PEMODELAN JUMLAH PENDUDUK MISKIN DI PROVINSI SUMATERA BARAT MENGGUNAKAN ANALISIS REGRESI SPASIAL

AMI LESTARI, HAZMIRA YOZZA*, IZZATI RAHMI HG

*Program Studi S1 Matematika,
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Andalas,
Kampus UNAND Limau Manis Padang, Indonesia.
email : amilestari67117@gmail.com, hazmirayozza@sci.unand.ac.id,
izzatirahmihg@sci.unand.ac.id*

Diterima 16 Juni 2020 Direvisi 22 Juni 2020 Dipublikasikan 13 Juli 2020

Abstrak. Analisis regresi spasial merupakan pengembangan dari analisis regresi linier klasik dengan melibatkan unsur lokasi ke dalam model. Pada penelitian ini dibentuk model untuk menentukan faktor yang mempengaruhi jumlah penduduk miskin menurut kabupaten/kota di Provinsi Sumatera Barat dengan menggunakan analisis regresi spasial. Pemodelan ini didahului oleh pengujian autokorelasi spasial dengan uji *Getis-Ord G*. Berdasarkan koefisien autokorelasi *Getis-Ord G* diperoleh bahwa pada data jumlah penduduk miskin terdapat autokorelasi positif. Selanjutnya dilakukan analisis regresi spasial menggunakan *Spatial Error Model* (SEM) dengan parameter $\lambda = -0,723224$, yang menunjukkan bahwa jika suatu wilayah yang dikelilingi oleh wilayah lain sebanyak n , maka pengaruh dari masing-masing wilayah yang mengelilinginya dapat diukur sebesar $0,723224$. Hasil analisis menunjukkan bahwa variabel bebas yang mempengaruhi jumlah penduduk miskin di Provinsi Sumatera Barat adalah jumlah penduduk, persentase laju pertumbuhan ekonomi, dan Produk Domestik Regional Bruto (PDRB) atas dasar harga konstan.

Kata Kunci: Autokorelasi spasial, Uji *Getis-Ord G*, *Spatial Error Model*

1. Pendahuluan

Kemiskinan dipandang sebagai ketidakmampuan dari sisi ekonomi untuk memenuhi kebutuhan dasar makanan dan bukan makanan yang diukur dari sisi pengeluaran. Menurut Badan Pusat Statistik (BPS), pada bulan September 2019 jumlah penduduk miskin di Sumatera Barat mencapai 343,09 ribu orang atau 6,29% dari seluruh jumlah penduduk Sumatera Barat. Angka ini berkurang sebesar 5,13 ribu orang dibandingkan dengan kondisi pada bulan Maret 2019 sebesar 348,22 ribu orang atau 6,42% dari seluruh jumlah penduduk Sumatera Barat. Meskipun terlihat adanya penurunan, persentase penduduk miskin di Provinsi Sumatera Barat

*penulis korespondensi

masih relatif tinggi. Hal ini membuat pemerintah harus terus berupaya mengurangi jumlah penduduk miskin di Provinsi Sumatera Barat.

Kemiskinan di suatu kabupaten/kota tidak lepas dari pengaruh kemiskinan di kabupaten/kota yang berdekatan. Hal ini mengindikasikan adanya faktor lokasi (spasial). Ketergantungan spasial yang terjadi akan menyebabkan data antar pengamatan sulit untuk memenuhi asumsi regresi linier klasik yaitu asumsi saling bebas (*independent*), sehingga pemodelan jumlah penduduk miskin dapat diselesaikan dengan menggunakan analisis regresi spasial.

2. Landasan Teori

Data spasial adalah data yang bereferensi geografis atas representasi objek di bumi atau disebut juga dengan data yang berkaitan dengan lokasi. Data dikatakan spasial jika terdapat autokorelasi antar lokasi.

