PENDUGAAN JUMLAH PENDUDUK MISKIN DI INDONESIA PADA SUATU AREA KECIL DENGAN PENDEKATAN *KERNEL-BOOTSTRAP*

ELSA FEBRIANI, HAZMIRA YOZZA, IZZATI RAHMI HG

*Program Studi S1 Matematika,
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Andalas,
Kampus UNAND Limau Manis Padang, Indonesia.
email : elsafebriani2002@gmail.com*

Diterima 14 Oktober 2019 Direvisi 21 Oktober 2019 Dipublikasikan 3 Desember 2019

Abstrak. Kemiskinan diartikan sebagai suatu keadaan dimana taraf hidup manusia berada pada keadaan serba kekurangan dan tidak mampu untuk memenuhi kebutuhan dasar. Tingkat kemiskinan di Indonesia tergolong cukup tinggi, untuk mengurangi angka kemiskinan diperlukan beberapa upaya salah satunya pendugaan jumlah penduduk miskin di suatu daerah. Pendugaan yang dilakukan pada area kecil dapat dilakukan secara langsung dan secara tidak langsung. Pendugaan area kecil secara tidak langsung memanfaatkan informasi yang berhubungan dengan parameter yang diamati. Pendugaan tersebut dapat dilakukan dengan regresi parametrik dan regresi nonparametrik. Salah satu pendekatan yang dapat dilakukan pada regresi nonparametrik yaitu pendekatan Kernel. Metode pendekatan kernel lebih fleksibel dan memiliki kemampuan yang baik dalam memodelkan data yang tidak mempunyai pola tertentu. Evaluasi nilai pendugaan akan dilihat dengan nilai *standar error*. Pada regresi nonparametrik digunakan metode *Bootstrap* untuk memperoleh nilai *standar error*. Hasil pendugaan menggunakan regresi nonparametrik dengan pendekatan kernel menghasilkan nilai dugaan yang mendekati data sebenarnya dengan nilai *standar error* yang lebih kecil.

Kata Kunci: Small Area Estimation, Kernel, Bootstrap

1. Pendahuluan

Kemiskinan merupakan salah satu masalah perekonomian yang dihadapi oleh hampir setiap negara di dunia terutama negara berkembang seperti Indonesia. Tingkat kemiskinan di Indonesia masih tergolong cukup tinggi dikarenakan setiap tahunnya jumlah penduduk Indonesia terus meningkat.

Tingginya angka kemiskinan dipengaruhi oleh banyak faktor diantaranya laju pertumbuhan penduduk serta distribusi yang tidak merata, tingginya angka pengangguran yang diakibatkan oleh kurang tersedianya lapangan pekerjaan, rendahnya tingkat pendidikan, terjadinya bencana alam dan lain-lain. Kemiskinan juga dapat disebabkan oleh gagalnya program-program ekonomi yang direncanakan oleh pemerintah untuk menekan kemiskinan tersebut.

Salah satu cara untuk mengukur kemiskinan di suatu daerah adalah dengan menentukan banyak penduduk miskin di daerah tersebut. Pendugaan jumlah penduduk miskin dapat dilakukan dengan dua cara yaitu pendugaan langsung (*direct estimation*) dan pendugaan tidak langsung (*indirect estimation*). Pendugaan secara langsung biasanya dilakukan pada area yang relatif besar. Apabila dilakukan pada area kecil, pendugaan tersebut tidak mampu memberikan ketelitian yang cukup sehingga statistik yang dihasilkan akan memiliki varian yang besar[6]. Oleh karena itu, apabila sampel diambil dari area kecil, perlu dikembangkan metode pendugaan tidak langsung yaitu pendugaan area kecil atau *Small Area Estimation* (SAE).

Teknik pendugaan dengan SAE merupakan teknik pendugaan secara tidak langsung dengan memanfaatkan informasi tambahan yang bersumber dari daerah itu sendiri ataupun daerah lain yang berhubungan dengan parameter yang akan diamati. Pendugaan secara tidak langsung dapat dilakukan dengan regresi parametrik dan regresi nonparametrik. Pendugaan secara tidak langsung dengan regresi nonparametrik salah satunya dapat dilakukan dengan pendekatan kernel karena lebih fleksibel dan memiliki kemampuan yang baik dalam memodelkan data yang tidak mempunyai pola tertentu.

