PENENTUAN BILANGAN KROMATIK LOKASI GRAF PRISMA $C_{n,n,n}$

YOZA DELLA SYAUMI, NARWEN*, EFFENDI

*Program Studi S1 Matematika,
 Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Andalas,
 Kampus UNAND Limau Manis Padang, Indonesia.
 email : yozadella11@gmail.com, narwen@sci.unand.ac.id*

Diterima 29 November 2019 Direvisi 3 Desember 2019 Dipublikasikan 12 Januari 2020

Abstrak. Misalkan $G = (V, E)$ graf terhubung. Bilangan kromatik dari graf G adalah bilangan asli terkecil k sedemikian sehingga G mempunyai suatu pewarnaan- k titik sejati. Bilangan kromatik dari G dinotasikan dengan $\chi(G)$. Misalkan $\chi(G) = k$, ini berarti titik-titik di G paling kurang diwarnai dengan k warna dan tidak dapat diwarnai dengan $k - 1$ warna. jika titik-titik di G diwarnai dengan k warna maka tidak ada titik yang bertetangga mempunyai warna yang sama.

Kelas warna pada G dinotasikan dengan S_i , merupakan himpunan titik-titik yang berwarna i dengan $1 \leq i \leq k$. Misalkan $\Pi = \{S_1, S_2, \dots, S_k\}$ merupakan partisi terurut dari $V(G)$. Berdasarkan suatu pewarnaan titik, maka representasi v terhadap Π disebut kode warna dari v , dinotasikan dengan $c_\Pi(v)$. Kode warna $c_\Pi(v)$ dari suatu titik $v \in V(G)$ didefinisikan sebagai k -vektor,

$$c_\Pi(v) = (d(v, S_1), d(v, S_2), \dots, d(v, S_k))$$

dimana $d(v, S_i) = \min\{d(v, x) | x \in S_i\}$ untuk $1 \leq i \leq k$. Jika setiap titik yang berbeda di G memiliki kode warna yang berbeda untuk suatu Π , maka c disebut **pewarnaan lokasi** dari G . Minimum dari banyaknya warna yang digunakan pada pewarnaan lokasi dari graf G disebut **bilangan kromatik lokasi**. Pada tulisan ini akan dibahas bilangan kromatik lokasi graf prisma $C_{n,n,n}$ yang dibentuk dari tiga graf lingkaran C_n , untuk $n \geq 3$.

Kata Kunci: kelas warna, kode warna, bilangan kromatik lokasi

1. Pendahuluan

Teori graf merupakan salah satu cabang ilmu matematika yang sangat sederhana. Seiring perkembangannya zaman, teori graf semakin berkembang, banyak graf yang ditemukan, dan banyak keunikan graf yang dapat dibahas dengan berbagai macam operasi. Salah satunya terdapat pada kesederhanaan pokok bahasan yang dapat disajikan dalam titik (*vertex*) dan sisi (*edge*).

*penulis korespondensi

Perkembangan tentang graf menyangkut dua topik yaitu bahasan dan aplikasi. Beberapa topik bahasan antara lain dimensi partisi, pewarnaan lokasi, bilangan kromatik, bilangan kromatik lokasi dan lain-lain. Seperti pada pembuatan suatu jadwal, jaringan penggunaan sosial media, jaringan listrik, jaringan telepon, membantu dalam menentukan lokasi tempat saat berwisata, dan masih banyak digunakan di bidang-bidang lainnya. Pewarnaan graf diyakini pertama kali muncul pada masalah pewarnaan peta, dimana pembatasan setiap daerah pada peta diberi warna yang berbeda. Masalah pewarnaan graf juga memiliki banyak aplikasi di dalam bidang lain. Pewarnaan graf terdiri dari pewarnaan titik dan pewarnaan sisi. Pewarnaan sisi untuk graf G adalah pemberian k warna pada sisi-sisi dari graf G sedemikian hingga setiap dua sisi yang saling terkait pada titik yang sama memiliki warna berbeda. Pewarnaan titik pada graf adalah pemberian warna untuk setiap titik pada graf sehingga tidak ada dua titik yang bertetangga berwarna sama.