2.1. Matriks Contiguity dan Matriks Pembobot Spasial

Matriks *contiguity* $C = [c_{ij}]$ menunjukkan hubungan spasial suatu lokasi dengan lokasi lainnya yang bertetangga, dimana $c_{ij} = 1$ jika lokasi- i bertetangga dengan lokasi- j dan $c_{ij} = 0$ jika lokasi- i tidak bertetangga dengan lokasi- j . Terdapat tiga tipe matriks *contiguity* berdasarkan tipe interaksi atau persinggungan batas wilayah, yaitu

(1) *Rock Contiguity*

Dengan *rock contiguity* ketetanggaan ditentukan dari persentuhan sisi wilayah satu dengan sisi wilayah lain yang bertetangga.

(2) *Bishop Contiguity*

Dengan *bishop contiguity* ketetanggaan ditentukan dari persentuhan titik sudut wilayah satu dengan wilayah lain yang bertetangga.

(3) *Queen Contiguity*

Queen contiguity ialah persentuhan sisi ataupun titik sudut wilayah satu dengan wilayah yang lain yaitu gabungan *rock contiguity* dan *bishop contiguity*.

Matriks pembobot spasial $W = [w_{ij}]$ merupakan matriks yang menyatakan hubungan dari wilayah pengamatan yang berukuran $n \times n$, dimana $w_{ij} > 0$ jika wilayah i dan j berdekatan dan $w_{ij} = 0$ jika wilayah i dan j tidak berdekatan.

Unsur dari matriks pembobot spasial pada baris ke- i dan kolom ke- j adalah w_{ij} yang dapat dirumuskan dengan [5]

$$w_{ij} = \frac{c_{ij}}{\sum_{i=1}^n c_{ij}}.$$

2.2. Autokorelasi Spasial dengan Uji Getis-Ord G

Autokorelasi spasial adalah korelasi antara variabel dengan dirinya sendiri berdasarkan ruang atau dapat juga diartikan suatu ukuran kemiripan dari objek di dalam suatu ruang (jarak, waktu, dan wilayah). Pengukuran autokorelasi spasial dapat dihitung menggunakan uji *Getis-Ord G* . Uji *Getis-Ord G* digunakan untuk

mengukur seberapa tinggi atau rendah nilai pemusatan data suatu wilayah tertentu. Rumus untuk koefisien autokorelasi *Getis-Ord G* adalah

$$G = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1, j \neq i}^n w_{ij} y_i y_j}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1, j \neq i}^n y_i y_j}, \quad (2.1)$$

dengan:

w_{ij} : elemen matriks pembobot spasial $\mathbf{W}$ pada baris ke i dan kolom ke j ,

y_i : nilai pengamatan pada lokasi ke i ,

y_j : nilai pengamatan pada lokasi ke j .

Hipotesis yang digunakan pada uji *Getis-Ord G* adalah

$H_0 : G = 0$ (tidak terdapat autokorelasi antar lokasi),

$H_1 : G \neq 0$ (terdapat autokorelasi antar lokasi).

Statistik uji yang digunakan adalah

$$Z_{hitung} = \frac{G - E(G)}{\sqrt{Var(G)}}.$$

Apabila $|Z_{hitung}| > Z_{\frac{\alpha}{2}}$ maka diambil keputusan tolak H_0 yang artinya pada taraf nyata α disimpulkan bahwa terdapat autokorelasi spasial atau *spatial clustering* [3].

2.3. Analisis Regresi Spasial

Analisis regresi spasial adalah analisis yang mengevaluasi hubungan antara satu variabel dengan beberapa variabel lain dengan mempertimbangkan efek spasial pada beberapa lokasi yang menjadi pusat pengamatan. Analisis regresi spasial terdiri dari :

(1) *Spatial Autoregressive Model* (SAR)

Spatial Autoregressive Model (SAR) merupakan model regresi linier dimana autokorelasi spasial terdapat pada variabel terikatnya [1]. Bentuk umum SAR untuk data sampel adalah

$$\mathbf{Y} = \rho \mathbf{WY} + \mathbf{Xb} + \mathbf{e}. \quad (2.2)$$

Penduga $\mathbf{b}$ untuk *Spatial Autoregressive Model* (SAR) adalah sebagai berikut

$$\hat{\mathbf{b}} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}'(\mathbf{I} - \rho \mathbf{W})\mathbf{Y}. \quad (2.3)$$

(2) *Spatial Error Model* (SEM)

