Jurnal Matematika UNAND
Vol. **IX** No. **4** Hal. 262 – 269
Edisi Oktober 2020
ISSN : 2303–291X
e-ISSN : 2721–9410

ROW-PRODUCT DARI MATRIKS LEMBUT DAN APLIKASI DALAM PENGAMBILAN KEPUTUSAN *MULTIPLE-DISJOINT*

FEBRI ANEZA*, ADMI NAZRA, MONIKA RIANTI HELMI
Program Studi S1 Matematika,
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Andalas,
Kampus UNAND Limau Manis Padang, Indonesia.
email : anezafebri@gmail.com, nazra@sci.unand.ac.id, monikariantihelmi@sci.unand.ac.id

Diterima 15 September 2020 Direvisi 14 Oktober 2020 Dipublikasikan 21 Oktober 2020

Abstrak. Dalam kehidupan sehari-hari terdapat permasalahan yang mengandung unsur ketidakpastian atau ketidakjelasan. Pada tahun 1999, Molodstov memperkenalkan teori himpunan lembut yang kemudian berkembang menjadi matriks lembut yang merupakan matriks representasi dari himpunan lembut yang diperkenalkan oleh Cagman dan Enginoglu. Pada tulisan ini akan dibahas mengenai sifat-sifat dan struktur aljabar dari *row-product* matriks-matriks lembut, serta memberikan contoh aplikasi dari *row-product* matriks-matriks lemut dalam pengambilan keputusan *multiple-disjoint*.

Kata Kunci: Himpunan Lembut, Matriks Lembut, Matriks Lembut Tereduksi, *Multiple Disjoint*

1. Pendahuluan

Sebagian besar prinsip umum yang ada untuk pemodelan, perhitungan dan penalaran biasanya tergantung pada data yang tegas dan pasti. Namun, beberapa masalah praktis dalam bidang seperti ekonomi, lingkungan, teknik, ilmu kedokteran, dan ilmu sosial melibatkan data yang tidak tegas atau tidak pasti [13]. Tahun 1999, Molodtsov [10] memprakarsai konsep himpunan lembut sebagai suatu prinsip matematika yang cukup efektif untuk mengatasi kesulitan berdasarkan ketidakpastian. Dimana teori himpunan lembut dan penerapannya telah menarik minat banyak peneliti dalam menangani masalah yang berhubungan dengan semua jenis ketidakjelasan.

Hingga saat ini, ada banyak aplikasi praktis dari teori himpunan lembut, terutama penggunaan himpunan lembut dalam pengambilan keputusan. Dalam [6], Cagman dan Enginoglu mendefinisikan konsep matriks lembut yang merupakan matriks representasi dari himpunan lembut dan kemudian menyelidiki beberapa operasi terkait yang diberi nama dengan irisan, gabungan, *And-product*,

*penulis korespondensi

Or-product, *AND-Not-product*, dan *OR-Not-product*. Selain itu, mereka membentuk algoritma baru yang disebut algoritma pengambilan keputusan lembut max-min yang diusulkan untuk menangani masalah pengambilan keputusan yang disebutkan dalam [5]. Dalam makalah ini akan dikaji suatu algoritma pengambilan keputusan yang lebih efisien berdasarkan asas matriks lembut-matriks lembut dan juga menggunakan suatu konsep yang disebut dengan *row-product*. Dalam hal ini masalah pengambilan keputusan melibatkan suatu himpunan semesta yang berbeda dengan menggunakan metode pengambilan keputusan max-min distributif lembut [3]. Makalah ini adalah kajian kembali dari artikel Huyesin dkk [13].

2. Landasan Teori

2.1. *Himpunan Lembut (* Soft Set *) dan Matriks Lembut (* Soft Matrix *)*

Definisi 2.1. *[11] Misalkan U adalah himpunan objek-objek, $P(U)$ adalah suatu himpunan kuasa atas U, E adalah suatu himpunan parameter atau atribut dan $A \subseteq E$. Pasangan (F, A) disebut Himpunan Lembut atas U, dimana F adalah pemetaan yang diberikan oleh:*

$$F : A \to P(U).$$

Himpunan lembut (F, A) dinotasikan sebagai F_A dengan mendefinisikan suatu fungsi F yang dapat disajikan dalam himpunan pasangan terurut:

$$F_A = \{(x, F(x))|x \in A, F(x) \in P(U)\}, \tag{2.1}$$

dimana $F(x)$ adalah himpunan kosong jika $x \notin A$.