2. Definisi dan Terminologi dalam Teori Graf

Suatu **graf** G adalah pasangan himpunan V dan E , dituliskan $G = (V, E)$, dimana V adalah suatu himpunan titik (*vertex*) yang tidak kosong dan E adalah himpunan sisi (*edge*) yang terdiri dari pasangan terurut dari titik-titik berbeda dari V . Misalkan $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ adalah himpunan titik yang berisi n titik di G dan $E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$ adalah himpunan sisi yang berisi m sisi di G . Secara umum, untuk menotasikan sisi dapat ditulis dengan $v_i v_j$ atau $v_j v_i$.

Misalkan C_n adalah graf lingkaran dengan n titik, untuk $n \geq 3$. Graf prisma $C_{n_1, n_2, \dots, n_k}$ adalah suatu graf yang dibentuk dari k buah graf lingkaran dengan n_i titik yang ditulis dengan C_n^i .

Dalam hal ini, i menyatakan graf lingkaran ke- i dan n_i menyatakan banyak titik pada graf lingkaran ke- i tersebut. Dengan demikian, himpunan titik dan himpunan sisi dari graf lingkaran ke- i adalah,

$$V(C_n^i) = \{v_1^i, v_2^i, v_3^i, \dots, v_n^i\},$$

$$E(C_n^i) = \left(\bigcup_{j=1}^{n-1} v_j^i v_{j+1}^i \right) \cup v_n^i v_1^i,$$

dengan $i = 1, 2, \dots, k$. Untuk mendapatkan graf prisma $C_{n,n,n}$ dibentuk sedemikian rupa sehingga himpunan titik dari graf prisma $C_{n,n,n}$ adalah,

$$V(C_{n,n,n}) = \bigcup_{i=1}^3 V(C_n^i).$$

Sedangkan sisi-sisi dari graf prisma $C_{n,n,n}$ dibentuk sebagai berikut. Mula-mula dikumpulkan semua sisi yang ada pada graf prisma $C_{n,n,n}$ yaitu,

$$\bigcup_{i=1}^3 E(C_n^i) = E(C_n^1) \cup E(C_n^2) \cup E(C_n^3)$$

Selanjutnya hubungkan titik-titik $v_j^i v_j^{i+1}$, dengan $i = 1, 2, 3$ dan $j = 1, 2, \dots, n_i$,

yaitu,

$$\begin{aligned} \bigcup_{j=1}^{n_i} \left(\bigcup_{i=1}^{3-1} v_j^i v_j^{i+1} \right) &= \bigcup_{j=1}^n (v_j^1 v_j^2 \cup v_j^2 v_j^3) \\ &= v_1^1 v_1^2 \cup v_1^2 v_1^3 \cup v_2^1 v_2^2 \cup v_2^2 v_2^3 \cup \dots \cup v_n^1 v_n^2 \cup v_n^2 v_n^3 \end{aligned}$$

Diperoleh sisi-sisi dari graf prisma $C_{n,n,n}$ adalah,

$$E(C_{n,n,n}) = \left(\bigcup_{i=1}^3 E(C_n^i) \right) \cup \left(\bigcup_{j=1}^n \left(\bigcup_{i=1}^2 v_j^i v_j^{i+1} \right) \right).$$

Banyak titik dari graf prisma $C_{n,n,n}$ adalah,

$$|V(C_{n,n,n})| = \sum_{i=1}^3 n = n + n + n = 3n.$$

dan banyak sisi dari graf prisma $C_{n_1, n_2, \dots, n_k}$ adalah,

$$\begin{aligned} |E(C_{n,n,n})| &= \sum_{i=1}^3 |E(C_n^i)| + \sum_{j=1}^n \left(\sum_{i=1}^2 |v_j^i v_j^{i+1}| \right) \\ &= E(C_n^1) + E(C_n^2) + E(C_n^3) + \sum_{j=1}^n |(v_j^1 v_j^2 + v_j^2 v_j^3)| \\ &= n + n + n + |v_1^1 v_1^2 + v_1^2 v_1^3 + v_2^1 v_2^2 + v_2^2 v_2^3 + \dots + v_n^1 v_n^2 + v_n^2 v_n^3| \\ &= 3n + 2n. \\ &= 5n. \end{aligned}$$

Pada Gambar 1 diberikan graf $C_{n,n,n}$, dengan $n \geq 3$.

