

PENYELESAIAN MASALAH TRANSPORTASI MENGUNAKAN *ALLOCATION TABLE METHOD* (*ATM*)

HUSNUL ABDI, SUSILA BAHRI*

*Program Studi S1 Matematika,
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Andalas,
Kampus UNAND Limau Manis Padang, Indonesia.
email : idbalunsuh31@gmail.com,susilabahri@sci.unand.ac.id*

Diterima 15 Desember 2020 Direvisi 29 Desember 2020 Dipublikasikan 12 Januari 2021

Abstrak. Masalah transportasi merupakan salah satu kendala dari suatu perusahaan. Kendala ini adalah bagaimana cara mengirim barang dari suatu sumber ke tujuan dengan biaya yang minimum. Menemukan solusi layak dasar merupakan syarat utama untuk memperoleh solusi optimal suatu masalah transportasi. Pada tulisan ini, solusi layak dasar masalah transportasi pengangkutan semen PT. Mega Eltra Persero dari tiga sumber (Panjang, Paya Rumpit, Tebing Tinggi) ke delapan tujuan (UD. Sakti, UD. Paten, UD. Utama, UD. Indomas, UD. Jecky, PT. Utama, PT. Waskita, UD. Harco) diperoleh dengan menggunakan *Allocation Table Method (ATM)*. Dengan metode tersebut dihasilkan total biaya transportasi sebesar Rp. 751.355.000,00 (tujuh ratus lima puluh satu juta tiga ratus lima puluh lima ribu rupiah) yang mendekati solusi optimalnya yaitu Rp. 727.315.000,00 (tujuh ratus dua puluh tujuh juta tiga ratus lima belas ribu rupiah).

Kata Kunci: Masalah Transportasi, Solusi layak dasar, *Allocation Table Method*.

1. Pendahuluan

Salah satu masalah yang dialami perusahaan-perusahaan di seluruh dunia adalah masalah transportasi (masalah distribusi barang). Masalah ini timbul ketika perusahaan mencoba menentukan cara mengirim barang (pendistribusian) dari beberapa lokasi sumber ke lokasi permintaan. Masalah transportasi merupakan salah satu kasus khusus dalam program linier. Kasus khusus tersebut adalah bagaimana cara mendistribusikan suatu barang atau komoditas dari sejumlah sumber (*supply*) ke sejumlah tujuan (*demand*) dengan biaya seminimum mungkin.

Secara umum, prosedur untuk menemukan solusi optimal masalah transportasi terdiri atas tiga tahapan. Pertama, membentuk formula matematika dari masalah transportasi tersebut. Kedua, menentukan solusi layak dasar. Ketiga, optimalisasi solusi layak dasar yang diperoleh pada tahap kedua.

*penulis korespondensi

Hal paling penting dalam masalah transportasi adalah memperoleh solusi layak dasar. Beberapa metode yang lazim digunakan untuk menemukan solusi layak dasar adalah *North West Corner Method (NWCM)*, *Vogels Approximation method (VAM)*, *Minimum Cost Method (MVM)* [4].

Pada penelitian ini, penulis menggunakan metode lain untuk menemukan solusi layak dasar suatu masalah transportasi berdasarkan metode yang dikembangkan oleh [1]. Ahmed dkk. [1] mengklaim bahwa metode yang mereka kembangkan mampu menghasilkan solusi layak dasar yang lebih baik dari metode-metode yang telah lazim digunakan tersebut. Metode ini dinamakan *Allocation Table Method (ATM)*.

2. Landasan Teori

2.1. Masalah Transportasi

Masalah transportasi adalah masalah yang mengkaji tentang masalah pendistribusian suatu komoditas atau barang dari sejumlah sumber ke beberapa tujuan dengan tujuan meminimumkan biaya pengiriman yang dikeluarkan [3].

Ciri-ciri masalah transportasi [3] :

- (1) Memiliki sumber dan tujuan.
- (2) Barang yang didistribusikan dari sumber ke tujuan memiliki kuantitas tertentu.
- (3) Kuantitas barang yang dikirim dari sumber ke tujuan sesuai dengan permintaan dan kapasitas sumber.
- (4) Memiliki biaya transportasi dari sumber ke tujuan.

