in E$. Jelas bahwa jika $\mu_X(x) \leq \mu_Y(x)$ dan $\mu_Y(x) \leq \mu_X(x)$ maka $\mu_X(x) = \mu_Y(x)$ dan jika $\gamma_{\alpha X}(x) \subseteq \gamma_{\alpha Y}(x)$ dan $\gamma_{\alpha Y}(x) \subseteq \gamma_{\alpha X}(x)$ maka $\gamma_{\alpha X}(x) = \gamma_{\alpha Y}(x)$, untuk semua

$x \in E$. Maka berdasarkan definisi 3.2 berlaku $\Gamma_{\alpha X} = \Gamma_{\alpha Y}$.

(iv) Misalkan $\Gamma_{\alpha X}, \Gamma_{\alpha Y} \in FPSF(U)$. Akan dibuktikan $(\Gamma_{\alpha X}^c)^c \subseteq \Gamma_{\alpha X}$ dan $\Gamma_{\alpha X} \subseteq (\Gamma_{\alpha X}^c)^c$.

Ambil $((\mu_X^c(x))^c, (\gamma_{\alpha X}^c(x))^c) \in (\Gamma_{\alpha X}^c)^c$, untuk semua $x \in E$. Berdasarkan Definisi 3.4 berarti bahwa $(\mu_X^c(x))^c = 1 - (1 - \mu_X(x)) = \mu_X(x)$, untuk semua $x \in E$. $(\gamma_{\alpha X}^c(x))^c = (\gamma_{\alpha X}^c(x))^c = \gamma_{\alpha X}(x)$, untuk semua $x \in E$. Diketahui bahwa $(\mu_X(x), \gamma_{\alpha X}(x)) \in \Gamma_{\alpha X}$, sehingga $((\mu_X^c(x))^c, (\gamma_{\alpha X}^c(x))^c) \in \Gamma_{\alpha X}$.

Terbukti $(\Gamma_{\alpha X}^c)^c \subseteq \Gamma_{\alpha X}$. $\square$

Proposisi 3.8. [13] Misalkan $\Gamma_{\alpha X}, \Gamma_{\alpha Y} \in FPSF(U)$, maka berlaku

- (i) $\Gamma_{\alpha X} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha X} = \Gamma_{\alpha X}$
- (ii) $\Gamma_{\alpha X} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Y} = \Gamma_{\alpha Y} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha X}$
- (iii) $(\Gamma_{\alpha X} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Y}) \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Z} = \Gamma_{\alpha X} \tilde{\cap} (\Gamma_{\alpha Y} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Z})$

Bukti:

(i) Pembuktian jelas. Dengan menggunakan definisi 3.5.

(ii) Misalkan $\Gamma_{\alpha X}, \Gamma_{\alpha Y} \in FPSF(U)$. Akan dibuktikan $\Gamma_{\alpha X} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Y} \subseteq \Gamma_{\alpha Y} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha X}$ dan $\Gamma_{\alpha Y} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha X} \subseteq \Gamma_{\alpha X} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Y}$. Ambil $(\mu_{X \cup Y}(x), \gamma_{\alpha(X \cup Y)}(x)) \in \Gamma_{\alpha X} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Y}$, untuk semua $x \in E$. Berdasarkan Definisi 3.5 berarti bahwa $(\mu_{X \cup Y}(x) = \max\{\mu_X(x), \mu_Y(x)\} = \max\{\mu_X(x), \mu_Y(x)\} = \mu_{Y \cup X}(x)$, untuk semua $x \in E$. Kemudian $\gamma_{\alpha(X \cup Y)}(x) = \gamma_{\alpha X}(x) \cup \gamma_{\alpha Y}(x) = \gamma_{\alpha Y}(x) \cup \gamma_{\alpha X}(x) = \gamma_{\alpha(Y \cup X)}(x)$, untuk semua $x \in E$. Diketahui bahwa $(\mu_{Y \cup X}(x), \gamma_{\alpha(Y \cup X)}(x)) \in \Gamma_{\alpha Y} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha X}$, untuk semua $x \in E$. Sehingga $(\mu_{X \cup Y}(x), \gamma_{\alpha(X \cup Y)}(x)) \in \Gamma_{\alpha Y} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha X}$. Dengan demikian terbukti bahwa $\Gamma_{\alpha X} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Y} \subseteq \Gamma_{\alpha Y} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha X}$. Pembuktian $\Gamma_{\alpha Y} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha X} \subseteq \Gamma_{\alpha X} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Y}$ mirip dengan pembuktian $\Gamma_{\alpha X} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Y} \subseteq \Gamma_{\alpha Y} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha X}$. Dengan demikian terbukti bahwa $\Gamma_{\alpha X} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Y} \subseteq \Gamma_{\alpha Y} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha X}$.