Gambar 1. Graf $C_{n,n,n}$, $n \geq 3$

Bilangan kromatik (*chromatic number*) dari graf G adalah bilangan asli terkecil k sedemikian sehingga G mempunyai suatu pewarnaan- k titik sejati. Bilangan

kromatik dari G dinotasikan dengan $\chi(G)$. Misalkan $\chi(G) = k$, ini berarti titik-titik di G paling kurang diwarnai dengan k warna dan tidak dapat diwarnai dengan $k-1$ warna. jika titik-titik di G diwarnai dengan k warna maka tidak ada titik yang bertetangga mempunyai warna yang sama.

Kelas warna pada G dinotasikan dengan S_i , merupakan himpunan titik-titik yang berwarna i dengan $1 \leq i \leq k$. Misalkan $\Pi = \{S_1, S_2, \dots, S_k\}$ merupakan partisi terurut dari $V(G)$. Berdasarkan suatu pewarnaan titik, maka representasi v terhadap Π disebut **kode warna** dari v , dinotasikan dengan $c_\Pi(v)$. Kode warna $c_\Pi(v)$ dari suatu titik $v \in V(G)$ didefinisikan sebagai k -vektor,

$$c_\Pi(v) = (d(v, S_1), d(v, S_2), \dots, d(v, S_k))$$

dimana $d(v, S_i) = \min\{d(v, x) | x \in S_i\}$ untuk $1 \leq i \leq k$. Jika setiap titik yang berbeda di G memiliki kode warna yang berbeda untuk suatu Π , maka c disebut **pewarnaan lokasi** (*locating-coloring*) dari G . Minimum dari banyaknya warna yang digunakan pada pewarnaan lokasi dari graf G disebut **bilangan kromatik lokasi** (*locating-chromatik number*).

Chartrand dkk.(2002) telah memberikan teorema dasar bilangan kromatik lokasi suatu graf. Teorema tersebut dijelaskan pada teorema-teorema di bawah ini. Definisikan $N(v)$ sebagai himpunan yang berisi semua titik yang menjadi tetangga dari v .

Teorema 2.1. [2] *Misalkan c adalah suatu pewarnaan lokasi pada graf terhubung G . Jika u dan v adalah dua titik pada graf G sedemikian sehingga $d(u, w) = d(v, w)$ untuk setiap $w \in V(G) \setminus \{u, v\}$, maka $c(u) \neq c(v)$. Dalam hal khusus, jika u dan v adalah titik-titik yang tidak bertetangga di G sedemikian sehingga $N(u) = N(v)$, maka $c(u) \neq c(v)$.*

Bukti. Misalkan c adalah suatu pewarnaan lokasi pada graf terhubung G . Misalkan $\Pi = (S_1, S_2, \dots, S_k)$ adalah partisi dari himpunan titik-titik di G dengan S_i menyatakan kelas warna untuk $1 \leq i \leq k$. Untuk suatu titik $u, v \in V(G)$, andaikan $c(u) = c(v)$ sedemikian sehingga titik u dan v berada dalam kelas warna yang sama. Akibatnya, $d(u, S_i) = d(v, S_i) = 0$. Karena $d(u, w) = d(v, w)$ untuk setiap $w \in V(G) \setminus \{u, v\}$ maka $d(u, S_j) = d(v, S_j)$ untuk setiap $j \neq i$, $1 \leq j \leq k$. Akibatnya, $c_\Pi(u) = c_\Pi(v)$ sehingga c bukan pewarnaan lokasi. Dengan demikian, haruslah $c(u) \neq c(v)$. $\square$