Definisi 2.2. *[6] Misalkan $U = \{u_1, u_2, \cdots, u_n\}$, $E = \{e_1, e_2, \cdots, e_m\}$, $A \subseteq E$ dan F_A adalah himpunan lembut atas U. Matriks*

$$[a_{ip}]_{n\times m} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nm} \end{bmatrix}$$

disebut matriks lembut $n \times m$ dari himpunan lembut F_A atas U, dimana

$$a_{ip} = \begin{cases} 1, & jika\ u_i \in F(e_p), \\ 0, & jika\ u_i \notin F(e_p). \end{cases}$$

Himpunan yang anggota-anggotanya adalah matriks lembut-matriks lembut yang berukuran $n \times m$ atas U dilambangkan dengan $SM_{n\times m}$.

Definisi 2.3. *[6] Misalkan $[a_{ip}], [b_{ip}] \in SM_{n\times m}$. Maka matriks lembut $[c_{ip}]$ disebut sebagai:*

(1) gabungan dari $[a_{ip}]$ dan $[b_{ip}]$ yang dinotasikan $[c_{ip}] = [a_{ip}] \Cup [b_{ip}]$, jika $c_{ip} = \max\{a_{ip}, b_{ip}\}$ untuk setiap i, p;

(2) irisan dari $[a_{ip}]$ dan $[b_{ip}]$ yang dinotasikan $[c_{ip}] = [a_{ip}] \Cap [b_{ip}]$, jika $c_{ip} = \min\{a_{ip}, b_{ip}\}$ untuk setiap i, p; dan

(3) komplemen dari $[a_{ip}]$ yang dinotasikan $[c_{ip}] = [a_{ip}]^c$, jika $c_{ip} = 1 - a_{ip}$, untuk setiap i, p.

Definisi 2.4. *[3] Misalkan $U = \{u_1, u_2, \cdots, u_n\}$, $E = \{e_1, e_2, \cdots, e_m\}$, $A = \{e'_i = e'_1, e'_2, \cdots, e'_{m_1} \mid e'_i \in E\}$, $A \subseteq E$ dan kardinalitas dari himpunan A adalah m_1, serta F_A adalah himpunan lembut atas U. Matriks $[a_{ip}]_{n\times m_1}$ adalah matriks lembut tereduksi dari himpunan lembut F_A atas U, dimana $1 \leq m_1 \leq m$ dengan*

$$a_{ip} = \begin{cases} 1, & \textit{jika } e_p \in A \textit{ dan } u_i \in F(e_p), \\ 0, & \textit{jika } e_p \in A \textit{ dan } u_i \notin F(e_p). \end{cases}$$

2.2. *Perumuman Operasi Matriks Lembut*

Misalkan $[a_{ip}] \in SM_{n\times m_1}$ dan $[b_{ir}] \in SM_{n\times m_2}$ berturut-turut merupakan matriks lembut tereduksi dari himpunan lembut F_A dan F_B atas U.

Definisi 2.5. *[3] Perumuman And-product dari $[a_{ip}]$ dan $[b_{ir}]$ dilambangkan dengan $\curlywedge$ yang didefinisikan sebagai:*

$$\begin{aligned} \curlywedge : SM_{n\times m_1} \times SM_{n\times m_2} &\longrightarrow SM_{n\times m_4} \\ ([a_{ip}], [b_{ir}]) &\longrightarrow [a_{ip}] \curlywedge [b_{ir}] = [c_{is}] \end{aligned}$$

dimana $m_4 = m_1 m_2$ dan $c_{is} = \min\{a_{ip}, b_{ir}\}$ sedemikian sehingga $p = \alpha, s = (\alpha - 1)m_2 + r$ dan α adalah bilangan bulat positif terkecil yang memenuhi $s \leq \alpha m_2$.

Definisi 2.6. *[3] Perumuman Or-product dari $[a_{ip}]$ dan $[b_{ir}]$ dilambangkan dengan $\curlyvee$ yang didefinisikan sebagai:*

$$\begin{aligned} \curlyvee : SM_{n\times m_1} \times SM_{n\times m_2} &\longrightarrow SM_{n\times m_4} \\ ([a_{ip}], [b_{ir}]) &\longrightarrow [a_{ip}] \curlyvee [b_{ir}] = [c_{is}] \end{aligned}$$

dimana $m_4 = m_1 m_2$ dan $c_{is} = \max\{a_{ip}, b_{ir}\}$ sedemikian sehingga $p = \alpha, s = (\alpha - 1)m_2 + r$ dan α adalah bilangan bulat positif terkecil yang memenuhi $s \leq \alpha m_2$.