2. Landasan Teori

2.1. Analisis Regresi Linear Berganda

Analisis regresi linear berganda digunakan untuk memodelkan hubungan secara linear antara dua atau lebih variabel bebas ($X_1, X_2, \dots, X_n$) dengan variabel terikat (Y). Bila terdapat k variabel bebas yakni $X_1, \dots, X_k$ maka model regresi yang digunakan adalah :[5]

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \dots + \beta_k X_{ik} + \varepsilon_i, \quad (2.1)$$

dengan : Y_i adalah nilai pendugaan variabel terikat ke- i , $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k$ adalah parameter, $X_{i1}, \dots, X_{ik}$ adalah variabel bebas dan ε_i adalah kesalahan/error.

Untuk mengestimasi parameter pada model analisis regresi linear berganda, salah satunya dapat menggunakan Metode Kuadrat Terkecil (MKT) yaitu dengan meminimumkan jumlah kuadrat residual ($\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2$). Dengan MKT diperoleh nilai pendugaan β yaitu

$$\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} (X^T Y). \quad (2.2)$$

2.2. Regresi Nonparametrik

Regresi nonparametrik digunakan untuk mengetahui pola hubungan antara variabel bebas dengan variabel terikat ketika tidak diperoleh informasi tentang bentuk fungsi regresinya. Pendekatan regresi nonparametrik bagi hubungan variabel bebas dan variabel terikat dimodelkan sebagai berikut :[3]

$$Y_i = m(X_i) + \varepsilon_i ; i = 1, 2, \dots, n, \quad (2.3)$$

dengan Y_i adalah variabel terikat pengamatan ke- i , $m(X_i)$ adalah fungsi pemulusan yang mendefinisikan hubungan antara penduga dengan variabel bebas pada pengamatan ke- i dan ε_i = error ke- i dengan $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$.

2.2.1. Regresi Nonparametrik dengan Pendekatan Kernel

Salah satu teknik yang dapat digunakan untuk mengestimasi regresi nonparametrik dengan pendekatan kernel adalah estimasi *Nadaraya-Watson* dimana fungsi regresi dinyatakan dengan

$$\hat{m}_h(x) = \frac{\sum_i K_h(x - X_i)Y_i}{\sum_i K_h(x - X_i)}, \quad (2.4)$$

dengan K_h merupakan fungsi kernel dengan *bandwidth* (h).

Fungsi $K(u)$ dikatakan fungsi kernel jika memenuhi sifat-sifat [8]

- (1) $K(-u) = K(u)$, simetris.
- (2) $K(u) \geq 0$, terbatas dan kontinu pada daerah asal u .
- (3) $\int_{-\infty}^{\infty} K(u)du = 1$.

Fungsi kernel yang digunakan adalah fungsi kernel *Epanechnikov*.

$$K(x) = \frac{3}{4}(1 - x^2)I_{(|x| \leq 1)}. \quad (2.5)$$

Bila terdapat lebih dari satu variabel bebas maka digunakan fungsi kernel multivariat. Bentuk dari fungsi kernel multivariat dapat dinyatakan dalam

$$K_h(u_1, \dots, u_k) = \prod_{j=1}^k \frac{1}{h} K\left(\frac{u_j}{h}\right) \quad (2.6)$$

dengan $u_j = x_j - x_{ij}$, $i = 1, 2, \dots, n$ dan $j = 1, 2, \dots, k$.

2.2.2. Bandwidth

Lebar jendela atau *bandwidth* (h) merupakan parameter pemulusan (*smoothing*) yang berfungsi untuk menentukan kemulusan dari kurva yang dihasilkan. Pemilihan *bandwidth* yang optimal dilakukan dengan cara memperkecil tingkat kesalahan dimana semakin kecil tingkat kesalahan maka akan semakin baik estimasinya. [10]

Pemilihan *bandwidth* optimum pada penelitian ini dilakukan dengan meminimalkan *Asymptotic Mean Integrated Square Error* (AMISE) terhadap h . AMISE adalah persamaan yang dihasilkan dengan menghilangkan orde tertinggi dari pendekatan formula *Mean Integrated Square Error* (MISE). [1]

$$AMISE(\hat{f}(x)) \approx \frac{h^4}{4}(\mu_2(K))^2 R(f'') + \frac{1}{nh} R(K) \quad (2.7)$$