(iii) Misalkan $\Gamma_{\alpha X}, \Gamma_{\alpha Y} \in FPSF(U)$. Akan dibuktikan bahwa $(\Gamma_{\alpha X} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Y}) \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Z} \subseteq \Gamma_{\alpha X} \tilde{\cap} (\Gamma_{\alpha Y} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Z})$ dan $\Gamma_{\alpha X} \tilde{\cap} (\Gamma_{\alpha Y} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Z}) \subseteq (\Gamma_{\alpha X} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Y}) \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Z}$. Ambil $(\mu_{(X \cup Y) \cup Z}(x), \gamma_{\alpha((X \cup Y) \cup Z)}(x)) \in (\Gamma_{\alpha X} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Y}) \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Z}$, untuk semua $x \in E$. Berdasarkan Definisi 3.5 berarti bahwa $\mu_{(X \cup Y) \cup Z}(x) = \max\{(\mu_X(x), \mu_Y(x)), \mu_Z(x)\} = \max\{\mu_X(x), (\mu_Y(x), \mu_Z(x))\} = \mu_{X \cup (Y \cup Z)}(x)$, untuk semua $x \in E$. Kemudian $\gamma_{\alpha((X \cup Y) \cup Z)}(x) = (\gamma_{\alpha X}(x) \cup \gamma_{\alpha Y}(x)) \cup \gamma_{\alpha Z}(x) = \gamma_{\alpha X}(x) \cup (\gamma_{\alpha Y}(x) \cup \gamma_{\alpha Z}(x)) = \gamma_{\alpha(X \cup (Y \cup Z))}(x)$, untuk semua $x \in E$. Diketahui bahwa $(\mu_{X \cup (Y \cup Z)}(x), \gamma_{\alpha(X \cup (Y \cup Z))}(x)) \in \Gamma_{\alpha X} \tilde{\cap} (\Gamma_{\alpha Y} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Z})$, untuk semua $x \in E$. Sehingga $(\mu_{(X \cup Y) \cup Z}(x), \gamma_{\alpha((X \cup Y) \cup Z)}(x)) \in \Gamma_{\alpha X} \tilde{\cap} (\Gamma_{\alpha Y} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Z})$. Dengan demikian terbukti bahwa $(\Gamma_{\alpha X} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Y}) \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Z} \subseteq \Gamma_{\alpha X} \tilde{\cap} (\Gamma_{\alpha Y} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Z})$. Pembuktian $\Gamma_{\alpha Y} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha X} \subseteq \Gamma_{\alpha X} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Y}$ mirip dengan pembuktian $\Gamma_{\alpha X} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Y} \subseteq \Gamma_{\alpha Y} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha X}$. Dengan demikian terbukti bahwa $\Gamma_{\alpha X} \tilde{\cap} (\Gamma_{\alpha Y} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Z}) \subseteq (\Gamma_{\alpha X} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Y}) \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Z}$. $\square$

Proposisi 3.9. [13] Misalkan $\Gamma_{\alpha X}, \Gamma_{\alpha Y} \in FPSF(U)$, maka akan berlaku

- (i) $\Gamma_{\alpha X} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha X} = \Gamma_{\alpha X}$
- (ii) $\Gamma_{\alpha X} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Y} = \Gamma_{\alpha Y} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha X}$
- (iii) $(\Gamma_{\alpha X} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Y}) \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Z} = \Gamma_{\alpha X} \tilde{\cap} (\Gamma_{\alpha Y} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Z})$

Bukti:

(i) Pembuktian jelas. Dengan menggunakan definisi 3.6.

(ii) Misalkan $\Gamma_{\alpha X}, \Gamma_{\alpha Y} \in FPSF(U)$. Akan dibuktikan $\Gamma_{\alpha X} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Y} \subseteq \Gamma_{\alpha Y} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha X}$ dan

$\Gamma_{\alpha Y} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha X} \subseteq \Gamma_{\alpha X} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Y}$. Ambil $(\mu_{X \cap Y}(x), \gamma_{\alpha(X \cap Y)}(x)) \in \Gamma_{\alpha X} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Y}$, untuk semua $x \in E$. Berdasarkan Definisi 3.5 berarti bahwa $(\mu_{X \cap Y}(x) = \min\{\mu_X(x), \mu_Y(x)\} = \min\{\mu_X(x), \mu_Y(x)\} = \mu_{Y \cap X}(x)$, untuk semua $x \in E$. Kemudian $\gamma_{\alpha(X \cap Y)}(x) = \gamma_{\alpha X}(x) \cap \gamma_{\alpha Y}(x) = \gamma_{\alpha Y}(x) \cap \gamma_{\alpha X}(x) = \gamma_{\alpha(Y \cap X)}(x)$, untuk semua $x \in E$. Diketahui bahwa $(\mu_{Y \cap X}(x), \gamma_{\alpha(Y \cap X)}(x)) \in \Gamma_{\alpha Y} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha X}$, untuk semua $x \in E$. Sehingga $(\mu_{X \cap Y}(x), \gamma_{\alpha(X \cap Y)}(x)) \in \Gamma_{\alpha Y} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha X}$. Dengan demikian terbukti bahwa $\Gamma_{\alpha X} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Y} \subseteq \Gamma_{\alpha Y} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha X}$. Pembuktian $\Gamma_{\alpha Y} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha X} \subseteq \Gamma_{\alpha X} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Y}$ mirip dengan pembuktian $\Gamma_{\alpha X} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Y} \subseteq \Gamma_{\alpha Y} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha X}$. Dengan demikian terbukti bahwa $\Gamma_{\alpha Y} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha X} \subseteq \Gamma_{\alpha X} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Y}$.

