PENERAPAN METODE *SMALL AREA ESTIMATION* DENGAN PENDEKATAN KERNEL UNTUK MENDUGA PERSENTASE *STUNTING* DI INDONESIA

AYU RATNA SARI, IZZATI RAHMI HG, MAIYASTRI

*Program Studi S1 Matematika,
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Andalas,
Kampus UNAND Limau Manis Padang, Indonesia.
email : ayuratnasari0528@gmail.com*

Diterima 14 Oktober 2019 Direvisi 21 Oktober 2019 Dipublikasikan 3 Desember 2019

Abstrak. *Stunting* merupakan salah satu masalah gizi pada balita yang masih tergolong cukup tinggi di setiap negara. Salah satu indikator yang digunakan adalah persentase *stunting*. Untuk melakukan pendugaan persentase *stunting* bisa dilakukan dengan program pengumpulan data melalui teknik survei. Berdasarkan program tersebut nilai dugaan dapat diduga secara langsung dan secara tidak langsung. Pada pendugaan langsung terdapat kelemahan yaitu tidak memiliki ketelitian yang cukup, sehingga akan menghasilkan nilai ragam yang sangat besar. Untuk mengatasi masalah tersebut, dapat digunakan metode tidak langsung yang dikenal dengan metode pendugaan area kecil (*Small Area Estimation*, SAE). SAE merupakan konsep terpenting dalam pendugaan parameter secara tidak langsung di suatu area. SAE dilakukan dengan menambahkan variabel penyerta yaitu persentase bayi mendapat ASI Eksklusif. Jika asumsi tidak lengkap, maka dapat digunakan pendekatan nonparametrik. Salah satu pendekatan nonparametrik yang digunakan adalah pendekatan Kernel dengan fungsi Gaussian. Evaluasi hasil pendugaan dilakukan dengan melihat nilai ragam dari pendugaan langsung dan pendugaan pendekatan Kernel. Hasil pendugaan pendekatan kernel dengan fungsi Gaussian adalah pendugaan terbaik, karena menghasilkan nilai ragam yang lebih kecil.

Kata Kunci: Penduga langsung, *Small Area Estimation*(SAE), Kernel-Gaussian

1. Pendahuluan

Persaingan antar bangsa di dunia semakin kompetitif, agar mampu bersaing dengan tenaga kerja dari Negara lain, maka butuh Sumber Daya Manusia (SDM) yang berkualitas. Kualitas SDM sangat bergantung pada kondisi gizi anak, jika gizi anak tercukupi maka anak tersebut akan optimal dalam tumbuh kembangnya, sesuai dengan kriteria begitu sebaliknya. Salah satu masalah gizi yang sering terjadi pada anak adalah *stunting*. *Stunting* merupakan masalah kurang gizi kronis yang disebabkan oleh kurangnya asupan gizi dalam waktu yang cukup lama, sehingga tinggi badan anak sangat pendek atau pendek dari standar usianya. Salah satu faktor yang mempengaruhi terjadinya *stunting* adalah ASI Eksklusif. Pada penelitian ini persentase bayi mendapat ASI Eksklusif dijadikan sebagai variabel penyerta.

Dalam tulisan ini akan dibahas mengenai bagaimana menentukan nilai dugaan persentase *stunting* dan perbandingan nilai dugaan persentase *stunting* berdasarkan nilai ragam. Untuk melakukan pendugaan maka digunakan metode pendugaan langsung (*direct estimation*). Pada metode pendugaan langsung terdapat kelemahan yaitu tidak memiliki ketelitian yang cukup, sehingga akan menghasilkan nilai ragam yang sangat besar. Untuk mengatasi masalah tersebut, dapat digunakan metode tidak langsung (*Indirect estimation*) yang dikenal dengan metode pendugaan area kecil (*Small Area Estimation*, SAE). SAE merupakan pendugaan parameter yang dilakukan dengan melibatkan informasi tambahan baik dari dalam area yang menjadi perhatian maupun luar area. Secara statistik informasi tambahan tersebut memiliki sifat meminjam kekuatan. Jika tidak ada hubungan linier antara penduga langsung dan variabel tambahan maka pendugaan tidak langsung tidak dapat digunakan, sehingga digunakan pendekatan nonparametrik. Salah satu pendekatan nonparametrik yang digunakan adalah pendekatan Kernel.