Akibat 2.2. [2] *Jika G adalah suatu graf terhubung yang memuat suatu titik yang bertetangga dengan k daun di G , maka $\chi_L(G) \geq k + 1$.*

Bukti. Misalkan v adalah suatu titik yang bertetangga dengan k daun $x_1, x_2, \dots, x_k$ di G . Dari Teorema 2.1 setiap pewarnaan lokasi dari G mempunyai warna berbeda untuk setiap x_i , $i = 1, 2, \dots, k$. Karena v bertetangga dengan semua x_i , maka v harus mempunyai warna yang berbeda dengan semua daun x_i . Akibatnya diperoleh bahwa, $\chi_L(G) \geq k + 1$. $\square$

Teorema 2.3. [4] Misalkan $C_{n,n,n}$ adalah graf prisma dengan $n \geq 3$. Maka bilangan kromatik lokasi dari graf prisma $C_{n,n,n}$ adalah $n + 1$ dengan kata lain $\chi_L(C_{n,n,n}) = n + 1$.

3. Bilangan Kromatik Lokasi Graf Prisma $C_{n,n,n}$

Dalam menentukan bilangan kromatik lokasi terdapat syarat-syarat yang harus dipenuhi. Pertama, setiap titik yang bertetangga tidak boleh diwarnai sama. Berdasarkan hal di atas dapat dilihat bahwa, setiap titik yang bertetangga harus diwarnai dengan warna yang berbeda. Kedua, setiap titik dipartisi ke dalam Π yang dikelompokkan ke dalam kelas warna. Kemudian, kode warna setiap titik di G terhadap Π harus berbeda, atau dinotasikan $C_\Pi(v_i) \neq C_\Pi(v_j)$ untuk $i \neq j$.

Dengan demikian langkah-langkah untuk menentukan bilangan kromatik lokasi pada graf prisma $C_{n,n,n}$ adalah sebagai berikut :

- Mula-mula beri warna 1 pada suatu titik yang berada pada lingkaran kedua, yaitu (C_i^2) untuk suatu $i = \{1, 2, \dots, n\}$.
- Dilanjutkan dengan warna 2, 3 dan seterusnya pada lingkaran kedua sehingga tidak ada titik yang memiliki warna sama pada lingkaran kedua tersebut.
- Kemudian dilakukan pemberian warna selanjutnya dengan cara yang sama pada lingkaran pertama, yaitu (C_i^1) dan ketiga, yaitu (C_i^3) untuk $i \in \{1, 2, \dots, n\}$.
- Terakhir diperoleh warna $n + 1$ berada pada lingkaran pertama (C_i^1) atau lingkaran ketiga (C_i^3) . Asalkan titik tersebut tidak saling bertetangga.

Berdasarkan hal di atas diperoleh hasil utama dari penelitian ini, yaitu bilangan kromatik lokasi untuk graf prisma $C_{n,n,n}$ dengan $n \geq 3$ sebagai berikut.

Teorema 3.1. Misalkan $C_{n,n,n}$ adalah graf prisma dengan $n \geq 3$. Maka bilangan kromatik lokasi dari graf prisma $C_{n,n,n}$ adalah $n + 1$ dengan kata lain $\chi_L(C_{n,n,n}) = n + 1$.

Bukti. Misalkan c adalah pewarnaan lokasi dari $C_{n,n,n}$, $\Pi = \{S_1, S_2, \dots, S_k\}$, $k \geq n$ adalah partisi titik-titik pada graf $C_{n,n,n}$ dengan S_i menyatakan kelas warna ke- i untuk $1 \leq i \leq k$. Selanjutnya akan ditentukan bilangan kromatik lokasi dari graf $C_{n,n,n}$. Tuliskan titik dari graf prisma $V(C_{n,n,n}) = \bigcup_{i=1}^3 V(C_{n_i}^i)$ dan

sisi dari graf prisma $E(C_{n,n,n}) = (\bigcup_{i=1}^3 E(C_n^i)) \cup (\bigcup_{j=1}^n (\bigcup_{i=1}^2 v_j^i v_j^{i+1}))$.