Definisi 2.7. *[3] Perumuman And-Not-product dari $[a_{ip}]$ dan $[b_{ir}]$ dilambangkan dengan $\overline{\curlywedge}$ yang didefinisikan sebagai:*

$$\begin{aligned} \overline{\curlywedge} : SM_{n\times m_1} \times SM_{n\times m_2} &\longrightarrow SM_{n\times m_4} \\ ([a_{ip}], [b_{ir}]) &\longrightarrow [a_{ip}] \overline{\curlywedge} [b_{ir}] = [c_{is}] \end{aligned}$$

dimana $m_4 = m_1 m_2$ dan $c_{is} = \min\{a_{ip}, 1 - b_{ir}\}$ sedemikian sehingga $p = \alpha, s = (\alpha - 1)m_2 + r$ dan α adalah bilangan bulat positif terkecil yang memenuhi $s \leq \alpha m_2$.

Definisi 2.8. *[3] Perumuman Or-Not-product dari $[a_{ip}]$ dan $[b_{ir}]$ dilambangkan dengan $\underline{\curlyvee}$ yang didefinisikan sebagai:*

$$\begin{aligned} \underline{\curlyvee} : SM_{n\times m_1} \times SM_{n\times m_2} &\longrightarrow SM_{n\times m_4} \\ ([a_{ip}], [b_{ir}]) &\longrightarrow [a_{ip}] \underline{\curlyvee} [b_{ir}] = [c_{is}] \end{aligned}$$

dimana $m_4 = m_1 m_2$ dan $c_{is} = \max\{a_{ip}, 1 - b_{ir}\}$ sedemikian sehingga $p = \alpha, s = (\alpha - 1)m_2 + r$ dan α adalah bilangan bulat positif terkecil yang memenuhi $s \leq \alpha m_2$.

3. *Row-Product* pada Matriks Lembut

Banyaknya anggota himpunan parameter E dilambangkan sebagai $\mid E \mid= m$. Misalkan U_1 dan U_2 adalah himpunan semesta, dimana $A \subseteq E$ ($\mid A \mid= m' \leq m$), $\mid U_1 \mid= n_1$ dan $\mid U_2 \mid= n_2$. Misalkan $[a_{ip}]$ dan $[b_{jp}]$ masing-masing merupakan matriks lembut tereduksi dari F_A dan G_A.

Definisi 3.1. *And row-product dari $[a_{ip}]$ dan $[b_{jp}]$ dilambangkan dengan $\curlywedge_r$ yang didefinisikan sebagai:*

$$\begin{aligned} \curlywedge_r : SM_{n_1\times m'} \times SM_{n_2\times m'} &\longrightarrow SM_{n_4\times m'} \\ ([a_{ip}], [b_{jp}]) &\longrightarrow [a_{ip}] \curlywedge_r [b_{jp}] = [c_{vp}] \end{aligned}$$

dimana $n_4 = n_1n_2$ dan $c_{vp} = \min\{a_{ip}, b_{jp}\}$ sedemikian sehingga $i = \beta$, $v = (\beta - 1)n_2 + j$ dan β adalah bilangan bulat positif terkecil yang memenuhi $v \leq \beta n_2$.

Definisi 3.2. *Or row-product dari $[a_{ip}]$ dan $[b_{jp}]$ dilambangkan dengan $\curlyvee_r$ yang didefinisikan sebagai:*

$$\begin{aligned} \curlyvee_r : SM_{n_1\times m'} \times SM_{n_2\times m'} &\longrightarrow SM_{n_4\times m'} \\ ([a_{ip}], [b_{jp}]) &\longrightarrow [a_{ip}] \curlyvee_r [b_{jp}] = [c_{vp}] \end{aligned}$$

dimana $n_4 = n_1n_2$ dan $c_{vp} = \max\{a_{ip}, b_{jp}\}$ sedemikian sehingga $i = \beta$, $v = (\beta - 1)n_2 + j$ dan β adalah bilangan bulat positif terkecil yang memenuhi $v \leq \beta n_2$.

