MODEL PREDIKSI JUMLAH PENDERITA PENYAKIT MENULAR DENGAN LAJU PERTUMBUHAN KONSTAN

ANJAR DWI NASTITI, SUSILA BAHRI*, RADHIATUL HUSNA

*Program Studi S1 Matematika,
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Andalas,
Kampus UNAND Limau Manis Padang, Indonesia.
email : anjardwi15@gmail.com, susilabahri@sci.unand.ac.id, radhiatulhusna@sci.unand.ac.id*

Diterima 15 September 2020 Direvisi 14 Oktober 2020 Dipublikasikan 21 Oktober 2020

Abstrak. Model matematika penyakit menular dengan laju pertumbuhan konstan dikonstruksi. Model dikonstruksi melalui pendekatan teori graf dengan menganggap bahwa titik-titik pada graf merupakan himpunan orang yang terinfeksi dan himpunan orang yang rentan terinfeksi sedangkan sisi menyatakan terjadinya proses menginfeksi. Model kemudian diaplikasikan ke kasus penderita penyakit menular untuk memprediksi jumlah penderita penyakit tersebut untuk beberapa periode (hari) ke depan. Komputasi dilakukan dengan menggunakan program Matlab.

Kata Kunci: Penyakit Menular, Model Matematika, Prediksi Jumlah Penderita.

1. Pendahuluan

Penyakit merupakan suatu kondisi abnormal yang mempengaruhi cara kerja struktur tubuh makhluk hidup. Berdasarkan cara penularannya, penyakit dibagi menjadi penyakit menular dan tidak menular. Penyakit menular adalah penyakit yang dapat berpindah dari orang sakit ke orang sehat baik secara langsung maupun dengan perantara. Penularan tersebut disebabkan oleh mikroorganisme seperti bakteri, jamur, dan virus. Perkembangan ilmu pengetahuan di bidang sains mendorong para ilmuwan untuk mengembangkan penelitian tentang penyakit menular. Para peneliti berusaha melakukan penelitian untuk memprediksi jumlah penderita penyakit menular ini di masa yang akan datang.

Bhapkar dkk [1] telah mengkonstruksi suatu model yang dapat memprediksi jumlah penderita penyakit menular. Dalam jurnalnya, ia mengkonstruksi model dengan memperhatikan cara penyebaran penyakit menular tersebut yang diungkapkannya melalui graf. Salah satu model yang dihasilkannya adalah model penentuan jumlah penderita penyakit menular dengan laju pertumbuhan konstan.

*penulis korespondensi

Makalah ini mengelaborasi penelitian yang dilakukan oleh Bhapkar (2020) dengan mengumpulkan data *Dummy* untuk nilai laju pertumbuhan konstan yang akan diolah dengan model penentuan jumlah penderita penyakit menular. Kemudian, hasil prediksi jumlah penderita penyakit menular direpresentasikan kedalam bentuk graf yang ditemukan oleh Bhapkar dkk [1].

2. Landasan Teori

2.1. Definisi dan Terminologi Graf

Suatu **graf** G didefinisikan sebagai pasangan himpunan $(V(G), E(G))$ dengan $V(G)$ himpunan tak kosong, yang elemen-elemennya dinamakan **vertex** dari G dan $E(G)$ merupakan pasangan tak terurut dari **vertex** berbeda, yang disebut **sisi** dari G . Banyaknya **vertex** pada graf G disebut **orde**, yang dinotasikan dengan $|V(G)|$, sedangkan banyaknya sisi pada graf G disebut **ukuran** yang dinotasikan dengan $|E(G)|$ [2].

Dua **vertex** u dan v di graf G dikatakan **bertetangga** jika **vertex** u dan v terhubung langsung oleh suatu sisi e . **Lingkungan** pada **vertex** v di G adalah himpunan semua **vertex** yang bertetangga dengan v [2].

Sisi yang dibentuk oleh dua **vertex** yang sama dinamakan **loop**, sedangkan dua atau lebih sisi yg menghubungkan dua **vertex** yg sama disebut **sisi ganda**. Secara umum, graf dapat dibedakan menjadi graf sederhana dan graf tak sederhana berdasarkan ada atau tidaknya **loop** atau sisi ganda. Graf yang tidak mengandung **loop** atau sisi ganda disebut **graf sederhana**, sedangkan graf yang mengandung **loop** atau sisi ganda disebut **graf tak sederhana** [2].