2. Landasan Teori

2.1. Pengertian Balita dan Status Gizi Balita

Balita adalah anak dengan usia di bawah 5 tahun. Masa balita merupakan periode penting dalam proses tumbuh kembang anak. Status gizi merupakan suatu ukuran mengenai kondisi tubuh seseorang yang dapat dilihat dari makanan yang dikonsumsi dan penggunaan zat-zat gizi di dalam tubuh. Status gizi dapat dibedakan menjadi 3 indeks yaitu berdasarkan berat badan menurut umur (BB/U), tinggi badan menurut umur (TB/U), dan rasio berat badan dan tinggi badan (BB/TB) [2].

2.2. Stunting

Stunting dapat diketahui bila seorang anak sudah diukur panjang atau tinggi badannya, lalu dibandingkan dengan standar, dan hasilnya berada di bawah normal [5]. Menurut standar pertumbuhan anak dari *World Health Organization* (WHO), anak dikatakan *stunting* yaitu ketika panjang atau tinggi badan anak menunjukkan angka di bawah minus dua standar deviasi (SD).

2.3. Pendugaan Langsung (*Direct Estimation*)

Dalam konteks survei pendugaan parameter dengan pendugaan langsung didasarkan hanya pada data sampel yang diperoleh dari area tersebut [4]. Pendugaan langsung menggunakan nilai variabel yang menjadi perhatian hanya pada periode waktu dan unit sampel untuk area yang menjadi perhatian. Berikut ini merupakan taksiran pendugaan secara langsung ($\bar{y}_i$) diperoleh dengan metode klasik atau dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\bar{y}_i = \sum_{j=1}^{n_i} \frac{y_{ij}}{n_i} \quad ; \quad \text{dengan } i = 1, 2, \dots, n \quad j = 1, 2, \dots, n_i \quad (2.1)$$

dengan :

$\bar{y}_i$ = pendugaan secara langsung area ke- i
 y_{ij} = unit ke- j di area ke- i
 n_i = ukuran sampel area ke- i
 n = banyaknya area yang tersurvei

Nilai ragam dari suatu pendugaan parameter memiliki peranan penting untuk diketahui, diantaranya adalah untuk mengukur seberapa baik penaksiran parameter yang diperoleh. Untuk menentukan nilai ragam pendugaan langsung dapat dicari dengan rumus sebagai berikut:

$$s_{pl}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\bar{y}_i - (\bar{y}))^2 \quad (2.2)$$

dengan :

s_{pl}^2 = ragam pendugaan langsung
 $\bar{y}_i$ = pendugaan langsung area ke- i
 $\bar{y}$ = rata-rata pendugaan langsung untuk semua area
 n = banyaknya area yang tersurvei

2.4. Pendugaan Area Kecil (*Small Area Estimation*)

Pendugaan Area Kecil (*Small Area Estimation*) adalah metode yang digunakan untuk menduga parameter yang berasal dari area atau sub populasi dengan ukuran sampel yang kecil. Suatu area disebut kecil apabila contoh yang diambil tidak mencukupi untuk melakukan pendugaan langsung dengan hasil dugaan yang akurat [4]. Pendugaan area kecil dikelompokkan menjadi dua jenis model dasar, yaitu model level area (*basic area level model*) dan model level unit (*basic unit level model*) [4]. Model level area merupakan model yang didasarkan pada ketersediaan variabel indikator yang hanya ada untuk level area tertentu. Misalkan $x_i = (x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{ki})^T$ dengan parameter yang akan diduga adalah θ_i yang diasumsikan mempunyai hubungan dengan x_i . Variabel tersebut digunakan untuk membangun model, yaitu:

$$\theta_i = \mathbf{x}_i^T \beta + v_i \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (2.3)$$

dimana n adalah banyaknya area kecil, dengan $\beta = (\beta_1, \beta_2, \beta_3, \dots, \beta_k)^T$ merupakan vektor $k \times 1$ adalah koefisien regresi untuk variabel indikator $\mathbf{x}_i$, dan v_i adalah pengaruh acak pada area kecil yang diasumsikan berdistribusi $N(0, \sigma_v^2)$ [4]. Penduga θ_i dapat diketahui dengan mengasumsikan bahwa model penduga langsung $\bar{y}_i$ telah tersedia, yaitu:

$$\bar{y}_i = \theta_i + \varepsilon_i \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (2.4)$$

dengan *sampling error* $\varepsilon_i \sim N(0, D_i)$ dengan D_i diketahui.

Jika model pada persamaan (2.4) dan (2.3) digabungkan maka akan menghasilkan model gabungan (*mixed models*):

$$\bar{y}_i = \mathbf{x}_i^T \beta + v_i + \varepsilon_i \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (2.5)$$

Model gabungan diatas dikenal sebagai model Fay-Herriot [4].