(iii) Misalkan $\Gamma_{\alpha X}, \Gamma_{\alpha Y} \in FPSF(U)$. Akan dibuktikan bahwa $(\Gamma_{\alpha X} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Y}) \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Z} \subseteq \Gamma_{\alpha X} \tilde{\cap} (\Gamma_{\alpha Y} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Z})$ dan $\Gamma_{\alpha X} \tilde{\cap} (\Gamma_{\alpha Y} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Z}) \subseteq (\Gamma_{\alpha X} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Y}) \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Z}$. Ambil $(\mu_{(X \cap Y) \cap Z}(x), \gamma_{\alpha((X \cap Y) \cap Z)}(x)) \in (\Gamma_{\alpha X} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Y}) \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Z}$, untuk semua $x \in E$. Berdasarkan Definisi 3.5 berarti bahwa $(\mu_{(X \cap Y) \cap Z}(x) = \min\{(\mu_X(x), \mu_Y(x)), \mu_Z(x)\} = \min\{\mu_X(x), (\mu_Y(x), \mu_Z(x))\} = \mu_{X \cap (Y \cap Z)}(x)$, untuk semua $x \in E$. Kemudian $\gamma_{\alpha((X \cap Y) \cap Z)}(x) = (\gamma_{\alpha X}(x) \cap \gamma_{\alpha Y}(x)) \cap \gamma_{\alpha Z}(x) = \gamma_{\alpha X}(x) \cap (\gamma_{\alpha Y}(x) \cap \gamma_{\alpha Z}(x)) = \gamma_{\alpha(X \cap (Y \cap Z))}(x)$, untuk semua $x \in E$. Diketahui bahwa $(\mu_{X \cap (Y \cap Z)}(x), \gamma_{\alpha(X \cap (Y \cap Z))}(x)) \in \Gamma_{\alpha X} \tilde{\cap} (\Gamma_{\alpha Y} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Z})$, untuk semua $x \in E$. Sehingga $(\mu_{(X \cap Y) \cap Z}(x), \gamma_{\alpha((X \cap Y) \cap Z)}(x)) \in \Gamma_{\alpha X} \tilde{\cap} (\Gamma_{\alpha Y} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Z})$. Dengan demikian terbukti bahwa $(\Gamma_{\alpha X} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Y}) \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Z} \subseteq \Gamma_{\alpha X} \tilde{\cap} (\Gamma_{\alpha Y} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Z})$. Pembuktian $\Gamma_{\alpha X} \tilde{\cap} (\Gamma_{\alpha Y} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Z}) \subseteq (\Gamma_{\alpha X} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Y}) \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Z}$ mirip dengan pembuktian $(\Gamma_{\alpha X} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Y}) \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Z} \subseteq \Gamma_{\alpha X} \tilde{\cap} (\Gamma_{\alpha Y} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Z})$. Dengan demikian terbukti bahwa $\Gamma_{\alpha X} \tilde{\cap} (\Gamma_{\alpha Y} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Z}) \subseteq (\Gamma_{\alpha X} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Y}) \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Z}$. $\square$

Proposisi 3.10. [13] Misalkan $\Gamma_{\alpha X}, \Gamma_{\alpha Y} \in FPSF(U)$. Maka akan berlaku

- (i) $(\Gamma_{\alpha X} \tilde{\cup} \Gamma_{\alpha Y})^c = \Gamma_{\alpha X}^c \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Y}^c$.
- (ii) $(\Gamma_{\alpha X} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Y})^c = \Gamma_{\alpha X}^c \tilde{\cup} \Gamma_{\alpha Y}^c$.

Bukti:

(i) Misalkan $\Gamma_{\alpha X}, \Gamma_{\alpha Y} \in FPSF(U)$. Akan dibuktikan $(\Gamma_{\alpha X} \tilde{\cup} \Gamma_{\alpha Y})^c \subseteq \Gamma_{\alpha X}^c \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Y}^c$ dan $\Gamma_{\alpha X}^c \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Y}^c \subseteq (\Gamma_{\alpha X} \tilde{\cup} \Gamma_{\alpha Y})^c$. Ambil $(\mu_{(X \cup Y)^c}^c(x), \gamma_{\alpha(X \cup Y)^c}^c(x)) \in (\Gamma_{\alpha X} \tilde{\cup} \Gamma_{\alpha Y})^c$, untuk semua $x \in E$. Berdasarkan Definisi 3.4 dan Definisi 3.5, untuk semua $x \in E$ berarti bahwa:

$$\begin{aligned} \mu_{(X \cup Y)^c}^c(x) &= 1 - \mu_{X \cup Y}(x) = 1 - \max\{\mu_X(x), \mu_Y(x)\} \\ &= \min\{1 - \mu_X(x), 1 - \mu_Y(x)\} = \min\{\mu_{X^c}(x), \mu_{Y^c}(x)\} \\ &= \mu_{X^c \cap Y^c}(x) \end{aligned}$$

dan

$$\begin{aligned} \gamma_{\alpha(X \cup Y)^c}^c(x) &= \gamma_{\alpha(X \cup Y)}^c(x) = (\gamma_{\alpha X}(x) \cup \gamma_{\alpha Y}(x))^c \\ &= (\gamma_{\alpha X}(x))^c \cap (\gamma_{\alpha Y}(x))^c = \gamma_{\alpha X}^c(x) \cap \gamma_{\alpha Y}^c(x) \\ &= \gamma_{(\alpha X)^c}(x) \cap \gamma_{(\alpha Y)^c}(x) = \gamma_{\alpha(X^c \cap Y^c)}(x) \end{aligned}$$

Diketahui bahwa $(\mu_{X^c \cap Y^c}(x), \gamma_{\alpha(X^c \cap Y^c)}(x)) \in \Gamma_{\alpha X}^c \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Y}^c$, untuk semua $x \in E$. Sehingga $(\mu_{(X \cup Y)^c}^c(x), \gamma_{\alpha(X \cup Y)^c}^c(x)) \in \Gamma_{\alpha X}^c \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Y}^c$, untuk semua $x \in E$. Dengan demikian terbukti bahwa $(\Gamma_{\alpha X} \tilde{\cup} \Gamma_{\alpha Y})^c \subseteq \Gamma_{\alpha X}^c \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Y}^c$. Kemudian ambil $(\mu_{X^c \cap Y^c}(x), \gamma_{\alpha(X^c \cap Y^c)}(x)) \in \Gamma_{\alpha X}^c \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Y}^c$, untuk semua $x \in E$. Berdasarkan Definisi 3.4 dan

Definisi 3.6, untuk semua $x \in E$ berarti bahwa:

$$\begin{aligned}\mu_{X^c \cap Y^c}(x) &= \min\{\mu_{X^c}(x), \mu_{Y^c}(x)\} = \min\{1 - \mu_X(x), 1 - \mu_Y(x)\} \\ &= 1 - \max\{\mu_X(x), \mu_Y(x)\} = 1 - \mu_{X \cup Y}(x) = \mu_{(X \cup Y)^c}(x)\end{aligned}$$

dan

$$\begin{aligned}\gamma_{\alpha(X^c \cap Y^c)}(x) &= \gamma_{(\alpha X)^c}(x) \cap \gamma_{(\alpha Y)^c}(x) \\ &= \gamma_{\alpha X}^c(x) \cap \gamma_{\alpha Y}^c(x) = (\gamma_{\alpha X}(x))^c \cap (\gamma_{\alpha Y}(x))^c \\ &= (\gamma_{\alpha X}(x)) \cup \gamma_{\alpha Y}(x)^c = \gamma_{\alpha(X \cup Y)}^c(x) = \gamma_{\alpha(X \cup Y)^c}(x)\end{aligned}$$