Graf sederhana yang berderajat dua di setiap simpulnya dan tidak memiliki **loop** atau sisi ganda dinamakan **graf siklus (graf lingkaran)**. Graf siklus dengan n buah titik dilambangkan dengan C_n [2]. Graf sederhana yang setiap **vertex**nya bertetangga dengan **vertex** lainnya disebut **graf lengkap**. Graf lengkap dengan n buah titik dilambangkan dengan K_n , dengan $n \geq 1$ [2].

2.2. Himpunan Variabel

Himpunan variabel S adalah himpunan yang elemennya berubah berdasarkan waktu dan aturan. Oleh karena itu, himpunan S dikatakan bukan himpunan konstan. Himpunan variabel biasanya dilambangkan dengan S_v . Himpunan S_v dapat dikelompokkan menjadi lima jenis himpunan berdasarkan kardinalitasnya, salah satunya himpunan variabel stabil. Jika $|S_v(t)| = \text{konstan}$, untuk sebarang waktu t , maka himpunan variabel S_v dikatakan himpunan variabel stabil.

2.3. Graf Partite dan Graf Variabel

Graf n-Partite

Suatu graf G dikatakan **graf n-partite** jika $V(G) = V_1 \cup V_2 \cup \dots \cup V_n$, dimana semua V_i disjoint dan setiap sisi dari G menghubungkan **vertex** di V_i dan mempunyai ujung **vertex** di V_j untuk $i \neq j$ [3].

Graf Variabel

Suatu graf H yang terdiri dari $V(H)$ atau $E(H)$ dimana $V(H)$ atau $E(H)$ adalah himpunan-himpunan variabel maka graf H dinamakan **graf variabel vertex**. Graf variabel disebut juga *graf- V* [1].

Graf Bipartite

Suatu graf G dinamakan **graf bipartite** jika $V(G) = V_1 \cup V_2$ adalah himpunan variabel tak kosong sedemikian sehingga setiap sisi dari G menghubungkan *vertex* di V_1 dan *vertex* di V_2 (tidak ada sisi di G yang menghubungkan dua *vertex* di V_1 atau dua *vertex* di V_2)[4].

Gambar 1. Graf Bipartite

2.4. Model Graf

Graf Virus I

Graf virus I (VRG-I) merupakan *Graf- V Bipartite H* jika [1] :

- i. $V(H) = I \cup N$, dimana I adalah himpunan yang terinfeksi virus dan N adalah himpunan yang rentan terinfeksi virus.
- ii. Jika $x \in I$ memiliki sisi dengan *vertex* $y \in N$ atau sebaliknya maka y dipindahkan ke I sehingga $N = N - \{y\}$.
- iii. Jika $x \in I$ dan x dipindahkan ke N maka $N = N \cup \{x\}$. Ini berarti x pulih karena perlakuan atau virusnya hilang.

Graf Virus I dapat direpresentasikan seperti Gambar 2.

Berdasarkan Gambar 2, I merupakan himpunan orang yang terinfeksi penyakit menular dimana i_k dengan $i = 1, 2, 3$ adalah elemen dari himpunan I , sedangkan N merupakan himpunan orang yang rentan terinfeksi penyakit menular dimana n_k dengan $n = 1, 2, 3$ adalah elemen dari himpunan N . e_k dengan $k = 1, 2, 3, 4$ merupakan sisi yang menghubungkan *vertex-vertex* pada himpunan N ke *vertex-vertex* pada himpunan I yang berarti e_k adalah proses terinfeksi elemen himpunan N oleh elemen dari himpunan I . Elemen dari himpunan I dapat berpindah menjadi elemen dari himpunan N apabila i_k tidak terinfeksi penyakit menular karena pulih. Sebaliknya, elemen dari himpunan N dapat berpindah menjadi elemen dari himpunan I yang menyebabkan elemen dari himpunan N terinfeksi penyakit menular.

Gambar 2. Graf Virus I

3. Pembahasan

3.1. Laju Pertumbuhan

Laju Pertumbuhan (R) adalah perubahan persentase suatu nilai dari satu periode ke periode lainnya. Pada kasus penyakit menular, laju peningkatan elemen aktif adalah laju peningkatan banyaknya orang yang terinfeksi (I), sedangkan laju peningkatan elemen pasif adalah laju peningkatan banyaknya orang yang rentan terinfeksi (N). Laju pertumbuhan pada kasus ini digunakan untuk memprediksi banyaknya orang yang terinfeksi [1].