• Andaikan $\chi_L(C_{n,n,n}) < n + 1$. Tanpa mengurangi keumuman misal $\chi_L(C_{n,n,n}) = n$ dengan partisi $\Pi = \{S_1, S_2, \dots, S_n\}$ dimana,

$$S_1 = \{v_1^2, v_2^1, v_3^3\}$$

$$S_2 = \{v_2^2, v_3^1, v_4^3\}$$

$$S_3 = \{v_3^2, v_4^1, v_5^3\}$$

$$S_4 = \{v_4^2, v_5^1, v_6^3\}$$

$\vdots$

$$S_{n-1} = \{v_{n-1}^2, v_n^1, v_1^3\}$$

$$S_n = \{v_n^2, v_1^1, v_2^3\}.$$

Sehingga diperoleh kode warna sebagai berikut,

$$c_\pi(v_1^1) = (d(v_1^1, S_1), d(v_1^1, S_2), \dots, d(v_1^1, S_{n-1}), d(v_1^1, S_n)) = (1, 2, \dots, 1, 0)$$

$$c_\pi(v_2^1) = (d(v_2^1, S_1), d(v_2^1, S_2), \dots, d(v_2^1, S_{n-1}), d(v_2^1, S_n)) = (0, 1, \dots, 3, 1)$$

$\vdots$

$$c_\pi(v_n^1) = (d(v_n^1, S_1), d(v_n^1, S_2), \dots, d(v_n^1, S_{n-1}), d(v_n^1, S_n)) = (2, 3, \dots, 0, 1)$$

$$c_\pi(v_1^2) = (d(v_1^2, S_1), d(v_1^2, S_2), \dots, d(v_1^2, S_{n-1}), d(v_1^2, S_n)) = (0, 1, \dots, 1, 1)$$

$$c_\pi(v_2^2) = (d(v_2^2, S_1), d(v_2^2, S_2), \dots, d(v_2^2, S_{n-1}), d(v_2^2, S_n)) = (0, 1, \dots, 2, 1)$$

$\vdots$

$$c_\pi(v_n^2) = (d(v_n^2, S_1), d(v_n^2, S_2), \dots, d(v_n^2, S_{n-1}), d(v_n^2, S_n)) = (1, 2, \dots, 1, 0)$$

$$c_\pi(v_1^3) = (d(v_1^3, S_1), d(v_1^3, S_2), \dots, d(v_1^3, S_{n-1}), d(v_1^3, S_n)) = (1, 2, \dots, 0, 1)$$

$$c_\pi(v_2^3) = (d(v_2^3, S_1), d(v_2^3, S_2), \dots, d(v_2^3, S_{n-1}), d(v_2^3, S_n)) = (2, 1, \dots, 1, 0)$$

$\vdots$

$$c_\pi(v_n^3) = (d(v_n^3, S_1), d(v_n^3, S_2), \dots, d(v_n^3, S_{n-1}), d(v_n^3, S_n)) = (2, 3, \dots, 1, 1)$$

Karena ada dua titik yang memiliki kode warna sama yaitu titik v_1^1 dan v_n^2 maka n bukanlah bilangan kromatik lokasi untuk graf prisma $C_{n,n,n}$ atau dengan kata lain $\chi_L(C_{n,n,n}) \neq n$. Karena itu $\chi_L(C_{n,n,n}) \geq n + 1$.

Selanjutnya akan dibuktikan $\chi_L(C_{n,n,n}) = n + 1$. Pada Pembuktian kali ini, dibagi dalam bentuk 2 kasus, yaitu untuk bilangan ganjil dan bilangan genap.