Diketahui bahwa $(\mu_{(X \cup Y)^c}^c(x), \gamma_{\alpha(X \cup Y)^c}(x)) \in (\Gamma_{\alpha X} \tilde{\cup} \Gamma_{\alpha Y})^c$, untuk semua $x \in E$. Sehingga $(\mu_{X^c \cap Y^c}(x), \gamma_{\alpha(X^c \cap Y^c)}(x)) \in (\Gamma_{\alpha X} \tilde{\cup} \Gamma_{\alpha Y})^c$, untuk semua $x \in E$. Dengan demikian terbukti bahwa $\Gamma_{\alpha X}^c \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Y}^c \subseteq (\Gamma_{\alpha X} \tilde{\cup} \Gamma_{\alpha Y})^c$.

(ii) Pembuktiannya mirip dengan pembuktian (i) $\square$

Proposisi 3.11. [13] Misalkan $\Gamma_{\alpha X}, \Gamma_{\alpha Y}, \Gamma_{\alpha Z} \in FPSF(U)$, maka akan berlaku

$$(i) \Gamma_{\alpha X} \tilde{\cup} (\Gamma_{\alpha Y} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Z}) = (\Gamma_{\alpha X} \tilde{\cup} \Gamma_{\alpha Y}) \tilde{\cap} (\Gamma_{\alpha X} \tilde{\cup} \Gamma_{\alpha Z})$$

$$(ii) \Gamma_{\alpha X} \tilde{\cap} (\Gamma_{\alpha Y} \tilde{\cup} \Gamma_{\alpha Z}) = (\Gamma_{\alpha X} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Y}) \tilde{\cup} (\Gamma_{\alpha X} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Z})$$

Bukti:

(i) Misalkan $\Gamma_{\alpha X}, \Gamma_{\alpha Y}, \Gamma_{\alpha Z} \in FPSF(U)$. Akan dibuktikan $\Gamma_{\alpha X} \tilde{\cup} (\Gamma_{\alpha Y} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Z}) \subseteq (\Gamma_{\alpha X} \tilde{\cup} \Gamma_{\alpha Y}) \tilde{\cap} (\Gamma_{\alpha X} \tilde{\cup} \Gamma_{\alpha Z})$ dan $(\Gamma_{\alpha X} \tilde{\cup} \Gamma_{\alpha Y}) \tilde{\cap} (\Gamma_{\alpha X} \tilde{\cup} \Gamma_{\alpha Z}) \subseteq \Gamma_{\alpha X} \tilde{\cup} (\Gamma_{\alpha Y} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Z})$. Ambil $(\mu_{X \cup (Y \cap Z)}(x), \gamma_{\alpha(X \cup (Y \cap Z))}(x)) \in \Gamma_{\alpha X} \tilde{\cup} (\Gamma_{\alpha Y} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Z})$, untuk semua $x \in E$. Berdasarkan Definisi 3.5 dan Definisi 3.6, untuk semua $x \in E$ berarti bahwa:

$$\begin{aligned}\mu_{X \cup (Y \cap Z)}(x) &= \max\{\mu_X(x), \mu_{Y \cap Z}(x)\} \\ &= \max\{\mu_X(x), \min\{\mu_Y(x), \mu_Z(x)\}\} \\ &= \min\{\max\{\mu_X(x), \mu_Y(x)\}, \max\{\mu_X(x), \mu_Z(x)\}\} \\ &= \min\{\mu_{(X \cup Y)}(x), \mu_{(X \cup Z)}(x)\} = \mu_{(X \cup Y) \cap (X \cup Z)}(x)\end{aligned}$$

dan

$$\begin{aligned}\gamma_{\alpha(X \cup (Y \cap Z))}(x) &= \gamma_{\alpha X}(x) \cup \gamma_{\alpha(Y \cap Z)}(x) = \gamma_{\alpha X}(x) \cup (\gamma_{\alpha Y}(x) \cap \gamma_{\alpha Z}(x)) \\ &= (\gamma_{\alpha X}(x) \cup \gamma_{\alpha Y}(x)) \cap (\gamma_{\alpha X}(x) \cup \gamma_{\alpha Z}(x)) \\ &= \gamma_{\alpha(X \cup Y)}(x) \cap \gamma_{\alpha(X \cup Z)}(x) = \gamma_{\alpha((X \cup Y) \cap (X \cup Z))}(x)\end{aligned}$$

Diketahui

bahwa $(\mu_{(X \cup Y) \cap (X \cup Z)}(x), \gamma_{\alpha((X \cup Y) \cap (X \cup Z))}(x)) \in (\Gamma_{\alpha X} \tilde{\cup} \Gamma_{\alpha Y}) \tilde{\cap} (\Gamma_{\alpha X} \tilde{\cup} \Gamma_{\alpha Z})$, untuk semua $x \in E$. Sehingga $(\mu_{X \cup (Y \cap Z)}(x), \gamma_{\alpha(X \cup (Y \cap Z))}(x)) \in (\Gamma_{\alpha X} \tilde{\cup} \Gamma_{\alpha Y}) \tilde{\cap} (\Gamma_{\alpha X} \tilde{\cup} \Gamma_{\alpha Z})$, untuk semua $x \in E$. Dengan demikian terbukti bahwa $\Gamma_{\alpha X} \tilde{\cup} (\Gamma_{\alpha Y} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Z}) \subseteq (\Gamma_{\alpha X} \tilde{\cup} \Gamma_{\alpha Y}) \tilde{\cap} (\Gamma_{\alpha X} \tilde{\cup} \Gamma_{\alpha Z})$. Kemudian ambil $(\mu_{(X \cup Y) \cap (X \cup Z)}(x), \gamma_{\alpha((X \cup Y) \cap (X \cup Z))}(x)) \in (\Gamma_{\alpha X} \tilde{\cup} \Gamma_{\alpha Y}) \tilde{\cap} (\Gamma_{\alpha X} \tilde{\cup} \Gamma_{\alpha Z})$, untuk semua $x \in E$. Berdasarkan