Jika Persamaan 2.7 diturunkan terhadap h dan disamakan dengan 0 akan menghasilkan *bandwidth* optimal.

$$h_{opt} = (R(K))^{1/5} n^{-1/5} (\mu_2(K))^{-2/5} \left(\frac{3}{8\sqrt{\pi}}\right)^{-1/5} \sigma \quad (2.8)$$

2.3. Small Area Estimation (SAE)

Small Area Estimation (SAE) atau pendugaan area kecil dapat dikatakan sebagai suatu metode untuk menduga parameter pada suatu area yang relatif kecil dalam percontohan survei dengan memanfaatkan informasi dari luar area, dari dalam area itu sendiri dan dari luar survei [7].

Penduga area kecil dibagi menjadi dua model yaitu model level area (*basic area level model*) dan model level unit (*basic unit level model*).

2.3.1. Model Level Area

Model level area merupakan model yang didasarkan pada ketersediaan variabel bebas yang hanya ada untuk level area tertentu. Misalkan $\mathbf{x}_i = (x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{ki})^T$ adalah variabel bebas dengan i adalah banyaknya area dan k adalah banyaknya variabel bebas serta parameter yang akan diduga adalah θ_i yang diasumsikan mempunyai keterkaitan dengan $\mathbf{x}_i$ [8]. Variabel bebas tersebut digunakan untuk membangun model

$$\theta_i = \mathbf{x}_i^T \beta + b_i v_i, i = 1, 2, \dots, m \quad (2.9)$$

dengan b_i merupakan konstanta bernilai positif yang diketahui dan $\beta = (\beta_1, \dots, \beta_k)^T$ adalah vektor koefisien regresi berukuran $k \times 1$ dan v_i adalah pengaruh acak dari area kecil yang diasumsikan dengan $v_i \sim N(0, \sigma_v^2)$.

Untuk membuat kesimpulan mengenai area kecil θ_i pada Persamaan 2.9, diasumsikan bahwa pendugaan langsung $\hat{\theta}_i$ diketahui yaitu

$$\hat{\theta}_i = \theta_i + e_i \quad (2.10)$$

dengan kesalahan pengambilan sampel $e_i \sim N(0, \sigma_e^2)$. Berdasarkan Persamaan 2.9 dan 2.10 didapatkan model gabungan :

$$\hat{\theta}_i = \mathbf{x}_i^T \beta + b_i v_i + e_i, i = 1, 2, \dots, m \quad (2.11)$$

dengan asumsi v_i dan e_i saling bebas. [9]

2.4. SAE dengan Pendekatan Kernel

Pendugaan pada suatu area kecil dapat dilakukan secara tidak langsung, salah satunya menggunakan regresi nonparametrik dengan pendekatan kernel. Dengan θ sebagai parameter yang akan diduga, maka pendugaan dari rata-rata area kecil tersebut dapat diperoleh dengan rumus : [6]

$$\hat{\theta}_i = \hat{\gamma}_i Y_i + (1 - \hat{\gamma}_i) \hat{m}_h(x_i) \quad (2.12)$$

dimana $\hat{\theta}_i$ merupakan penduga parameter yang akan diestimasi, $\hat{\gamma}_i = \frac{\hat{\sigma}_u^2}{\hat{\sigma}_u^2 + D_i}$ dengan $\hat{\sigma}_u^2$ merupakan penduga varian antar area dan D_i merupakan varian tiap area.

Nilai D_i dapat dihitung dengan rumus :

$$D_i = \frac{s_i^2}{n_i} \text{ dengan } s_i^2 = \frac{1}{n_i - 1} \sum_{j=1}^{n_i} (Y_{ij} - Y_i)^2$$

dengan s_i^2 merupakan varian, n_i merupakan banyaknya jumlah area yang diamati pada area ke- i , Y_{ij} merupakan variabel terikat ke- j pada area ke- i , Y_i merupakan variabel terikat pada area ke- i .