Kasus 1. Akan ditentukan bilangan kromatik lokasi pada graf prisma

dengan jumlah titik ganjil atau dengan kata lain $3n$ adalah bilangan ganjil, dengan partisi $\Pi = \{S_1, S_2, \dots, S_{n+1}\}$ dimana,

$$S_1 = \{v_1^2, v_n^1, v_2^3\}$$

$$S_2 = \{v_2^2, v_3^3\}$$

$$S_3 = \{v_3^2, v_{n-1}^1, v_4^3\}$$

$$S_4 = \{v_4^2, v_{n-2}^1, v_5^3\}$$

$\vdots$

$$S_n = \{v_n^2, v_2^1\}$$

$$S_{n+1} = \{v_1^1, v_1^3\}$$

Diperoleh kode warna sebagai berikut,

$$c_\pi(v_1^1) = (d(v_1^1, S_1), d(v_1^1, S_2), \dots, d(v_1^1, S_n), d(v_1^1, S_{n+1})) = (1, 2, \dots, 1, 0)$$

$$c_\pi(v_2^1) = (d(v_2^1, S_1), d(v_2^1, S_2), \dots, d(v_2^1, S_n), d(v_2^1, S_{n+1})) = (2, 1, \dots, 0, 1)$$

$\vdots$

$$c_\pi(v_n^1) = (d(v_n^1, S_1), d(v_n^1, S_2), \dots, d(v_n^1, S_n), d(v_n^1, S_{n+1})) = (0, 3, \dots, 2, 1)$$

$$c_\pi(v_1^2) = (d(v_1^2, S_1), d(v_1^2, S_2), \dots, d(v_1^2, S_n), d(v_1^2, S_{n+1})) = (0, 1, \dots, 2, 2)$$

$$c_\pi(v_2^2) = (d(v_2^2, S_1), d(v_2^2, S_2), \dots, d(v_2^2, S_n), d(v_2^2, S_{n+1})) = (1, 0, \dots, 1, 2)$$

$\vdots$

$$c_\pi(v_n^2) = (d(v_n^2, S_1), d(v_n^2, S_2), \dots, d(v_n^2, S_n), d(v_n^2, S_{n+1})) = (1, 2, \dots, 0, 2)$$

$$c_\pi(v_1^3) = (d(v_1^3, S_1), d(v_1^3, S_2), \dots, d(v_1^3, S_n), d(v_1^3, S_{n+1})) = (1, 2, \dots, 2, 2)$$

$$c_\pi(v_2^3) = (d(v_2^3, S_1), d(v_2^3, S_2), \dots, d(v_2^3, S_n), d(v_2^3, S_{n+1})) = (0, 1, \dots, 2, 1)$$

$\vdots$

$$c_\pi(v_n^3) = (d(v_n^3, S_1), d(v_n^3, S_2), \dots, d(v_n^3, S_n), d(v_n^3, S_{n+1})) = (2, 3, \dots, 1, 1)$$

Diperoleh bahwa kode warna untuk setiap titik dari graf prisma $C_{n,n,n}$ berbeda. Dari $\chi_L(C_{n,n,n}) \geq n+1$ dan $\chi_L(C_{n,n,n}) \leq n+1$ maka diperoleh bahwa $\chi_L(C_{n,n,n}) = n+1$.

Kasus 2. Akan ditentukan bilangan kromatik lokasi pada graf prisma dengan jumlah titik genap atau dengan kata lain $3n$ adalah bilangan genap, dengan partisi $\Pi = \{S_1, S_2, \dots, S_k\}$ dimana,

$$S_1 = \{v_1^2, v_3^1, v_3^3\}$$

$$S_2 = \{v_2^2, v_4^1, v_4^3\}$$

$$S_3 = \{v_3^2, v_5^1, v_5^3\}$$

$$S_4 = \{v_4^2, v_6^1, v_6^3\}$$

$\vdots$

$$S_{n-1} = \{v_{n-1}^2, v_1^1\}$$

$$S_n = \{v_n^2, v_2^1, v_2^3\}$$

$$S_{n+1} = \{v_1^3\}$$

Diperoleh kode warna sebagai berikut,

$$c_\pi(v_1^1) = (d(v_1^1, S_1), d(v_1^1, S_2), \dots, d(v_1^1, S_n), d(v_1^1, S_{n+1})) = (1, 2, \dots, 1, 2)$$

$$c_\pi(v_2^1) = (d(v_2^1, S_1), d(v_2^1, S_2), \dots, d(v_2^1, S_n), d(v_2^1, S_{n+1})) = (2, 1, \dots, 0, 3)$$