Definisi 3.5 dan Definisi 3.6, untuk semua $x \in E$ berarti bahwa:

$$\begin{aligned}
 \mu_{(X \cup Y) \cap (X \cup Z)}(x) &= \min\{\mu_{(X \cup Y)}(x), \mu_{(X \cup Z)}(x)\} \\
 &= \min\{\max\{\mu_X(x), \mu_Y(x)\}, \max\{\mu_X(x), \mu_Z(x)\}\} \\
 &= \max\{\mu_X(x), \min\{\mu_Y(x), \mu_Z(x)\}\} \\
 &= \max\{\mu_X(x), \mu_{Y \cap Z}(x)\} \\
 &= \mu_{X \cup (Y \cap Z)}(x)
 \end{aligned}$$

dan

$$\begin{aligned}
 \gamma_{\alpha((X \cup Y) \cap (X \cup Z))}(x) &= \gamma_{\alpha(X \cup Y)}(x) \cap \gamma_{\alpha(X \cup Z)}(x) \\
 &= (\gamma_{\alpha X}(x) \cup \gamma_{\alpha Y}(x)) \cap (\gamma_{\alpha X}(x) \cup \gamma_{\alpha Z}(x)) \\
 &= \gamma_{\alpha X}(x) \cup (\gamma_{\alpha Y}(x) \cap \gamma_{\alpha Z}(x)) \\
 &= \gamma_{\alpha X}(x) \cup \gamma_{\alpha(Y \cap Z)}(x) \\
 &= \gamma_{\alpha(X \cup (Y \cap Z))}(x).
 \end{aligned}$$

Diketahui bahwa $\mu_{X \cup (Y \cap Z)}(x), \gamma_{\alpha(X \cup (Y \cap Z))}(x) \in \Gamma_{\alpha X} \tilde{\cup} (\Gamma_{\alpha Y} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Z})$, untuk semua $x \in E$. Sehingga $(\mu_{(X \cup Y) \cap (X \cup Z)}(x), \gamma_{\alpha((X \cup Y) \cap (X \cup Z))}(x)) \in \Gamma_{\alpha X} \tilde{\cup} (\Gamma_{\alpha Y} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Z})$, untuk semua $x \in E$. Dengan demikian terbukti bahwa $(\Gamma_{\alpha X} \tilde{\cup} \Gamma_{\alpha Y}) \tilde{\cap} (\Gamma_{\alpha X} \tilde{\cup} \Gamma_{\alpha Z}) \subseteq \Gamma_{\alpha X} \tilde{\cup} (\Gamma_{\alpha Y} \tilde{\cap} \Gamma_{\alpha Z})$.

(ii) Pembuktiannya mirip dengan pembuktian (i) □

4. Aplikasi Himpunan Kabur Lembut Berparameter Kabur

Himpunan FPSF dapat diaplikasikan pada beberapa kasus sebagai berikut:

- (1) Pengaplikasian Himpunan FPSF Pada Model Peringatan Banjir
Langkah-langkah penyelesaiannya sesuai dengan algoritma berikut:
 - (a) Membentuk himpunan FPFS Γ_A atas suatu himpunan U .
 - (b) Menentukan nilai $\alpha \in [0, 1]$ yang merupakan derajat keanggotaan dari himpunan semesta yang dipengaruhi oleh himpunan parameternya dan dengan menetapkan nilai α dapat dibentuk himpunan FPSF $\Gamma_{\alpha A}$ atas U .
 - (c) Menemukan himpunan kabur aggregate (*aggregate fuzzy*) $\Gamma_{\alpha A}^*$ atas $\Gamma_{\alpha A}$.
 - (d) Menemukan alternatif terbaik dari pengambilan keputusan yang ditentukan oleh nilai maksimum dari $\mu_{\Gamma_{\alpha A}^*}^*(u)$.

Misalkan himpunan semestanya adalah daerah-daerah yang akan diprediksi memiliki potensi banjir terbesar, sedangkan himpunan parameternya adalah faktor-faktor yang menyebabkan terjadinya banjir. Dalam hal ini, diambil contoh himpunan semestanya adalah 5 daerah di India, yaitu : Uttarkashi, Badrinath, Kedarnath, Joshimath, dan Rudra prayang, yang dilambangkan berturut-turut dengan L_1, L_2, L_3, L_4, L_5 . Selanjutnya himpunan parameternya adalah $E = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7\}$ yang melambangkan berturut-turut kecepatan angin, arah angin, kelembaban relatif, tekanan permukaan, kontribusi sungai, tofografi, dan jumlah curah hujan.

Setelah dianalisis dengan baik pada setiap lokasi, kita mempertimbangkan himpunan $A \subseteq E$ dimana $A = \{e_2, e_3, e_4, e_5, e_7\}$ dan menetapkan bobot setiap

parameternya.

Misalkan $\mu : A \rightarrow [0, 1]$ adalah sub-himpunan kabur atas A , yang didefinisikan sebagai $\{0, 8/e_2; 0, 6/e_3; 0, 6/e_4; 1/e_5; 0, 9/e_7\}$.