Definisi 3.3. *And-Not row-product dari $[a_{ip}]$ dan $[b_{jp}]$ dilambangkan dengan $\overline{\curlywedge}_r$ yang didefinisikan sebagai:*

$$\begin{aligned} \overline{\curlywedge}_r : SM_{n_1\times m'} \times SM_{n_2\times m'} &\longrightarrow SM_{n_4\times m'} \\ ([a_{ip}], [b_{jp}]) &\longrightarrow [a_{ip}]\overline{\curlywedge}_r[b_{jp}] = [c_{vp}] \end{aligned}$$

dimana $n_4 = n_1n_2$ dan $c_{vp} = \min\{a_{ip}, 1 - b_{jp}\}$ sedemikian sehingga $i = \beta$, $v = (\beta - 1)n_2 + j$ dan β adalah bilangan bulat positif terkecil yang memenuhi $v \leq \beta n_2$.

Definisi 3.4. *Or-Not row-product dari $[a_{ip}]$ dan $[b_{jp}]$ dilambangkan dengan $\underline{\curlyvee}_r$ yang didefinisikan sebagai:*

$$\begin{aligned} \underline{\curlyvee}_r : SM_{n_1\times m'} \times SM_{n_2\times m'} &\longrightarrow SM_{n_4\times m'} \\ ([a_{ip}], [b_{jp}]) &\longrightarrow [a_{ip}]\underline{\curlyvee}_r[b_{jp}] = [c_{vp}] \end{aligned}$$

dimana $n_4 = n_1n_2$ dan $c_{vp} = \max\{a_{ip}, 1 - b_{jp}\}$ sedemikian sehingga $i = \beta$, $v = (\beta - 1)n_2 + j$ dan β adalah bilangan bulat positif terkecil yang memenuhi $v \leq \beta n_2$.

4. Aplikasi Pengambilan Keputusan *Max-Row* Lembut dan Pengambilan Keputusan *Max-min* Distributif Multi Lembut

4.1. *Pengambilan Keputusan Max-Row Lembut*

Pada bagian ini akan diberikan algoritma dari pengambilan keputusan *max-row* lembut dan diberikan definisi-definisi untuk membantu proses pengambilan keputusan *max-row* lembut.

(1) Menentukan himpunan lembut untuk setiap himpunan semesta yang bersesuaian dengan parameter.
(2) Menentukan matriks lembut yang bersesuaian dengan himpunan lembut.
(3) Menentukan matriks lembut menggunakan operasi *row-product*.
(4) Menentukan perumuman operasi matriks lembut.
(5) Menentukan matriks lembut *max-row*.
(6) Menentukan himpunan optimal.

Definisi 4.1. *Misalkan* $[a_{ip}] \in SM_{n\times m'}$ *adalah suatu matriks lembut. Fungsi max-row lembut dilambangkan dengan* M_r *yang didefinisikan sebagai:*

$$M_r : SM_{n\times m'} \to SM_{n\times 1}, M_r([a_{ip}]) = [c_{i1}],$$

dimana $c_{i1} = \max_{p\in\{1,2,\cdots,m'\}}\{a_{ip}\}$.
Matriks lembut kolom tunggal $M_r([a_{ip}]) = [c_{i1}]$ *disebut sebagai matriks lembut max-row.*

Definisi 4.2.

(1) Misalkan $U_1 = \{x_1, x_2, \cdots, x_{n1}\}$, $U_2 = \{y_1, y_2, \cdots, y_{n2}\}$ *dan* $U_3 = \{z_1, z_2, \cdots, z_{n3}\}$ *merupakan tiga himpunan semesta. Misalkan* $E = \{e_1, e_2, \cdots, e_m\}$ *merupakan himpunan parameter. Misalkan* A, B, $C \subseteq E$ *serta* $[f_{vt}] \in SM_{n_8\times w}$ *atau* $[f_{vt}] \in SM_{n_9\times w}$ *adalah suatu matriks lembut. Nilai* $\kappa_v = \sum_{t=1}^{w} f_{vt}$ *disebut sebagai penjumlahan baris ke-v dari matriks* $[f_{vt}]$ *dimana* $n_8 = n_1n_2$ *dan* $w = m_1m_2$ *atau* $n_9 = n_1n_2n_3$ *dan* $w = m_1m_2m_3$.
(2) Misalkan $[g_{v1}]$ *adalah suatu matriks lembut max-row dari* $[f_{vt}]$. *Nilai* $\tau_v = \dfrac{\kappa_v}{w}$ *untuk setiap* $g_{v1} = 1$ *disebut sebagai nilai keputusan max-row ke-v dari* $[g_{v1}]$ *dimana* $0 \le \tau_v \le 1$.