2.2. Model Matematika Masalah Transportasi

Model matematika dari masalah transportasi adalah [1]:

$$\text{Minimumkan } Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \quad (2.1)$$

dengan kendala :

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \leq S_i \quad ; \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (2.2)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} \geq d_j \quad ; \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (2.3)$$

$$x_{ij} \geq 0 \text{ untuk setiap } i \text{ dan } j,$$

dimana :

Z = Fungsi tujuan yang meminimumkan total biaya transportasi.

c_{ij} = Biaya distribusi per unit dari sumber i ke tujuan j .

x_{ij} = Jumlah unit barang yang dikirim dari sumber i ke tujuan j .

S_i = Jumlah penawaran pada sumber ke i .

d_j = Jumlah permintaan pada tujuan ke j .

Jika $\sum_{i=1}^m S_i = \sum_{j=1}^n d_j$ (jumlah penawaran pada sumber ke i sama dengan jumlah permintaan pada tujuan ke j), maka masalah transportasi adalah masalah transportasi seimbang. Akibatnya, persamaan (2.2) dan Persamaan (2.3) menjadi [4]:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = S_i \quad ; \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (2.4)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = d_j \quad ; \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (2.5)$$

2.3. Allocation Table Method

Berikut adalah langkah-langkah *Allocation Table Method* untuk memperoleh solusi layak dasar dari suatu masalah transportasi [1] :

- (1) Bentuk tabel transportasi dari masalah transportasi .
- (2) Pastikan masalah transportasinya seimbang, artinya jumlah penawaran (*supply*) sama dengan jumlah permintaan (*demand*). Jika masalah transportasi belum seimbang, maka harus diseimbangkan dulu dengan cara menambahkan sumber *dummy* bila jumlah penawaran lebih kecil dari permintaan dan tujuan *dummy* bila jumlah penawaran lebih besar dari jumlah permintaan.
- (3) Pilih biaya ganjil minimum dari seluruh sel biaya tabel transportasi. Jika tidak terdapat biaya ganjil, seluruh biaya sel dibagi dengan dua sampai diperoleh paling sedikit satu sel yang memuat biaya ganjil.
- (4) Jika masih terdapat sel biaya ganjil pada tabel transportasi, kurangi biaya ganjil minimum yang diperoleh pada langkah ketiga. Tabel pada langkah keempat ini dinamakan dengan tabel alokasi. Setiap sel pada tabel alokasi dinamakan dengan *Allocation Cell Value (ACV)*.
- (5) Pengalokasian dimulai dari penawaran atau permintaan minimum. Alokasikan penawaran atau permintaan minimum ini pada biaya ganjil minimum yang diperoleh pada langkah ketiga. Jika permintaan terpenuhi, kolom dicoret. Sebaliknya, jika penawaran yang terpenuhi, baris dicoret.
- (6) Pilih *ACV* minimum dan alokasikan penawaran atau permintaan minimum pada *ACV* yang dipilih tadi. Jika terdapat *ACV* yang bernilai sama, pilih *ACV* dimana alokasi penawaran atau permintaan minimum dapat dibuat. Jika alokasi sama pada *ACV*, pilih sel biaya minimum yang bersesuaian dengan sel-sel biaya pada tabel transportasi yang dibentuk pada langkah pertama. Jika sel biaya dan alokasi sama, pilih sel yang paling dekat pada penawaran atau permintaan minimum yang akan dialokasikan. Jika permintaan terpenuhi, kolom dicoret. Sebaliknya, jika penawaran yang terpenuhi, baris dicoret.
- (7) Ulangi langkah keenam sampai penawaran dan permintaan habis.
- (8) Pindahkan alokasi yang terbentuk pada tabel alokasi ke tabel transportasi awal.
- (9) Terakhir, hitung total biaya pada tabel transportasi, yaitu dengan menjumlahkan perkalian antara biaya dan nilai alokasi yang bersesuaian dari tabel transportasi.

3. Pembahasan

3.1. Sumber Data

Data pada tulisan ini diambil dari [2].