Kasus di atas diselesaikan dengan langkah-langkah sebagai berikut:

Langkah pertama : Diberikan himpunan FPFS Γ_A atas U

$$\begin{aligned} \Gamma_A = & \{(0, 8/e_2; \{0, 7/L_1; 0, 6/L_2; 0, 6/L_3; 0, 6/L_4; 0, 5/L_5\}), \\ & (0, 6/e_3; \{0, 8/L_1; 0, 8/L_2; 1/L_3; 0, 7/L_4; 0, 9/L_5\}), \\ & (0, 6/e_4; \{0, 9/L_1; 0, 9/L_2; 1/L_3; 0, 8/L_4; 0, 9/L_5\}), \\ & (1/e_5; \{1/L_1; 0, 5/L_2; 1/L_3; 0, 5/L_4; 0, 5/L_5\}), \\ & (0, 9/e_7; \{0, 5/L_1; 1/L_2; 1/L_3; 0, 5/L_4; 0, 5/L_5\})\}. \end{aligned}$$

Langkah kedua : Menetapkan nilai $\alpha \in [0, 1]$ yang merupakan derajat keanggotaan himpunan semesta yang dipengaruhi oleh himpunan parameternya. Pada kasus ini nilai α itu adalah suatu bobot nilai yang menggambarkan seberapa besar potensi kemungkinan terjadinya banjir di suatu daerah yang dipengaruhi oleh setiap faktor-faktor yang menyebabkan terjadinya banjir. Selanjutnya dengan menggunakan nilai α yang sudah ditetapkan dapat dibentuk sebuah himpunan FPSF $\Gamma_{\alpha A}$ atas U sesuai dengan definisi 3.1, yang mana nilai α yang bernilai kecil dari nilai α yang ditetapkan akan diabaikan saja.

Untuk nilai $\alpha = 0,6$ maka himpunan FPSF $\Gamma_{\alpha A}$ atas U adalah

$$\Gamma_{\alpha A} = \left\{ \begin{array}{l} (0, 8/e_2; \{0, 7/L_1; 0, 6/L_2; 0, 6/L_3; 0, 9/L_4\}), \\ (0, 6/e_3; \{0, 8/L_1; 0, 8/L_2; 1/L_3; 0, 7/L_4; 0, 9/L_5\}), \\ (0, 6/e_4; \{0, 9/L_1; 0, 9/L_2; 1/L_3; 0, 8/L_4; 0, 9/L_5\}), \\ (1/e_5; \{1/L_1; 1/L_3\}), \\ (0, 9/e_7; \{1/L_2; 1/L_3\}) \end{array} \right\},$$

sehingga

- $\mu_{\Gamma_{\alpha A}}^*(L_1) = \frac{1}{5}(0, 8 \times 0, 7 + 0, 6 \times 0, 8 + 0, 6 \times 0, 9 + 1 \times 1) = 0, 516$
- $\mu_{\Gamma_{\alpha A}}^*(L_2) = \frac{1}{5}(0, 8 \times 0, 6 + 0, 6 \times 0, 8 + 0, 6 \times 0, 9 + 0, 9 \times 1) = 0, 48$
- $\mu_{\Gamma_{\alpha A}}^*(L_3) = \frac{1}{5}(0, 8 \times 0, 6 + 0, 6 \times 1 + 0, 6 \times 1 + 1 \times 1 + 0, 9 \times 1) = 0, 716$
- $\mu_{\Gamma_{\alpha A}}^*(L_4) = \frac{1}{5}(0, 8 \times 0, 9 + 0, 6 \times 0, 7 + 0, 6 \times 0, 8) = 0, 324$
- $\mu_{\Gamma_{\alpha A}}^*(L_5) = \frac{1}{5}(0, 6 \times 1 + 0, 6 \times 0, 9 + 0, 6 \times 0, 9) = 0, 336$

Diperoleh nilai maksimum $\mu_{\Gamma_{\alpha A}}^* = 0, 716$ yaitu pada daerah L_3 .

Jadi, daerah yang memiliki potensi terjadinya banjir paling besar yaitu di daerah Kedarnath.

- (2) Pengaplikasian Himpunan FPSF untuk Memilih Juri yang Memberikan Skor Terbaik pada Perlombaan Pidato Bahasa Inggris

Langkah-langkah dalam penyelesaian kasus ini sesuai dengan algoritma berikut:

- (a) Tentukan himpunan kabur atas A , dengan memberikan bobot setiap parameternya.
- (b) Bentuk himpunan FPFS Γ_A atas suatu himpunan U .

- (c) Menentukan nilai $\alpha \in [0, 1]$ yang merupakan derajat keanggotaan dari himpunan semesta yang dipengaruhi oleh himpunan parameternya dan dengan menetapkan nilai α dapat dibentuk himpunan FPSF $\Gamma_{\alpha A}$ atas U .
- (d) Menemukan himpunan kabur aggregate (*aggregate fuzzy*) $\Gamma_{\alpha A}^*$ atas $\Gamma_{\alpha A}$.
- (e) Menemukan alternatif terbaik dari pengambilan keputusan yang ditentukan oleh nilai maksimum dari $\mu_{\Gamma_{\alpha A}^*}(u)$.