Definisi 4.3.

(1) Misalkan $U_1 = \{x_1, x_2, \cdots, x_{n1}\}$ *dan* $U_2 = \{y_1, y_2, \cdots, y_{n2}\}$ *merupakan 2 himpunan semesta serta* $E = \{e_1, e_2, \cdots, e_m\}$ *merupakan himpunan parameter. Misalkan* A, $B \subseteq E$. *Asumsikan bahwa* $[f_{vt}] \in SM_{n_8\times w}$, *dimana* $n_8 = n_1n_2$ *dan* $w = m_1m_2$ *serta* $M_r([f_{vt}]) = [g_{v1}]$, *maka himpunan optimal dari* $U_1 \times U_2$ *didefinisikan sebagai:*

$$Opt_{[g_{v1}]}(U_1 \times U_2) = \{u_v : u_v = (x_i, y_j) \in U_1 \times U_2, \max\{\tau_v\}\} \tag{4.1}$$

dimana $i = \beta$, $v = (\beta - 1)n_2 + j$ *dan* β *adalah bilangan bulat positif terkecil sedemikian sehingga* $v \le \beta n_2$.
(2) Misalkan $U_1 = \{x_1, x_2, \cdots, x_{n1}\}$, $U_2 = \{y_1, y_2, \cdots, y_{n2}\}$ *dan* $U_3 = \{z_1, z_2, \cdots, z_{n3}\}$ *merupakan tiga himpunan semesta serta* $E = \{e_1, e_2, \cdots, e_m\}$ *merupakan himpunan parameter. Misalkan* A, B, $C \subseteq E$. *Asumsikan bahwa* $[f_{vt}] \in SM_{n_9\times w}$, *dimana* $n_9 = n_1n_2n_3$ *dan* $w = m_1m_2m_3$ *serta* $M_r([f_{vt}]) = [g_{v1}]$, *maka himpunan optimal dari* $U_1 \times U_2 \times U_3$ *didefinisikan sebagai:*

$$Opt_{[g_{v1}]}(U_1 \times U_2 \times U_3) = \{u_v : u_v = (x_i, y_j, z_k) \in U_1 \times U_2 \times U_3, max\{\tau_v\}\} \tag{4.2}$$

dimana $i = \beta$ dan β adalah bilangan bulat positif terkecil sedemikian sehingga $v \leq \beta n_2 n_3$. $j = v - (\alpha - 1)n_2$ dimana γ dan α adalah bilangan bulat positif terkecil sedemikian sehingga $v \leq \gamma n_3$ dan $\gamma \leq \alpha n_2$. $k = w - (\delta - 1)n_3$ sedemikian sehingga $w = v - (\beta - 1)n_2 n_3$ dan δ adalah bilangan bulat positif terkecil sedemikian sehingga $w \leq \delta n_3$.

4.2. *Pengambilan Keputusan Max-min Distributif Multi Lembut*

Pada bagian ini akan diberikan algoritma dari pengambilan keputusan *max-row* lembut dan diberikan definisi-definisi untuk membantu proses pengambilan keputusan *max-min* distributif multi lembut.

(1) Menentukan himpunan lembut untuk setiap himpunan semesta yang bersesuaian dengan parameter.
(2) Menentukan matriks lembut yang bersesuaian dengan himpunan lembut.
(3) Menentukan matriks lembut menggunakan operasi *row-product*.
(4) Menentukan matriks lembut $[c_{vs}]$ dan $[d_{vt}]$ dari perumuman operasi matriks lembut.
(5) Menentukan keputusan *max-min* distributif matriks lembut.
(6) Menentukan himpunan optimal.

Definisi 4.4.

(1) Misalkan $U = \{x_1, x_2, \cdots, x_n\}$ merupakan himpunan semesta dan $E = \{e_1, e_2, \cdots, e_m\}$ merupakan himpunan parameter. Misalkan $[c_{vs}] \in SM_{n\times w}$ untuk $w = m_1 m_2$ dan

$$I_k = \{s : \exists v, c_{vs} \neq 0, (k-1)m_2 < s \leq km_2\}$$

untuk setiap $k \in I = \{1, 2, \cdots, m_1\}$. Fungsi keputusan max-min distributif lembut kiri dilambangkan dengan $D_l f$ yang didefinisikan sebagai:

$$D_l f : SM_{n\times w} \longrightarrow SM_{n\times 1}, D_l f([c_{vs}]) = [\max_{k\in I}\{l_k\}]$$

dimana

$$l_k = \begin{cases} \min_{s\in I_k}\{c_{vs}\}, & \text{jika } I_k \neq \emptyset, \\ 0, & \text{jika } I_k = \emptyset. \end{cases}$$

Matriks lembut $[e_{v1}] = D_l f([c_{vs}])$ disebut sebagai keputusan max-min distributif matriks lembut kiri.