2.5. Pendugaan Area Kecil dengan Pendekatan Kernel

Menurut Mukhopadhyay dan Maiti [3], hampir semua aplikasi dari pendugaan area kecil menggunakan asumsi linieritas. Jika hubungan antara penduga langsung dengan variabel penyerta tidak linier, maka tidak tepat "meminjam kekuatan" dari area lain dengan menggunakan model linier dalam pendugaan tak langsung (*Indirect Estimation*). Untuk mengatasi hal tersebut dikembangkan pendekatan non-parametrik. Salah satu pendekatan nonparametrik yang digunakan adalah pendekatan Kernel. Persamaan (2.3) dapat didekati dengan sebuah rumus yang lebih umum, yaitu:

$$\theta_i = m(x_i) + v_i \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (2.6)$$

dengan $i = 1, 2, 3, \dots, n$ menunjukkan jumlah area kecil. Fungsi $m(x_i)$ adalah fungsi pemulusan (*smoothing function*) yang mendefinisikan hubungan antara pendugaan langsung dan variabel penyerta pada area ke-i, θ_i adalah rata-rata area kecil pada area ke-i, $\bar{y}_i$ adalah pendugaan langsung area ke-i, v_i merupakan pengaruh acak pada area ke-i dimana $v_i \sim N(0, \sigma_v^2)$ dan ε_i merupakan *sampling error* pada area ke-i yang diasumsikan $\varepsilon_i \sim N(0, D_i)$ dengan D_i diketahui [4]. Substitusi persamaan (2.4) dan (2.6) akan menghasilkan sebagai berikut:

$$\bar{y}_i = m(x_i) + v_i + \varepsilon_i \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (2.7)$$

Untuk menentukan fungsi $m(x_i)$ dapat diduga dengan menggunakan persamaan Nadaraya-Watson Kernel [1] yaitu:

$$\hat{m}(x) = \frac{\sum_{i=1}^n K_h(x - x_i) y_i}{\sum_{i=1}^n K_h(x - x_i)} \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (2.8)$$

dengan $K_h(\cdot)$ merupakan fungsi Kernel dengan h merupakan *bandwidth*. Lebar jendela atau *bandwidth* (h) merupakan parameter pemulusan (*smoothing*) yang berfungsi untuk menentukan kemulusan dari kurva yang dihasilkan. Pemilihan *bandwidth* yang dipilih adalah $h \propto n^{-1/5}$ [3]. Bentuk dari fungsi Kernel $K_h(u)$ dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$K_h(u) = \frac{1}{h} K\left(\frac{u}{h}\right) \quad (2.9)$$

dengan syarat $K\left(\frac{u}{h}\right)$ merupakan simetris, kontinu dan terbatas, yaitu sebagai berikut:

- (i) $K\left(-\frac{u}{h}\right) = K\left(\frac{u}{h}\right)$ simetris.
- (ii) $K\left(\frac{u}{h}\right)$ terbatas dan kontinu pada daerah asal $K\left(\frac{u}{h}\right)$.
- (iii) $\int K\left(\frac{u}{h}\right) \partial\left(\frac{u}{h}\right) = 1$.

Pada tulisan ini digunakan fungsi Kernel Normal (*Gaussian*), yaitu:

$$K\left(\frac{u}{h}\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{u}{h}\right)^2\right) - \infty < \left(\frac{u}{h}\right) < \infty \quad (2.10)$$

Cara lain yang dapat digunakan untuk menduga fungsi $\hat{m}(x)$ pada regresi non-parametrik adalah dengan menggunakan *local averaging procedure* atau rata-rata lokal terboboti sebagai fungsi pemulusan, yaitu:

$$\hat{m}(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n W_{hi}(x) y_i \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (2.11)$$

dengan $\hat{m}(x)$ merupakan dugaan dari fungsi regresi pada area ke- i , n merupakan banyaknya area yang tersurvei, $W_{hi}(x)$ merupakan fungsi pembobot pada area di sekitar x_i dengan lebar jendela h , y_i merupakan unit area ke- i [3]. Fungsi $W_{hi}(x)$ yang digunakan pada metode pemulusan Kernel (*Kernel smoothers*) adalah sebagai berikut:

$$W_{hi}(x) = \frac{K_h(x - x_i)}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n K_h(x - x_i)} \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (2.12)$$