Spatial Error Model (SEM) merupakan model regresi linier yang pada sisaannya terdapat korelasi spasial [1]. *Spatial Error Model* (SEM) muncul akibat adanya ketergantungan nilai galat suatu lokasi dengan galat pada lokasi lain yang berhubungan dengannya. Bentuk umum SEM untuk data sampel adalah

$$\mathbf{Y} = \mathbf{Xb} + \lambda \mathbf{Wu} + \mathbf{e}. \quad (2.4)$$

Penduga $\mathbf{b}$ untuk *Spatial Error Model* (SEM) adalah sebagai berikut

$$\hat{\mathbf{b}} = [(\mathbf{X} - \lambda \mathbf{WX})'(\mathbf{X} - \lambda \mathbf{WX})]^{-1} (\mathbf{X} - \lambda \mathbf{WX})'(\mathbf{Y} - \lambda \mathbf{WY}). \quad (2.5)$$

(3) *Spatial Autoregressive Moving Avarage* (SARMA)

Menurut [4] *Spatial Autoregressive Moving Avarage* (SARMA) dibangun dari model analisis deret waktu ARMA dengan matriks pembobot spasial $\mathbf{W}$ sebagai pengganti faktor waktu pada model ARMA yang menggambarkan hubungan antar lokasi. Bentuk umum SARMA untuk data sampel adalah

$$\mathbf{Y} = \rho \mathbf{WY} + \mathbf{Xb} + \lambda \mathbf{Wu} + \mathbf{e}. \quad (2.6)$$

2.4. Uji Lagrange Multiplier

Uji *Lagrange Multiplier* digunakan sebagai dasar untuk memilih model regresi spasial yang sesuai [6].

(1) Uji *Lagrange Multiplier Lag*

Uji *Lagrange Multiplier Lag* digunakan untuk mengidentifikasi adanya autokorelasi spasial pada SAR. Hipotesis yang digunakan adalah

$H_0 : \rho = 0$ (tidak terdapat ketergantungan spasial lag),

$H_1 : \rho \neq 0$ (terdapat ketergantungan spasial lag).

Statistik uji yang digunakan adalah

$$LM_{lag} = \frac{[\epsilon' \mathbf{WY}]^2}{[\epsilon' \epsilon / n]^2 D}. \quad (2.7)$$

Keputusan tolak H_0 jika $LM_{lag} > \chi^2_{(\alpha, 1)}$ atau jika $p - value < \alpha$.

(2) Uji *Lagrange Multiplier Error*

Uji *Lagrange Multiplier Error* digunakan untuk mengidentifikasi adanya autokorelasi spasial pada SEM. Hipotesis yang digunakan adalah

$H_0 : \lambda = 0$ (tidak terdapat ketergantungan spasial pada galat),

$H_1 : \lambda \neq 0$ (terdapat ketergantungan spasial pada galat).

Statistik uji yang digunakan adalah

$$LM_{error} = \frac{[\epsilon' \mathbf{WY}]^2}{[\epsilon' \epsilon / n]^2 \text{tr}(\mathbf{W}' \mathbf{W} + \mathbf{W} \mathbf{W})}. \quad (2.8)$$

Keputusan tolak H_0 jika $LM_{error} > \chi^2_{(\alpha, 1)}$ atau jika $p - value < \alpha$.

3. Metode Penelitian

Data yang digunakan pada penelitian ini merupakan data tentang jumlah penduduk miskin untuk kabupaten/kota yang ada di Provinsi Sumatera Barat tahun 2019 yang diperoleh dari website Badan Pusat Statistik (BPS) Sumatera Barat. Variabel-variabel yang digunakan adalah

(1) Variabel Terikat.

Variabel terikat pada penelitian ini adalah jumlah penduduk miskin untuk kabupaten/kota yang ada di Provinsi Sumatera Barat tahun 2019.

(2) Variabel Bebas.

Variabel bebas pada penelitian ini adalah rata-rata lama sekolah, jumlah penduduk, persentase laju pertumbuhan ekonomi, PDRB atas dasar harga konstan, dan persentase penduduk yang menggunakan telepon seluler (HP).