(2) Misalkan $[d_{vt}] \in SM_{n\times w}$ untuk $w = m_2 m_1$ dan

$$J_l = \{t : \exists v, d_{vt} \neq 0, (l-1)m_1 < t \leq lm_1\}$$

untuk setiap $l \in J = \{1, 2, \cdots, m_2\}$. Fungsi keputusan max-min distributif lembut kanan dilambangkan dengan $D_r f$ yang didefinisikan sebagai:

$$D_r f : SM_{n\times w} \longrightarrow SM_{n\times 1}, D_r f([d_{vt}]) = [\max_{l\in J}\{r_l\}]$$

dimana:

$$r_l = \begin{cases} \min_{t\in J_l}\{d_{vt}\}, & \text{jika } J_l \neq \emptyset, \\ 0, & \text{jika } J_l = \emptyset. \end{cases}$$

Matriks lembut $[f_{v1}] = D_r f([d_{vt}])$ *disebut sebagai keputusan max-min distributif matriks lembut kanan.*

(3) Fungsi keputusan max-min distributif lembut dilambangkan dengan Df *yang didefinisikan sebagai:*

$$Df : SM_{n\times 1} \times SM_{n\times 1} \longrightarrow SM_{n\times 1}, Df([e_{v1}], [f_{v1}]) = [e_{v1}] \cup [f_{v1}]$$

dimana $[e_{v1}] = D_l f([c_{vs}])$ *dan* $[f_{v1}] = D_r f([d_{vt}])$.
Matriks lembut $[g_{v1}] = D_l f([c_{vs}]) \Cup D_r f([d_{vt}])$ *disebut sebagai keputusan max-min distributif matriks lembut.*

Definisi 4.5.

(1) Misalkan $U_1 = \{x_1, x_2, \cdots, x_{n_1}\}$ *dan* $U_2 = \{y_1, y_2, \cdots, y_{n_2}\}$ *adalah dua himpunan semesta. Misalkan* $[g_{v1}]$ *merupakan keputusan max-min distributif matriks lembut, maka himpunan optimal dari* $U_1 \times U_2$ *didefinisikan sebagai:*

$$Opt_{[g_{v1}]}(U_1 \times U_2) = \{u_v = (x_i, y_j) | (x_i, y_j) \in U_1 \times U_2, g_{v1} = 1\} \tag{4.3}$$

dimana $i = \beta$, $v = (\beta - 1)n_2 + j$ *dab* β *adalah bilangan bulat positif terkecil sedemikan sehingga* $v \leq \beta n_2$.

(2) Misalkan $U_1 = \{x_1, x_2, \cdots, x_{n_1}\}$, $U_2 = \{y_1, y_2, \cdots, y_{n_2}\}$, *dan* $U_3 = \{z_1, z_2, \cdots, z_{n_3}\}$ *adalah tiga himpunan semesta. Misalkan* $[g_{v1}]$ *merupakan keputusan max-min distributif matriks lembut, maka himpunan optimal dari* $U_1 \times U_2 \times U_3$ *didefinisikan sebagai:*

$$Opt_{[g_{v1}]}(U_1 \times U_2 \times U_3) = \{u_v = (x_i, y_j, z_k) | (x_i, y_j, z_k) \in U_1 \times U_2 \times U_3, g_{v1} = 1\} \tag{4.4}$$

dimana $i = \beta$ *dan* β *adalah bilangan bulat positif terkecil sedemikian sehingga* $v \leq \beta n_2 n_3$. $j = \gamma - (\alpha - 1)n_2$ *dimana* γ *dan* α *adalah bilangan bulat positif terkecil sedemikian sehingga* $v \leq \gamma n_3$ *dan* $\gamma \leq \alpha n_2$. $k = w - (\gamma - 1)n_3$ *dimana* $w = v - (\beta - 1)n_2 n_3$ *dan* δ *adalah bilangan bulat positif terkecil sedemikian sehingga* $w \leq \delta n_3$.