3.2. Pertumbuhan Satu-satu

Jika satu elemen aktif dari himpunan orang yang terinfeksi, menginfeksi hanya satu elemen aktif yang berasal dari himpunan lain pada suatu waktu, maka pertumbuhan dikatakan pertumbuhan satu-satu (pertumbuhan $1 - 1$). Pertumbuhan satu-satu diilustrasikan pada Gambar 3 [1].

Gambar 3. Ilustrasi Pertumbuhan Satu-Satu Penyakit Menular

Graf C_n adalah graf siklus yang *verteks-vertiknya* merupakan elemen aktif pada himpunan I , sedangkan K_1 adalah elemen pada himpunan N .

3.3. Pertumbuhan Konstan

Secara umum, misalkan I_0 adalah jumlah orang terinfeksi penyakit menular pada tahap awal, I_n adalah jumlah orang yang terinfeksi penyakit menular pada waktu

(hari) ke n dan R adalah laju pertumbuhan penyakit menular, maka

$$I_1 = I_0 + (R)I_0 = (1 + R)I_0 \quad (3.1)$$

Selanjutnya pada interval kedua,

$$I_2 = I_1 + (R)I_1 = (1 + R)I_1 = (1 + R)^2 I_0 \quad (3.2)$$

Oleh karena itu untuk interval waktu ke n maka jumlah orang yang terinfeksi menjadi :

$$I_n = (1 + R)^n I_0 \quad (3.3)$$

Pada (3.3), diasumsikan bahwa laju pertumbuhan adalah konstan sebagaimana diungkapkan pada Tabel 1 [1].

Tabel 1. Laju Pertumbuhan Konstan dan Interval Waktu

Interval Waktu (t_i)	t_1	t_2	t_3	t_4	$\dots$	t_{n-1}	t_n
Laju Pertumbuhan(R)	R	R	R	R	R	R	R

3.4. *Prediksi Jumlah Penderita Penyakit Menular Pada Hari ke n dengan Laju Pertumbuhan Konstan*

Sebagai contoh aplikasi dari model dengan laju pertumbuhan konstan, diberikan data laju pertumbuhan yang merupakan data *Dummy*. Data *Dummy* merupakan data yang tidak mengandung data berguna yang biasanya dipakai untuk pengganti data pada pengujian.

Data *Dummy* laju pertumbuhan konstan disajikan dengan dua variasi nilai agar dapat dibandingkan. Data *Dummy* tersebut dapat diproses dengan Matlab untuk memperoleh prediksi jumlah pasien terinfeksi penyakit menular pada waktu (hari) ke- n . Sintaks Matlab untuk menghitung jumlah orang yang terinfeksi penyakit menular pada waktu (hari) ke- n ditunjukkan oleh Gambar 4.

```
function I= infeksi(n,data)
sz=size(data);
m=sz(2);
for j = 1 : m
r=data(:,j);
i=12;
I(j)=i*((1+r(n)).^(n));
end
disp(['Jadi jumlah terinfeksi pada hari ke ',num2str(n),' adalah =']);
end
```

Gambar 4. Sintaks Matlab untuk Menghitung Jumlah Penderita Penyakit Menular

Dengan menggunakan sintaks pada Gambar 4, maka hasil prediksi jumlah penderita penyakit menular pada hari ke-1, 2, $\dots$, 6 adalah seperti Gambar 5.

<pre> Command Window >> infeksi(1,Data) Jadi jumlah terinfeksi pada hari ke 1 adalah = ans = 13.0800 13.2000 >> infeksi(2,Data) Jadi jumlah terinfeksi pada hari ke 2 adalah = ans = 14.2572 14.5200 >> infeksi(3,Data) Jadi jumlah terinfeksi pada hari ke 3 adalah = ans = 15.5403 15.9720 </pre>	<pre> Command Window >> infeksi(4,Data) Jadi jumlah terinfeksi pada hari ke 4 adalah = ans = 16.9390 17.5692 >> infeksi(5,Data) Jadi jumlah terinfeksi pada hari ke 5 adalah = ans = 18.4635 19.3261 >> infeksi(6,Data) Jadi jumlah terinfeksi pada hari ke 6 adalah = ans = 20.1252 21.2587 </pre>
--	--

Gambar 5. Jumlah Penderita Penyakit Menular dengan Sintaks Matlab

Berdasarkan Gambar 5, dapat diinterpretasikan bahwa dengan dua variasi nilai laju pertumbuhan (R) yang berbeda akan menghasilkan pertambahan jumlah orang yang terinfeksi penyakit menular yang berbeda di setiap variasi nilai laju pertumbuhannya. Semakin besar nilai laju pertumbuhan (R) maka semakin banyak pertambahan jumlah orang yang terinfeksi penyakit menular.