Langkah-langkah analisis data yang dilakukan dalam penelitian ini adalah

- (1) Melakukan analisis deskriptif terhadap semua variabel yang terlibat.
- (2) Menentukan model regresi linier klasik dengan Metode Kuadrat Terkecil (MKT).
- (3) Melakukan uji asumsi klasik yang harus dipenuhi.
- (4) Menghitung koefisien autokorelasi spasial serta menguji signifikansinya untuk memeriksa apakah terdapat autokorelasi spasial.
- (5) Melakukan uji *Lagrange Multiplier* untuk memilih model regresi spasial yang sesuai.
- (6) Melakukan uji signifikansi parameter regresi spasial.
- (7) Memberikan interpretasi terhadap model regresi spasial yang diperoleh.

4. Pembahasan

4.1. Deskripsi Data

Analisis deskriptif terhadap data penelitian dilakukan dengan membentuk diagram pencar yang akan menggambarkan hubungan antara jumlah penduduk miskin dengan variabel-variabel bebas yang diduga mempengaruhinya.

Gambar 1 memperlihatkan hubungan antara jumlah penduduk miskin dengan rata-rata lama sekolah. Pada Gambar 1 cukup terlihat adanya hubungan berlawanan arah, dimana semakin besar rata-rata lama sekolah maka semakin kecil jumlah penduduk miskin di wilayah tersebut.

Hubungan antara jumlah penduduk miskin dengan jumlah penduduk dapat dilihat pada Gambar 2. Pada Gambar 2 dapat diduga bahwa terdapat hubungan antara jumlah penduduk miskin dengan jumlah penduduk dimana semakin besar jumlah penduduk maka semakin besar jumlah penduduk miskin di wilayah tersebut.

Gambar 3 memperlihatkan hubungan antara jumlah penduduk miskin dengan persentase laju pertumbuhan ekonomi. Pada Gambar 3 cukup terlihat adanya hubungan berlawanan arah, dimana semakin besar persentase laju pertumbuhan ekonomi maka semakin kecil jumlah penduduk miskin di wilayah tersebut.

Hubungan antara jumlah penduduk miskin dengan PDRB atas dasar harga konstan dapat dilihat pada Gambar 4. Pada Gambar 4 cukup terlihat adanya hubungan berlawanan arah, dimana semakin besar PDRB atas dasar harga konstan maka semakin kecil jumlah penduduk miskin di wilayah tersebut.

Selanjutnya hubungan antara jumlah penduduk miskin dengan persentase penduduk yang menggunakan telepon seluler (HP) dapat dilihat pada Gambar 5. Pada Gambar 5 tidak cukup terlihat adanya hubungan antara jumlah penduduk miskin dengan persentase penduduk yang menggunakan telepon seluler (HP) dikarenakan kebanyakan titik-titik data berada jauh dari garis regresi.

4.2. Matriks Contiguity dan Matriks Pembobot Spasial

Pada penelitian ini, matriks pembobot spasial yang dibuat menggunakan tipe interaksi atau persinggungan sisi maupun titik sudut wilayah satu dengan wilayah yang lain atau disebut dengan *Queen Contiguity*.

4.3. Autokorelasi Spasial dengan Uji Getis-Ord G

Pada penelitian ini, uji *Getis-Ord G* menggunakan tingkat kesalahan sebesar 0,05. Diperoleh nilai statistik uji

$$Z_{hitung} = \frac{G - E(G)}{\sqrt{Var(G)}} = \frac{0,06788016 - 0,05555556}{\sqrt{7,9294 \times 10^{-5}}} = 2,295588.$$

Karena $|Z_{hitung}| = 2,295588 > Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1,96$ maka diambil keputusan tidak tolak H_0 yang berarti bahwa terdapat autokorelasi spasial atau *spatial clustering* pada data.

4.4. Model Regresi Spasial

Selanjutnya akan dibentuk model regresi spasial yang didahului dengan melakukan uji *Lagrange Multiplier* dan melakukan uji signifikansi parameter regresi spasial. Tabel berikut ini menunjukkan hasil uji *Lagrange Multiplier*.