Untuk menghitung nilai dugaan dari varian antar area digunakan rumus :

$$\hat{\sigma}_u^2 = \max\{0, \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^m W_{hi}(x) [Y_i - \hat{m}_h(x_i)]^2 - D\} \quad (2.13)$$

2.5. Pendugaan Standard Error (SE) dengan Bootstrap

Metode *bootstrap* adalah metode berbasis *resampling* data sampel dengan syarat pengembalian dari sampel hasil observasi dengan replikasi B kali. Metode *bootstrap* merupakan suatu metode pendekatan nonparametrik untuk menaksir berbagai kuantitas statistik seperti *mean*, *standar error*, dan *bias* suatu estimator atau untuk membentuk selang kepercayaan dengan memanfaatkan kecanggihan teknologi komputer [4]. Nilai pendugaan *standard error* $\hat{se}_B$ dapat dihitung dengan

$$\bar{\theta}^* = \frac{\sum_{i=1}^B \bar{\theta}_i^*}{B} \text{ dan } \hat{se}_B = \left[\frac{\sum_{i=1}^B (\bar{\theta}_i^* - \bar{\theta}^*)^2}{B-1} \right]^{1/2} \quad (2.14)$$

3. Pembahasan

Hubungan antara variabel terikat dan variabel bebas dapat dilihat menggunakan diagram pencar berikut

Gambar 1. Hubungan antara Variabel Terikat (Y) dengan Variabel Bebas (X_1, X_2, X_3)

Berdasarkan Gambar 1 dapat dilihat bahwa hubungan antara variabel terikat dengan variabel bebas menggambarkan hubungan yang cenderung positif.

3.1. Pendugaan Jumlah Penduduk Miskin dengan Analisis Regresi Linear Berganda

Model yang terbentuk pada regresi parametrik yaitu

$$\hat{y} = -27,889 + 0,162X_{i1} + 0,016X_{i2} - 2,385X_{i3} \quad (3.1)$$

Dengan menggunakan Persamaan 3.1 diperoleh hasil dugaan sebagai berikut

Tabel 1. Hasil Pendugaan Jumlah Penduduk Miskin

NO	Provinsi	$\hat{Y}$ (ribu)
1	Aceh	488,644
2	Sumatera Utara	1484,595
3	Sumatera Barat	540,907
4	Riau	655,002
5	Jambi	408,710
6	Sumatera Selatan	942,439
7	Bengkulu	213,870
8	Lampung	956,993
9	Kepulauan Bangka Belitung	151,717
10	Kepulauan Riau	158,913
11	DKI Jakarta	897,414
12	Jawa Barat	3695,992
13	Jawa Tengah	3831,785
14	DI Yogyakarta	461,753
15	Jawa Timur	4659,352
16	Banten	830,800
17	Bali	612,216
18	NTB	622,500
19	NTT	678,438
20	Kalimantan Barat	557,457
21	Kalimantan Tengah	285,034
22	Kalimantan Selatan	435,111
23	Kalimantan Timur	303,397
24	Kalimantan Utara	45,387
25	Sulawesi Utara	195,494
26	Sulawesi Tengah	344,969
27	Sulawesi Selatan	927,856
28	Sulawesi Tenggara	317,755
29	Gorontalo	113,820
30	Sulawesi Barat	150,164
31	Maluku	108,247
32	Maluku Utara	110,211
33	Papua Barat	60,181
34	Papua	376,167

Pendugaan jumlah penduduk miskin dengan regresi parametrik menghasilkan nilai *standar error* sebesar 234,610.

3.2. Small Area Estimation menggunakan Regresi Nonparametrik dengan Pendekatan Kernel

Langkah pertama untuk menduga jumlah penduduk miskin di Indonesia dengan pendekatan kernel adalah dengan menduga nilai $\hat{m}_h(x)$ dimana nilai *bandwidth* optimum (h_{opt}) yang digunakan sebesar 200,385. Nilai *bandwidth* mempengaruhi

tingkat kemulusan dari kurva. Semakin besar nilai *bandwidth* maka kurva pemulusan yang diperoleh semakin mulus namun dengan bias pendugaan semakin besar dan nilai ragam semakin kecil dan sebaliknya.