Pengaplikasian himpunan FPSF pada kasus ini bertujuan untuk memilih juri yang baik dalam memberikan nilai pada seorang peserta lomba. Asumsikan $U = \{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6, u_7\}$ adalah himpunan dari beberapa juri. Himpunan parameternya yaitu kriteria-kriteria dalam pemberian nilai dengan $A = E = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7\}$ dimana, e_1 = naskah pidato, e_2 = penampilan peserta, e_3 = isi/pembahasan tema, e_4 = pengucapan, e_5 = kemampuan berkomunikasi, e_6 = tata bahasa, e_7 = ketepatan waktu. Dalam kasus ini, himpunan kabur A didefinisikan dengan $A = \{0, 2/e_1; 0, 1/e_2; 0, 3/e_3; 0, 1/e_4; 0, 1/e_5; 0, 1/e_6; 0, 1/e_7\}$ dan himpunan FPSF diberikan oleh.

$$\Gamma_A = \left\{ \begin{array}{l} (0, 2/e_1; \{0, 7/u_1; 0, 7/u_2; 0, 7/u_3; 0, 5/u_4; 0, 5/u_5; 0, 7/u_6; 0, 7/u_7\}), \\ (0, 1/e_2; \{0, 7/u_1; 0, 7/u_2; 0, 3/u_3; 0, 7/u_4; 0, 7/u_5; 0, 7/u_6; 0, 7/u_7\}), \\ (0, 3/e_3; \{0, 7/u_1; 0, 7/u_2; 0, 5/u_3; 0, 5/u_4; 0, 5/u_5; 0, 5/u_6; 0, 5/u_7\}), \\ (0, 1/e_4; \{0, 5/u_1; 0, 5/u_2; 0, 5/u_3; 0, 5/u_4; 0, 5/u_5; 0, 5/u_6; 0, 5/u_7\}), \\ (0, 1/e_5; \{0, 7/u_1; 0, 7/u_2; 0, 7/u_3; 0, 7/u_4; 0, 7/u_5; 0, 7/u_6; 0, 7/u_7\}), \\ (0, 15/e_6; \{0, 7/u_1; 0, 7/u_2; 0, 7/u_3; 0, 7/u_4; 0, 3/u_5; 0, 3/u_6; 0, 3/u_7\}), \\ (0, 5/e_7; \{0, 7/u_1; 0, 7/u_2; 0, 7/u_3; 0, 7/u_4; 0, 3/u_5; 0, 7/u_6; 0, 7/u_7\}) \end{array} \right\},$$

Langkah selanjutnya adalah menentukan nilai α yang merupakan derajat keanggotaan dari himpunan semesta yang dipengaruhi oleh himpunan parameternya, pada kasus ini nilai α di sini menggambarkan seberapa besar bobot nilai yang diberikan oleh juri pada peserta lomba yang dipengaruhi oleh setiap kriteria-kriteria penilaian dan dengan menetapkan nilai α dapat dibentuk himpunan FPSF $\Gamma_{\alpha A}$ atas U sesuai dengan definisi 3.1, yang mana nilai α yang kecil dari nilai α yang ditetapkan diabaikan saja. Untuk nilai $\alpha = 0,3$, maka himpunan FPSF nya adalah

$$\Gamma_{\alpha A} = \left\{ \begin{array}{l} (0, 2/e_1; \{0, 7/u_1; 0, 7/u_2; 0, 7/u_3; 0, 5/u_4; 0, 5/u_5; 0, 7/u_6; 0, 7/u_7\}), \\ (0, 1/e_2; \{0, 7/u_1; 0, 7/u_2; 0, 3/u_3; 0, 7/u_4; 0, 7/u_5; 0, 7/u_6; 0, 7/u_7\}), \\ (0, 3/e_3; \{0, 5/u_1; 0, 7/u_2; 0, 5/u_3; 0, 5/u_4; 0, 5/u_5; 0, 5/u_6; 0, 5/u_7\}), \\ (0, 1/e_4; \{0, 5/u_1; 0, 5/u_2; 0, 5/u_3; 0, 5/u_4; 0, 5/u_5; 0, 5/u_6; 0, 5/u_7\}), \\ (0, 1/e_5; \{0, 7/u_1; 0, 7/u_2; 0, 7/u_3; 0, 7/u_4; 0, 7/u_5; 0, 7/u_6; 0, 7/u_7\}), \\ (0, 1/e_6; \{0, 7/u_1; 0, 7/u_2; 0, 7/u_3; 0, 7/u_4; 0, 3/u_5; 0, 3/u_6; 0, 3/u_7\}), \\ (0, 1/e_7; \{0, 7/u_1; 0, 7/u_2; 0, 7/u_3; 0, 7/u_4; 0, 3/u_5; 0, 7/u_6; 0, 7/u_7\}) \end{array} \right\},$$

sehingga

$$\bullet \mu_{\Gamma_{\alpha A}^*}(u_1) = \frac{1}{7}(0, 2 \times 0, 7 + 0, 1 \times 0, 7 + 0, 3 \times 0, 5 + 0, 1 \times 0, 5 + 0, 1 \times 0, 7 + 0, 1 \times 0, 7 + 0, 1 \times 0, 7) = 0,089$$

- $\mu_{\Gamma^*_{\alpha A}}(u_2) = \frac{1}{7}(0,2 \times 0,7 + 0,1 \times 0,7 + 0,3 \times 0,7 + 0,1 \times 0,5 + 0,1 \times 0,7 + 0,1 \times 0,7 + 0,1 \times 0,7) = 0,097$
- $\mu_{\Gamma^*_{\alpha A}}(u_3) = \frac{1}{7}(0,2 \times 0,7 + 0,1 \times 0,3 + 0,3 \times 0,5 + 0,1 \times 0,5 + 0,1 \times 0,7 + 0,1 \times 0,7 + 0,1 \times 0,7) = 0,083$
- $\mu_{\Gamma^*_{\alpha A}}(u_4) = \frac{1}{7}(0,2 \times 0,5 + 0,1 \times 0,7 + 0,3 \times 0,5 + 0,1 \times 0,5 + 0,1 \times 0,7 + 0,1 \times 0,7 + 0,1 \times 0,7) = 0,083$
- $\mu_{\Gamma^*_{\alpha A}}(u_5) = \frac{1}{7}(0,2 \times 0,5 + 0,1 \times 0,7 + 0,3 \times 0,5 + 0,1 \times 0,5 + 0,1 \times 0,7 + 0,1 \times 0,3 + 0,1 \times 0,3) = 0,071$
- $\mu_{\Gamma^*_{\alpha A}}(u_6) = \frac{1}{7}(0,2 \times 0,7 + 0,1 \times 0,7 + 0,3 \times 0,5 + 0,1 \times 0,5 + 0,1 \times 0,7 + 0,1 \times 0,3 + 0,1 \times 0,7) = 0,08$
- $\mu_{\Gamma^*_{\alpha A}}(u_7) = \frac{1}{7}(0,2 \times 0,7 + 0,1 \times 0,7 + 0,3 \times 0,5 + 0,1 \times 0,5 + 0,1 \times 0,7 + 0,1 \times 0,3 + 0,1 \times 0,7) = 0,083$

Diperoleh nilai maksimum $\mu_{\Gamma^*_{\alpha A}} = 0,097$ dari u_2 .