Tabel 1. [2] Tabel Permintaan Konsumen

Tujuan/Sumber	Panjang	Paya Rumput	Tebing Tinggi	Jumlah
UD. Sakti	25000	15000	10000	50000
UD. Paten	40000	15000	10000	65000
UD. Utama	15000	20000	50000	85000
UD. Indomas	1250	2550	6200	10000
UD. Jecky	2000	8000	25000	35000
PT. Utama	4000	2000	9000	15000
PT. Waskita	0	2000	8000	10000
UD. Harco	50000	45000	0	95000

Tabel 2. [2] Tabel Persediaan Sumber

Gudang	Alamat	Kapasitas Persediaan
Panjang	Jl. Budi Kemasyarakatan Pulo Braya	137250 sak
Paya Rumput	Jl. Paya Rumput KIM	109550 sak
Tebing Tinggi	Jl. Patriot Tebing Tinggi	118200 sak

Tabel 3. [2] Tabel Biaya Pengiriman Tiap Sak Semen

Tujuan/Sumber	Panjang	Paya Rumput	Tebing Tinggi
UD. Sakti	1000	1500	2000
UD. Paten	1500	1800	2300
UD. Utama	1800	2000	1200
UD. Indomas	2300	2500	1800
UD. Jecky	2500	3000	1500
PT. Utama	1800	2000	1000
PT. Waskita	1800	2200	800
UD. Harco	3500	4000	5000

Data diatas dapat direpresentasikan ke dalam model matematika :

$$Z = 1000x_{11} + 1500x_{12} + 1800x_{13} + 2300x_{14} + 2500x_{15} + 1800x_{16} + 1800x_{17} + 3500x_{18} + 1500x_{21} + 1800x_{22} + 2000x_{23} + 2500x_{24} + 3000x_{25} + 2000x_{26} + 2200x_{27} + 4000x_{28} + 2000x_{31} + 2300x_{32} + 1200x_{33} + 1800x_{34} + 1500x_{35} + 1000x_{36} + 800x_{37} + 5000x_{38}.$$

Karena $\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^8 x_{ij} = 365000$ dan $\sum_{j=1}^8 \sum_{i=1}^3 x_{ij} = 365000$, maka $\sum_{i=1}^3 S_i = \sum_{j=1}^8 d_j$ (jumlah penawaran pada sumber ke i sama dengan jumlah permintaan pada tujuan

ke j). Sehingga masalah transportasi data adalah masalah transportasi seimbang. Kendala untuk masalah ini adalah:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n x_{ij} &= 137250 ; && \text{untuk } i = 1 \\ \sum_{j=1}^n x_{ij} &= 109550 ; && \text{untuk } i = 2 \\ \sum_{j=1}^n x_{ij} &= 118200 ; && \text{untuk } i = 3 \\ \sum_{i=1}^m x_{ij} &= 50000 ; && \text{untuk } j = 1 \\ \sum_{i=1}^m x_{ij} &= 65000 ; && \text{untuk } j = 2 \\ \sum_{i=1}^m x_{ij} &= 85000 ; && \text{untuk } j = 3 \\ \sum_{i=1}^m x_{ij} &= 10000 ; && \text{untuk } j = 4 \\ \sum_{i=1}^m x_{ij} &= 35000 ; && \text{untuk } j = 5 \\ \sum_{i=1}^m x_{ij} &= 15000 ; && \text{untuk } j = 6 \\ \sum_{i=1}^m x_{ij} &= 10000 ; && \text{untuk } j = 7 \\ \sum_{i=1}^m x_{ij} &= 95000 ; && \text{untuk } j = 8 \end{aligned}$$

Selanjutnya, akan dicari solusi layak dasar dengan menggunakan *Allocation Table Method*. Berikut ini adalah langkah-langkahnya:

- (1) Bentuk tabel transportasi dari masalah transportasi. Dengan menggunakan data, maka tabel transportasi untuk masalah transportasi ini adalah sebagai berikut:

Tujuan \ Sumber	UD Sakti	UD Paten	UD Utama	UD Indomas	PT Nidya Karya	PT Waskita	UD harco	Penawaran
Panjang	x_{11} 1000	x_{12} 1500	x_{13} 1800	x_{14} 2300	x_{15} 1800	x_{17} 1800	x_{18} 3500	137250
Paya Raya	x_{21} 1500	x_{22} 1800	x_{23} 2000	x_{24} 2500	x_{26} 2000	x_{27} 2200	x_{28} 4000	109550
Tebing Tinggi	x_{31} 2000	x_{32} 2300	x_{33} 1200	x_{34} 1800	x_{36} 1000	x_{37} 800	x_{38} 5000	118200
Permintaan	50000	65000	85000	10000	15000	10000	95000	365000