Setelah diperoleh nilai fungsi pemulusan, dapat diduga jumlah penduduk miskin untuk masing-masing provinsi ($\hat{\theta}_i$). Nilai fungsi pemulusan dan hasil pendugaan untuk masing-masing provinsi dapat dilihat pada Tabel 2

Tabel 2. Nilai $\hat{m}_h(x)$ dan $\hat{\theta}_i$ dalam (juta jiwa)

NO	Provinsi	$\hat{m}_h(x)$	$\hat{\theta}_i$
1	Aceh	0,7705	0,829674
2	Sumatera Utara	0,7768	1,324473
3	Sumatera Barat	0,7707	0,360189
4	Riau	0,7715	0,496773
5	Jambi	0,7695	0,278844
6	Sumatera Selatan	0,7727	1,085236
7	Bengkulu	0,7684	0,302904
8	Lampung	0,7727	1,081259
9	Kepulauan Bangka Belitung	0,7680	0,076236
10	Kepulauan Riau	0,7685	0,128530
11	DKI Jakarta	0,7741	0,393747
12	Jawa Barat	0,8005	3,666738
13	Jawa Tengah	0,7912	4,078175
14	DI Yogyakarta	0,7697	0,467105
15	Jawa Timur	0,7950	4,276633
16	Banten	0,7754	0,700135
17	Bali	0,7701	0,176617
18	NTB	0,7704	0,748301
19	NTT	0,7706	1,133233
20	Kalimantan Barat	0,7704	0,389094
21	Kalimantan Tengah	0,7688	0,137941
22	Kalimantan Selatan	0,7699	0,194676
23	Kalimantan Timur	0,7695	0,218846
24	Kalimantan Utara	0,7675	0,048581
25	Sulawesi Utara	0,7687	0,194953
26	Sulawesi Tengah	0,7691	0,423599
27	Sulawesi Selatan	0,7729	0,825862
28	Sulawesi Tenggara	0,7688	0,313343
29	Gorontalo	0,7678	0,201146
30	Sulawesi Barat	0,7679	0,149617
31	Maluku	0,7682	0,320703
32	Maluku Utara	0,7679	0,078311
33	Papua Barat	0,7677	0,212992
34	Papua	0,7693	0,910131

Nilai *standar error* untuk regresi nonparametrik dengan pendekatan kernel dihitung menggunakan metode *bootstrap* dengan banyak replikasi 50 kali. Replikasi ini dilakukan terhadap data asli sehingga diperoleh nilai *standar error* sebesar 0,0126.

4. Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan, dapat disimpulkan bahwa pendugaan jumlah penduduk miskin di Indonesia dengan metode regresi parametrik menghasilkan nilai dugaan dengan selisih cukup besar dari data sebenarnya. Sedangkan hasil pendugaan menggunakan metode regresi nonparametrik dengan pendekatan kernel lebih mendekati data sebenarnya. Hasil tersebut juga didukung oleh nilai *error* yang diperoleh.

Daftar Pustaka

- [1] Aulia, A. 2015. Regresi Polinomial Lokal dengan Fungsi Kernel Gaussian. *Skripsi*, tidak diterbitkan. Universitas Gajah Mada. Yogyakarta
- [2] Efron, B. dan R.J. Tibshirani. 1993. *An Introduction to the Bootstrap*. Chapman and Hall, New York
- [3] Hardle, W. 1994. *Applied Nonparametric Regression*. Berlin
- [4] Kurnia A, dan Notodipuro KA. 2006. Penerapan Metode Bootstrap dalam Pendugaan Area Kecil. *Jurnal Statistika dan Komputasi*. **11**: 12 – 16
- [5] Kutner, M.H., Cristopher J. Nachtsheim, John Neter dan William Li. 2005. *Applied Linear Statistical Models Edisi ke-5*. McGraw-Hill, New York
- [6] Maulana, U., Moh Yamin Darsyah dan Tiani Wahyu Utami. 2014. Small Area Estimation untuk Pendugaan Jumlah Penduduk Miskin di Kota Semarang dengan Pendekatan kernel-Bootstrap. *Jurnal Statistika*. **2**: 63 – 69
- [7] Mukhopadhyay P. dan Tapabrata Maiti. 2004. Two Stage Non-Parametric Approach for Small Area Estimation. *Proceedings of ASA Section on Survey Research Methods*: 4058 – 4065
- [8] Niashinta, B.R., Dwi Ispriyanti dan Abdul Hoyyi. 2016. Pendugaan Area Kecil Terhadap Pengeluaran Per Kapita di Kabupaten Sragen dengan Pendekatan Kernel. *Jurnal Gaussian*. **5**: 71 – 80
- [9] Rao, J.N.K. 2003. *Small Area Estimation*. Wiley, London
- [10] Silverman, B.W. 1986. *Density Estimation for Statistics and Data Analysis*. Chapman and Hall, New York