Menurut Mukhopadhy dan Maiti [3], dugaan parameter terbaik pada area ke- i , θ_i dapat dituliskan menjadi:

$$\bar{\theta}_i^{kernel} = \bar{\gamma}_i y_i + (1 - \bar{\gamma}_i) \hat{m}(x) \quad (2.13)$$

Nilai dugaan dari ragam antar area (σ_u^2) dapat diperoleh dengan cara memilih nilai tertinggi dari hasil perhitungan [3] dengan rumus sebagai berikut:

$$\hat{\sigma}_u^2(x) = \max\{0, \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n W_{hi}(x) [y_i - \hat{m}(x)]^2 - D\} \quad (2.14)$$

Ragam untuk pendugaan tidak langsung adalah sebagai berikut:

$$s_{ptl}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\bar{\theta}_i^{kernel} - \bar{\theta}^{kernel})^2 \quad (2.15)$$

dengan :

$$\begin{aligned} s_{ptl}^2 &= \text{ragam pendugaan tidak langsung} \\ \bar{\theta}_i^{kernel} &= \text{pendugaan Kernel area ke-}i \\ \bar{\theta}^{kernel} &= \text{rata-rata pendugaan Kernel untuk semua area} \\ n &= \text{banyaknya area yang tersurvei} \end{aligned}$$

3. Pembahasan

3.1. Pendugaan Langsung Persentase Stunting

Berdasarkan hasil perhitungan dengan pendugaan langsung didapatkan nilai rata-rata persentase *stunting* sebesar 31,0409 dengan nilai ragam 28,0635. Hasil pendugaan langsung persentase *stunting* di Indonesia adalah sebagai berikut:

Tabel 1. Persentase *stunting* di Indonesia dengan Metode Pendugaan Langsung

NO	Provinsi	Hasil Pendugaan Langsung
1	Aceh	35,2217
2	Sumatera Utara	31,2030
3	Sumatera Barat	30,6000
4	Riau	29,1500
5	Jambi	26,1909
6	Sumatera Selatan	23,9471
7	Bengkulu	29,8100
8	Lampung	31,0000
9	Kepulauan Bangka Belitung	27,4286
10	Kepulauan Riau	22,6143
11	DKI Jakarta	23,4500
12	Jawa Barat	28,8481
13	Jawa Tengah	28,3629
14	DI Yogyakarta	21,6000
15	Jawa Timur	26,5974
16	Banten	29,7375
17	Bali	20,6556
18	NTB	37,1600
19	NTT	39,9227
20	Kalimantan Barat	36,8286
21	Kalimantan Tengah	38,2214
22	Kalimantan Selatan	35,7000
23	Kalimantan Timur	31,0600
24	Kalimantan Utara	34,4800
25	Sulawesi Utara	31,0267
26	Sulawesi Tengah	36,2923
27	Sulawesi Selatan	36,0792
28	Sulawesi Tenggara	36,5941
29	Gorontalo	31,2000
30	Sulawesi Barat	40,6500
31	Maluku	31,3364
32	Maluku Utara	25,2700
33	Papua Barat	33,7154
34	Papua	33,4379

3.2. Pendugaan tidak langsung Persentase Stunting dengan Pendekatan Kernel

3.2.1. Pemilihan Variabel Penyerta

Variabel yang akan dijadikan sebagai variabel penyerta adalah persentase bayi mendapatkan ASI Eksklusif yang di peroleh dari data Pemantauan Status Gizi (PSG) tahun 2017. Diperoleh nilai $r_{xy} = -0,200 < r_{(0.025;32)} = 0,3388$ dan nilai $P - value = 0,258 > \alpha = 0.05$ maka terima H_0 , berarti bahwa tidak terdapat hubungan linier yang signifikan antara persentase *stunting* di Indonesia dengan persentase bayi mendapatkan ASI Eksklusif. Karena tidak ada hubungan linier antara persentase *stunting* di Indonesia dengan persentase bayi mendapat ASI Eksklusif sehingga digunakan pendekatan area kecil dengan metode nonparametrik yaitu dengan menggunakan pendekatan Kernel.

3.2.2. Model Pendugaan dengan menggunakan Metode Pendekatan Kernel

Setelah mendapatkan hasil bahwa tidak ada hubungan linier antara persentase *stunting* di Indonesia dengan persentase bayi mendapat ASI Eksklusif, maka dapat dilakukan dengan menghitung nilai fungsi pemulusan $\hat{m}(x)$ dan nilai dugaan dari ragam antar area ($\hat{\sigma}_u^2$), dengan *bandwidth* sebesar $h \propto n^{-1/5} \approx 34^{-1/5} \approx 0,493974$. Diperoleh nilai dugaan maksimum ($\hat{\sigma}_u^2$) sebesar 84,1019 dengan nilai D sebesar 2,9772 dan fungsi pemulusan $\hat{m}(x)$ dapat dilihat pada Tabel 2.