Tabel 4 Tabel Transportasi

- (2) Pastikan bahwa masalah transportasinya merupakan masalah transportasi seimbang. Masalah transportasi ini dikatakan seimbang, karena jumlah penawaran sama dengan jumlah permintaan.

$$\sum_{i=1}^3 S_i = \sum_{j=1}^8 d_j$$

- (3) Pilih biaya ganjil minimum dari seluruh sel biaya tabel transportasi. Karena data tidak memiliki biaya ganjil minimum, maka seluruh sel tabel dibagi dengan dua sampai diperoleh sel dengan biaya ganjil minimum. Setelah dibagi dengan dua, diperoleh tiga sel dengan biaya ganjil minimum, yaitu sel (1,2), (2,1) dan (3,5).

Tujuan Sumber	UD Sakti	UD Paten	UD Utama	UD Indomas	UD Jecky	PT Nidya Karya	PT Waskita	UD harco	Penawaran
Panjang	250	375	450	575	625	450	450	875	137250
Paya Raya	375	450	500	625	750	500	550	1000	109550
TebingTinggi	500	575	300	450	375	250	200	1250	118200
Permintaan	50000	65000	85000	10000	35000	15000	10000	95000	

Tabel 5 Tabel Transportasi Biaya Ganjil Minimum

- (4) Karena masih terdapat sel biaya ganjil, yaitu sel (1,4), (1,5), (1,8), (2,4) dan (3,2), seluruh sel ini dikurangi dengan biaya ganjil minimum yang diperoleh pada langkah ketiga. Semua sel pada langkah keempat ini dinamakan dengan *Allocation Cell Value (ACV)*. Dan tabel pada langkah keempat ini dinamakan dengan tabel alokasi.

Tujuan Sumber	UD Sakti	UD Paten	UD Utama	UD Indomas	UD Jecky	PT Nidya Karya	PT Waskita	UD harco	Penawaran
Panjang	250	375	450	200	250	450	450	500	137250
Paya Raya	375	450	500	250	750	500	550	1000	109550
TebingTinggi	500	200	300	450	375	250	200	1250	118200
Permintaan	50000	65000	85000	10000	35000	15000	10000	95000	

Tabel 6 Tabel Alokasi

- (5) Pengalokasian dimulai dari penawaran atau permintaan minimum. Alokasikan penawaran atau permintaan minimum ini pada biaya ganjil minimum yang diperoleh pada langkah ketiga, yaitu sel (1,2), (2,1) dan (3,5). Jika penawaran terpenuhi, baris dicoret. Sebaliknya, jika permintaan terpenuhi, kolom dicoret.
- (6) Identifikasi *ACV* minimum pada tabel 7, yaitu sel (1,4) dan (3,7). Lakukan hal yang sama seperti pada langkah kelima.
- (7) Melakukan iterasi sampai penawaran dan permintaan habis. Pada data ini, penawaran dan permintaan habis setelah iterasi kelima.
- (8) Memindahkan alokasi yang terbentuk pada tabel 8 ke tabel transportasi awal. Dari tabel diatas, diperoleh sepuluh variabel dasar sebagai solusi layak dasar :

$$x_{12} = 65000, x_{13} = 26800, x_{14} = 10000, x_{18} = 35450, x_{28} = 59550,$$

$$x_{21} = 50000, x_{33} = 58200, x_{35} = 35000, x_{36} = 15000, x_{37} = 10000.$$

Tujuan Sumber	UD Sakti	UD Paten	UD Utama	UD Indomas	UD Jecky	PT Nidya Karya	PT Waskita	UD harco	Penawaran
Panjang		65000							
	250	375	450	200	250	450	450	500	137250
Paya Raya	50000								
	375	450	500	250	750	500	550	1000	109550
TebingTinggi					35000				
	500	200	300	450	375	250	200	1250	118200
Permintaan	50000	65000	85000	10000	35000	15000	10000	95000	

Tabel 7 Tabel Alokasi Setelah Langkah Kelima

Tujuan sumber	UD Sakti	UD Paten	UD Utama	UD Indomas	UD Jecky	PT Nidya Karya	PT Waskita	UD harco	Penawaran
Panjang		65000							
	250	375	450	200	250	450	450	500	137250
Paya Raya	50000								
	375	450	500	250	750	500	550	1000	109550
TebingTinggi					35000		10000		
	500	200	300	450	375	250	200	1250	118200
Permintaan	50000	65000	85000	10000	35000	15000	10000	95000	