Jadi, nilai yang tertinggi diperoleh yaitu yang diberikan oleh juri u_2 . Sehingga terpilihlah juri yang terbaik yaitu juri u_2 .

5. Pembahasan

Pengaplikasian Himpunan FPSF pada 2 kasus yang ada pada tulisan ini terlihat bahwa adanya keterkaitan dengan nilai α , dimana nilai α tersebut adalah derajat keanggotaan dari himpunan semestanya yang dipengaruhi oleh himpunan parameternya. Selanjutnya untuk melihat bagaimana pengaruh pemilihan nilai α terhadap pengambilan keputusan dilakukan simulasi dengan cara memilih nilai α sebagai berikut:

- (1) Pada model peringatan banjir, pemilihan nilai α dapat disajikan pada grafik di bawah ini:

- (2) Pemilihan juri terbaik dalam memberikan penilaian pada seorang peserta, pemilihan nilai α dapat disajikan pada grafik di bawah ini:

Dari grafik di atas dapat disimpulkan bahwa apapun nilai α yang ditentukan akan memberikan kesimpulan yang sama dalam pengambilan keputusan.

6. Kesimpulan dan Saran

6.1. Kesimpulan

Pada tulisan ini telah diperkenalkan Himpunan kabur lembut berparameter kabur adalah himpunan yang dikembangkan dari himpunan kabur lembut dan himpunan lembut kabur berparameter kabur. Dari definisi himpunan kabur lembut berparameter kabur ini, dapat diperoleh beberapa sifat-sifat aljabarnya yang terkait dengan irisan dan gabungan dari himpunan kabur lembut berparameter kabur beserta komponennya.

Pengaplikasian himpunan FPSF pada model peringatan banjir dan untuk memilih juri yang terbaik dalam memberikan penilaian memberikan kita suatu keputusan yaitu pada model peringatan banjir dari daerah yang diberikan didapatkan bahwa daerah yang memiliki potensi terbesar kemungkinan terjadinya banjir adalah daerah Kedarnath, dan dalam memilih juri yang terbaik dalam memberikan penilaian pada seorang peserta kita dapatkan juri yang terbaik adalah juri u_2 . Selanjutnya dari 2 kasus yang kita bahas ini dapat kita ambil suatu kesimpulan bahwasannya apapun nilai α yang kita tetapkan memberikan kesimpulan yang sama dalam pengambilan keputusan.

6.2. Saran

Pada tulisan ini himpunan kabur lembut berparameter kabur diaplikasikan pada dua kasus saja. Penulis berharap selanjutnya himpunan kabur lembut berparameter kabur ini dapat diaplikasikan pada berbagai kasus lain dalam kehidupan.

Daftar Pustaka

- [1] Akta, H, dan Cagman, H.2007. Soft Set and Soft Groups. *Inform. Sci.* 177
- [2] Ring-xue Yao, Jin-Liang Liu, Rui-xia Yan. 2008. Fuzzy Soft Set dan Soft Fuzzy Set. *Fourth International Conference on Natural Computation*. Vol.6, IEE.
- [3] Cagman, N, Citak, F dan Enginoglu, S. 2010. Fuzzy Parameterized Fuzzy Soft Set Theory and its Application. *Turkish. J. Fuzzy Syst.* Vol.1, No.1, 21 - 35.

- [4] Cagman, N, Enginoglu, S, dan Citak, F. 2011. Fuzzy Soft Set Theory and its Application. *J. Fuzzy Syst. Iran.* Vol.8, No.3 , 137 - 147
- [5] Cagman, N, dan Enginoglu, S. 2010. Soft Set Theory and Uni-int Decision Making. *J. Oper. Res. European.* Vol.207, 848 - 855
- [6] Maji, P, K, Biswas, R, dan Roy, A, R. 2003. Soft Set Theory. *Comput. Math. Appl.* Vol.45, 5555 - 562
- [7] Maji, P, K, Biswas, R, dan Roy, A, R. 2002. An Application of soft Sets in a Decision Making Problem. *Comput. Math. Appl.* Vol.44, 1077 - 1083
- [8] Maji, P, K, Biswas, R, dan Roy, A, R. 2001. A Fuzzy Soft Set. *J. Fuzzy Math.* Vol.9, No.3, 589 - 602
- [9] Maji, P, K, Biswas, R, dan Roy, A, R. 2003. A Fuzzy Soft Set Theoretic Approach to Decision Making Problem. *J. Comput. Appl. Math.* Vol.203, 412 - 418
- [10] Majumdar, P, dan Samanta, S, K. 2010. Generalised Fuzzy Soft Set. *Comput. Math. Appl.* Vol.59, 1425 - 1432
- [11] Majumdar, P, dan Samanta, S, K. 2008. Similarity Measure Soft Set. *New Math. Nat. Comput.* Vol.4, No.1, 1-12
- [12] Molodtsov, D, A, 1999. Soft Set Theory-first Result. *Comput. Math. Appl.* Vol.37, 19-31
- [13] Muthukumar,P and Krisnan, G, S, S. 2014. Fuzzy Parameterized Soft Fuzzy Matrix in Flood Warning System. *Fuzzy math.Inform.* Vol.8, No.3, 479-489
- [14] Zadeh, L, A. 1965. Fuzzy Sets. *Information and Control.*Vol.8, 338-353