Tabel 2. Persentase *stunting* di Indonesia dengan Metode Pendugaan Pendekatan Kernel

NO	Provinsi	$\hat{m}(x)$	Dugaan persentase <i>stunting</i> (θ_i^{kernel})
1	Aceh	34,1162	35,6685
2	Sumatera Utara	28,5009	28,5000
3	Sumatera Barat	31,0756	30,5083
4	Riau	29,4936	29,6949
5	Jambi	31,4132	25,4460
6	Sumatera Selatan	22,7990	22,8000
7	Bengkulu	27,3099	29,3419
8	Lampung	27,5608	31,5289
9	Kepulauan Bangka Belitung	28,4262	27,3065
10	Kepulauan Riau	30,0397	21,3660
11	DKI Jakarta	22,7009	22,7000
12	Jawa Barat	31,0486	29,2334
13	Jawa Tengah	32,5961	28,5300
14	DI Yogyakarta	19,8000	19,8000
15	Jawa Timur	28,2848	26,7225
16	Banten	32,5209	29,7766
17	Bali	23,4741	19,3430
18	NTB	35,6091	37,0052
19	NTT	36,5939	40,1998
20	Kalimantan Barat	34,9637	35,4693
21	Kalimantan Tengah	30,0397	36,7654
22	Kalimantan Selatan	33,3758	34,1549
23	Kalimantan Timur	29,1437	30,5978
24	Kalimantan Utara	31,8219	33,2678
25	Sulawesi Utara	33,9494	31,5494
26	Sulawesi Tengah	34,4729	34,0898
27	Sulawesi Selatan	31,7772	34,7484
28	Sulawesi Tenggara	35,3971	36,3744
29	Gorontalo	31,6991	31,7000
30	Sulawesi Barat	34,7010	37,9270
31	Maluku	29,0855	29,9778
32	Maluku Utara	27,1396	25,1298
33	Papua Barat	34,3073	33,3362
34	Papua	31,8254	32,7836

3.3. Perbandingan nilai dugaan persentase *stunting* di Indonesia berdasarkan hasil pendugaan langsung dan pendugaan pendekatan Kernel.

Berdasarkan nilai ragam persentase *stunting* di Indonesia tahun 2017 dari hasil pendugaan langsung sebesar 28,0635, dan nilai ragam persentase *stunting* di Indonesia tahun 2017 dari hasil pendugaan pendekatan Kernel sebesar 27,8428. Hal ini menunjukkan bahwa pendugaan pendekatan Kernel lebih baik digunakan, karena meng-

hasilkan nilai ragam yang lebih kecil daripada menggunakan metode pendugaan langsung.

4. Kesimpulan

Pendugaan tidak langsung dengan pendekatan Kernel menghasilkan nilai ragam yang lebih kecil yaitu sebesar 27,8428 daripada nilai ragam menggunakan pendugaan langsung yaitu sebesar 28,0635. Oleh karena itu, metode pendugaan pendekatan Kernel lebih baik dibandingkan dengan metode pendugaan langsung.

Daftar Pustaka

- [1] Hardle, W. 1994. *Applied Nonparametric Regression*. <http://www.quantlet.com> [diakses 24 September 2018]
- [2] Kementerian Kesehatan Republik Indonesia. 2018. Buku Saku Pemantauan Status Gizi Tahun 2017. Badan Litbangkes Depkes RI 2018, Jakarta
- [3] Niashinta, B, dkk. 2016. Pendugaan Area kecil terhadap pengeluaran per kapita di kabupaten Sragen dengan Pendekatan Kernel. *Jurnal Gaussian*, **5**(1). ISSN : 2339-2541
- [4] Rao, J. N. and I. Molina. 2015. *Small Area Estimation*. 2nd edition. New Jersey : John Willey and Sons, Inc.
- [5] TNP2K. 2017. 100 Kabupaten/Kota Prioritas untuk Intervensi Anak Kerdil (*Stunting*). Sekretariat Wakil Presiden Republik Indonesia, Jakarta Pusat
- [6] Walpole, R. E. 1995. *Pengantar Statistika*. Edisi Ketiga. PT Gramedia Pustaka Utama. Jakarta.