5. Kesimpulan

Row-product merupakan suatu operasi tertentu pada suatu kumpulan (koleksi) dari matriks lembut sedemikian sehingga diperoleh matriks lembut yang baru. Beberapa bentuk *row-product* adalah *And row-product*, *Or row-product*, *And-Not row-product* dan *Or-Not row-product*.

Terkait dengan beberapa jenis *row-product* diatas, pada suatu kumpulan (koleksi) dari matrik lembut-matriks lembut diperoleh sifat-sifat (dalil) seperti Hukum De Morgan's, sifat asosiatif, elemen satuan dan sifat monoid.

6. Ucapan Terima kasih

Penulis mengucapkan terima kasih kepada Ibu Dr. Yanita, Ibu Nova Noliza Bakar, M.Si, dan Bapak Efendi, M.Si yang telah memberikan masukan dan saran sehingga makalah ini dapat diselesaikan dengan baik.

Daftar Pustaka

[1] Alkhazaleh, S. dan Salleh, A.R. 2012. Fuzzy Soft Multiset Theory. *Abstract and Applied Analysis*. Vol. 2012, Artikel ID 350603

[2] Alkhazaleh, S. Salleh, A.R. dan Hassan, N. 2011. Soft Multiset Theory. *Applied Mathematical sciences*. **5**(72): 3561 – 3573

[3] Atagun, A.O. Kamac, H. dan Oktay, O. 2018. Reduced Soft Matrices and Generalized Products with Applications in Decision Making. *Neural Computing and Applications* . 29(9): 445 – 456

[4] Basu, T.M. Mahapatra, N.M. dan Mondal, S.K. 2012. Matrices in Soft Set Theory and Their Applications in Decision Making Problems. *South Asian Journal Mathematics*. **2**(2): 126 – 143

[5] Cagman, N. dan Enginoglu, S. 2010. Soft Set Theory and Uni-Int Decision Making. *European Journal of Operational Research*. **207**: 848 – 855

[6] Cagman, N. dan Enginoglu, S. 2010. Soft Matrix Theory and Its Decision Making. *Computers and Mathematics with Applications*. **59**: 3308 – 3314

[7] Deli, I. Broumi, S. dan Ali, M. 2014. Neutrosophic Soft Multi-Set Theory and Its Decision Making. *Neutrosophic Sets and Systems*. **5**: 65 – 76

[8] Goyal, R.K. Kaushal, S.dan Sangaiah, A.K. 2018. The Utility Based Nonlinear Fuzzy AHP Optimization Model for Network Selection in Heterogeneous Wireless Networks. *Applied Soft Computing*. **67**: 800 – 811

[9] Jain, V. Tang, Y. Sangaiah, A.K. Sakhuja, S. Thoduka, N. dan Aggarwal, R. 2018. Supplier Selection Using Fuzzy AHP and TOPSIS: a Case Study in The Indian Automotive Industry. *Neural Computing and Applications*. **29**: 555 – 564

[10] Kamaci, H. Atagun, A.O. dan Sonmezoglu, A. 2018. Row-Products of Soft Matrices with Applications in Multiple-Disjoint Decision Making. *Applied Soft Computing*. **62**: 892 – 914

[11] Molodtsov, D. 1999. Soft Set Theory First Result. *Computers and Mathematics with Applications*. **37**(4-5): 19 – 31

[12] Morris, D.W. dan J. Morris 2013. *Proof and Concepts The Fundamental of Abstract Mathematics*. University of Lethbrige, New York.

[13] Robinson, Derek J.S. 2014. *An Introduction to Abstract Algebra*. Second Edition. Department of Mathematics : Urbana,Illinous.

[14] Samuel, O.W. Asogbon, G.M. Sangaiah, A.K. Fang, P. dan Li, G. 2017. An Integrated Decision Support System Based on ANN and Fuzzy AHP for Heart Failure Risk Prediction. *Expert Systems with Applications*. **68**: 163 – 172

[15] Sangaiah, A.K. Gopal, J. Basu, A. dan Subramaniam, P.R. 2017. An Integrated Fuzzy DEMATEL, TOPSIS and ELECTRE Approach for Evaluating Knowledge Transfer Effectiveness with Reference to GSD Project Outcome. *Neural Computing and Applications*. **28**: 111 – 123