Tabel 1. Hasil Uji *Lagrange Multiplier*

Jenis Statistik Uji	Nilai	<i>p-value</i>	Tingkat Kesalahan (α)
LM <i>Lag</i>	0,1667	0,68310	0,05
LM <i>Error</i>	3,9141	0,04788	0,05

Dari uji *LM Lag* diperoleh $p - value = 0,68310 > \alpha = 0,05$ sehingga diambil keputusan tidak tolak H_0 yang berarti tidak terdapat ketergantungan spasial lag.

Selanjutnya dari uji *LM Error* diperoleh $p - value = 0,04788 < \alpha = 0,05$ sehingga diambil keputusan tolak H_0 yang berarti terdapat ketergantungan spasial lag. Berdasarkan hasil yang diperoleh dari uji *Lagrange Multiplier*, maka dapat disimpulkan bahwa regresi spasial galat dapat digunakan untuk memodelkan jumlah penduduk miskin.

Selanjutnya akan dilakukan uji signifikansi parameter model regresi spasial galat. Tabel berikut ini adalah hasil output regresi spasial galat.

Tabel 2. Hasil Pendugaan Parameter Regresi Spasial Galat

Variabel	Koefisien	Std. Error	$z - value$	$p - value$
Konstanta	25,3405	4,96837	5,10037	0,00000
Rata-rata lama sekolah (X_1)	1,47608	1,27976	1,15341	0,24874
Jumlah penduduk (X_2)	$5,24701 \times 10^{-5}$	$2,79666 \times 10^{-6}$	18,7616	0,00000
Persentase laju pertumbuhan ekonomi (X_3)	-1,94443	0,914873	-2,12535	0,03356
PDRB atas dasar harga konstan (X_4)	-0,000489228	0,000139428	-3,50881	0,00045
Persentase penduduk menggunakan HP (X_5)	-0,118624	0,0799247	-1,48419	0,13776
λ	-0,720465	0,238938	-3,01528	0,00257

Dari Tabel 2 dapat disimpulkan bahwa variabel rata-rata lama sekolah (X_1) dan persentase penduduk yang menggunakan telepon seluler (HP) (X_5) tidak mempunyai pengaruh signifikan karena diperoleh $p - value > \alpha$. Untuk variabel jumlah penduduk (X_2), persentase laju pertumbuhan ekonomi (X_3), dan Produk Domestik Regional Bruto (PDRB) atas dasar harga konstan (X_4) mempunyai pengaruh signifikan karena diperoleh $p - value < \alpha$. Selanjutnya, pada koefisien galat spasial (λ) diperoleh $p - value = 0,00257 < \alpha = 0,05$. Hal ini menunjukkan bahwa ketergantungan galat spasial berpengaruh signifikan terhadap jumlah penduduk miskin.

Tahapan selanjutnya adalah membentuk kembali model regresi spasial galat dengan variabel bebas yang berpengaruh signifikan. Hasil pengujian signifikansi parameter regresi spasial galat dengan variabel bebas yang signifikan dapat dilihat pada tabel berikut.

Tabel 3. Hasil Pendugaan Parameter Regresi Spasial Galat dengan Variabel Bebas Signifikan

Variabel	Koefisien	Std. Error	$z - value$	$p - value$
Konstanta	22,7314	4,33463	5,24413	0,00000
Jumlah penduduk (X_2)	$5,41589 \times 10^{-5}$	$2,70355 \times 10^{-6}$	20,0325	0,00000
Persentase laju pertumbuhan ekonomi (X_3)	-1,58915	0,747569	-2,12575	0,03352
PDRB atas dasar harga konstan (X_4)	-0,000363285	$6,42236 \times 10^{-5}$	-5,65657	0,00000
λ	-0,723224	0,238526	-3,03205	0,00243

Dari Tabel 3 dapat dilihat bahwa $p - value$ dari masing-masing variabel lebih kecil dari $\alpha = 0,05$. Hal ini menunjukkan bahwa variabel jumlah penduduk (X_2),

persentase laju pertumbuhan ekonomi (X_3), dan Produk Domestik Regional Bruto (PDRB) atas dasar harga konstan (X_4) mempunyai pengaruh signifikan terhadap jumlah penduduk miskin. Selanjutnya, pada koefisien galat spasial (λ) diperoleh $p\text{-value} = 0,00243 < \alpha = 0,05$. Hal ini menunjukkan bahwa ketergantungan galat spasial berpengaruh signifikan terhadap jumlah penduduk miskin.