$\vdots$

$$c_\pi(v_n^1) = (d(v_n^1, S_1), d(v_n^1, S_2), \dots, d(v_n^1, S_n), d(v_n^1, S_{n+1})) = (2, 3, \dots, 1, 3)$$

$$c_\pi(v_1^2) = (d(v_1^2, S_1), d(v_1^2, S_2), \dots, d(v_1^2, S_n), d(v_1^2, S_{n+1})) = (0, 1, \dots, 1, 1)$$

$$c_\pi(v_2^2) = (d(v_2^2, S_1), d(v_2^2, S_2), \dots, d(v_2^2, S_n), d(v_2^2, S_{n+1})) = (1, 0, \dots, 1, 2)$$

$\vdots$

$$c_\pi(v_n^2) = (d(v_n^2, S_1), d(v_n^2, S_2), \dots, d(v_n^2, S_n), d(v_n^2, S_{n+1})) = (1, 2, \dots, 0, 2)$$

$$c_\pi(v_1^3) = (d(v_1^3, S_1), d(v_1^3, S_2), \dots, d(v_1^3, S_n), d(v_1^3, S_{n+1})) = (1, 1, \dots, 1, 0)$$

$$c_\pi(v_2^3) = (d(v_2^3, S_1), d(v_2^3, S_2), \dots, d(v_2^3, S_n), d(v_2^3, S_{n+1})) = (1, 1, \dots, 0, 1)$$

$\vdots$

$$c_\pi(v_n^3) = (d(v_n^3, S_1), d(v_n^3, S_2), \dots, d(v_n^3, S_n), d(v_n^3, S_{n+1})) = (2, 3, \dots, 1, 1)$$

Diperoleh bahwa kode warna untuk setiap titik dari graf prisma $C_{n,n,n}$ berbeda, sehingga $\chi_L(C_{n,n,n}) \leq n+1$.

Dapat disimpulkan bahwa $\chi_L(C_{n,n,n})$ adalah $n+1$. □

4. Kesimpulan

Suatu graf prisma $C_{n_i}^i$ dengan $n_i \geq 3$, dengan $i = 1, 2, 3$ adalah graf prisma yang dibentuk dari tiga buah graf lingkaran. Jika $n_1 = n_2 = n_3 = n$, maka graf prismanya adalah $C_{n,n,n}$. Pada makalah ini diperoleh bahwa bilangan kromatik lokasi untuk graf prisma $C_{n,n,n}$ adalah $n+1$, dinotasikan $\chi_L(C_{n,n,n}) = n+1$.

5. Ucapan Terima kasih

Terima kasih kepada ibu Lyra Yulianti, ibu Haripamyu, dan ibu Radhiatul Husna yang telah memberikan kritik dan saran dalam penulisan makalah ini.

Daftar Pustaka

- [1] Bondy, J.A dan Murty, U.S.R. 1976, *Graph Theory with Application*, The Macmillan Press LTD, London
- [2] Chartrand, G., dkk., 2002, The Locating-Chromatic Number of a Graph, *Bull. Inst. Combin. Appl*, 36: 89-101
- [3] Chartrand, G., dkk., 2003, Graph of Order n with Locating-Chromatic Number $n-1$, *Discrete Math*, 269: 65-79
- [4] Purwasih, A., dkk., 2013, The Locating Chromatic Number for a Subdivision of a Wheel on One Cycle Edge, *Int.J. Graphs Comb*, pp: 372-336