3.5. Model Graf Prediksi Jumlah Penderita Penyakit Menular

Perhitungan prediksi jumlah pasien yang terinfeksi penyakit menular yang diperoleh dari penggunaan Matlab dapat dimodelkan dengan penggunaan teori graf. Pada waktu (hari) ke 0, pertumbuhan penyakit menular dimodelkan kedalam bentuk graf pertumbuhan satu-satu yang diilustrasikan pada Gambar 6.

Gambar 6. Model Graf Pertumbuhan Penyakit Menular pada Hari ke 0

Berdasarkan Gambar 6, terdapat himpunan *vertex* berwarna jingga yang merupakan himpunan orang yang rentan terinfeksi penyakit menular. Himpunan tersebut dilambangkan dengan N yang mempunyai elemen n_k dengan $k = 1, 2, \dots, 8$. Selanjutnya, himpunan *vertex* berwarna biru merupakan himpunan orang yang terinfeksi penyakit menular yang dilambangkan dengan I yang mempunyai elemen i_k dengan $k = 1, 2, \dots, 12$. Untuk setiap elemen dari himpunan N yaitu n_k dengan

$k = 1, 2, \dots, 8$ membentuk suatu graf lengkap K_1 , sedangkan semua elemen dari himpunan I yaitu i_k dengan $k = 1, 2, \dots, 12$ membentuk suatu graf siklus C_{12} .

Kemudian, pada waktu (hari) ke 1 berdasarkan hasil perhitungan prediksi jumlah penderita penyakit menular pada Gambar 5 dimodelkan kedalam bentuk graf pertumbuhan satu-satu sebagai berikut.

1. Pada waktu (hari) ke 1
 - i. Untuk Laju Pertumbuhan $(R) = 0,09$

Gambar 7. Model Graf Pertumbuhan Penyakit Menular pada Hari ke 1

Berdasarkan Gambar 7, terdapat n_k dengan $k = 1$ yaitu *vertex* berwarna jingga yang bertetangga dengan i_k dengan $k = 1$ yaitu *vertex* berwarna biru sehingga membentuk sisi e_k dengan $k = 1$. Sisi e_k ini menunjukkan proses terinfeksi elemen dari himpunan N oleh himpunan I . Setelah terjadinya proses terinfeksi, elemen dari himpunan N tersebut menjadi elemen dari himpunan I yaitu i_k dengan $k = 1, 2, \dots, 13$.

- ii. Untuk Laju Pertumbuhan $(R) = 0,1$.

Gambar 8. Model Graf Pertumbuhan Penyakit Menular pada Hari ke 1

Berdasarkan Gambar 8, terdapat n_k dengan $k = 1$ yaitu *vertex* berwarna jingga yang bertetangga dengan i_k dengan $k = 1$ yaitu *vertex* berwarna biru

sehingga membentuk sisi e_k dengan $k = 1$. Sisi e_k ini menunjukkan proses terinfeksi elemen dari himpunan N oleh himpunan I . Setelah terjadinya proses terinfeksi, elemen dari himpunan N tersebut menjadi elemen dari himpunan I yaitu i_k dengan $k = 1, 2, \dots, 13$.

4. Kesimpulan

Memprediksi jumlah penderita penyakit menular dengan laju pertumbuhan konstan dapat digunakan dengan menggunakan model:

$$I_n = (1 + R)^n I_0.$$

Kemudian, melalui penggunaan program Matlab, jumlah penderita penyakit menular pada hari ke n dapat ditentukan dengan cepat dan mudah. Hasil prediksi jumlah penderita penyakit menular yang diperoleh dapat direpresentasikan ke dalam bentuk graf.

Daftar Pustaka

- [1] Bhapkar, H.R., Mahalle, P., Dhotre, P.S. 2020. *Virus Graph and Covid-19 Pandemic: A Graph Theory Approach*. Preprints 2020, 2020040507.
- [2] Bondy, J.A., U.S.R. Murty. 1976. *Graph Theory with Application*. The Macmillan Press LTD, London.
- [3] D.B. West. 1995. *An Introduction to Graph Theory*. Prentice-Hall, Pearson Edition, India.
- [4] Rosen, K. H. 2019. *Discrete Mathematics and Its Applications*. Eight Edition. Mc Graw Hill.