4.5. Interpretasi Model

Pada penelitian ini, diperoleh model regresi spasial galat dengan variabel bebas yang signifikan sebagai berikut

$$Y = 22,7314 + 0,0000541589X_2 - 1,58915X_3 - 0,000363285X_4 - 0,723224Wu.$$

Dari model tersebut dapat dilihat bahwa jumlah penduduk (X_2) berhubungan positif dengan jumlah penduduk miskin dengan koefisien regresi sebesar $-0,0000541589$. Hal ini berarti bahwa jika jumlah penduduk naik sebesar 100.000 orang maka jumlah penduduk miskin di wilayah tersebut akan bertambah sebanyak 5 orang.

Untuk persentase laju pertumbuhan ekonomi (X_3) dan Produk Domestik Regional Bruto (PDRB) atas dasar harga konstan (X_4) berhubungan negatif dengan jumlah penduduk miskin dengan koefisien regresi masing-masing sebesar $-1,58915$ dan $0,000363285$. Hal ini berarti bahwa jika persentase laju pertumbuhan ekonomi naik sebesar 1 persen maka jumlah penduduk miskin di wilayah tersebut akan berkurang sebanyak 2 orang dan jika PDRB atas dasar harga konstan naik sebesar Rp.10.000 maka jumlah penduduk miskin di wilayah tersebut akan berkurang sebanyak 4 orang.

Pada model regresi spasial galat tersebut diperoleh nilai λ sebesar $-0,723224$ yang menunjukkan bahwa jika suatu wilayah yang dikelilingi oleh wilayah lain sebanyak n , maka pengaruh dari masing-masing wilayah yang mengelilinginya dapat diukur sebesar $0,723224$ dikali dengan rata-rata sisaan disekitarnya.

5. Kesimpulan

Pada penelitian ini dapat disimpulkan bahwa :

- (1) Pada uji *Getis-Ord G* diperoleh $|Z_{hitung}| = 2,295588 > Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1,96$ maka dapat disimpulkan bahwa terdapat autokorelasi spasial atau *spatial clustering* pada data jumlah penduduk miskin.
- (2) Model regresi spasial galat yang didapatkan adalah

$$Y = 22,7314 + 0,0000541589X_2 - 1,58915X_3 - 0,000363285X_4 - 0,723224Wu.$$

Ini menunjukkan bahwa variabel jumlah penduduk (X_2) memiliki pengaruh untuk meningkatkan jumlah penduduk miskin, sedangkan variabel persentase laju pertumbuhan ekonomi (X_3) dan Produk Domestik Regional Bruto (PDRB) atas dasar harga konstan (X_4) memiliki pengaruh untuk mengurangi jumlah penduduk miskin.

6. Ucapan Terima Kasih

Penulis mengucapkan terima kasih kepada ibu Dr. Maiyastri, bapak Dr. Dodi Devianto, dan ibu Dr. Haripamyu yang telah memberikan masukan dan saran sehingga makalah ini dapat diselesaikan dengan baik.

Daftar Pustaka

- [1] Anselin, L. 1999. *Spatial Econometrics*. School of Social Sciences, Dallas
- [2] Badan Pusat Statistik. 2019. *Data dan Informasi Kemiskinan*. Jakarta: Badan Pusat Statistik
- [3] Getis, A dan Ord J.K. 1992. The Analysis of Spatial Association by Use of Distance Statistics Geographical Analysis. *Jurnal Statistika*. 24, 189 – 206
- [4] Huang, J. S. 1984. The Autoregressive Moving Average Model for Spatial Analysis. *Jurnal Statistika*. 26: 169 – 178
- [5] LeSage, JP. 1999. *The Theory and Practice of Spatial Econometrics*. Department of Economics University of Toledo, Toledo
- [6] LeSage, JP dan R.K. Pace. 2009. *Introduction to Spatial Econometrics*. CRC Press, Texas State University San Marcos