Tabel 8 Tabel Alokasi Setelah Langkah keenam

Tujuan Sumber	UD Sakti	UD Paten	UD Utama	UD Indomas	UD Jecky	PT Nidya Karya	PT Waskita	UD harco	Penawaran
Panjang		65000	26800	10000				35450	
	250	375	450	200	250	450	450	500	137250
Paya Raya	50000							59550	
	375	450	500	250	750	500	550	1000	109550
Tebing Tinggi			58200		35000	15000	10000		
	500	200	300	450	375	250	200	1250	118200
Permintaan	50000	65000	85000	10000	35000	15000	10000	95000	

Tabel 9 Tabel Alokasi Setelah Iterasi ke-5

Solusi layak dasar ini diperoleh setelah penawaran dan permintaan telah teralokasi seluruhnya pada tabel alokasi.

- (9) Menghitung total biaya pada tabel transportasi dengan menjumlahkan perkalian antara biaya dengan nilai alokasi dari tabel transportasi.

$$\begin{aligned}
 Z &= c_{12}x_{12} + c_{13}x_{13} + c_{14}x_{14} + c_{18}x_{18} + c_{28}x_{28} + c_{21}x_{21} + c_{33}x_{33} + c_{35}x_{35} + c_{36}x_{36} + c_{37}x_{37}, \\
 &= (1500 \times 65000) + (1800 \times 26800) + (2300 \times 10000) + (3500 \times 35450) + (4000 \times 59550) + \\
 &\quad (1500 \times 50000) + (1200 \times 58200) + (1500 \times 35000) + (1000 \times 15000) + (800 \times 10000) \\
 &= 751355000.
 \end{aligned}$$

Total biaya transportasi yang diperoleh dengan menggunakan *Allocation Table*

Tujuan Sumber	UD Sakti	UD Paten	UD Utama	UD Indomas	UD Jecky	PT Nidya Karya	PT Waskita	UD harco	Penawaran
Panjang	1000	1500	1800	2300	2500	1800	1800	3500	137250
Paya Raya	50000	1500	1800	2000	2500	3000	2000	2200	59550
TebingTinggi	2000	2300	58200	1200	1800	1500	1000	800	5000
Permintaan	50000	65000	85000	10000	35000	15000	10000	95000	

Tabel 10 Tabel Transportasi Setelah Seluruh Unit Semen Dikirim

Method adalah Rp. 751.355.000,00 (tujuh ratus lima puluh satu juta tiga ratus lima puluh lima ribu rupiah).

4. Kesimpulan

Dari pembahasan di atas, diperoleh sepuluh variabel yang menjadi solusi layak dasar:

$$x_{12} = 65000, x_{13} = 26800, x_{14} = 10000, x_{18} = 35450, x_{28} = 59550,$$

$$x_{21} = 50000, x_{33} = 58200, x_{35} = 35000, x_{36} = 15000, x_{37} = 10000.$$

Solusi layak dasar ini diperoleh setelah penawaran dan permintaan telah teralokasi seluruhnya pada tabel alokasi. Total biaya transportasi yang diperoleh dengan menggunakan Allocation Table Method adalah Rp. 751.355.000,00 (tujuh ratus lima puluh satu juta tiga ratus lima puluh lima ribu rupiah). Sedangkan Solusi optimal total biaya transportasi pada sumber data artikel [2] adalah Rp. 727.315.000,00 (tujuh ratus dua puluh tujuh juta tiga ratus lima belas ribu rupiah).

5. Ucapan Terima kasih

Terimakasih kepada Bapak Narwen, Bapak Mahdhivan Syafwan, dan Bapak Ahmad Iqbal Baqi yang telah memberikan masukan dan saran sehingga penelitian ini dapat diselesaikan dengan baik.

Daftar Pustaka

- [1] Ahmed, M.M., Khan, A.R., Uddin, M.S. and Faruque, Ahmed. 2016. A New Approach to Solve Transportation Problems. *Open Journal Optimization* 5 : 22 – 30.
- [2] Sari, Diah Purnama. 2013. Optimasi Masalah Transportasi Menggunakan Metode Potensial Pada Distribusi PT. Mega Eltra Persero. *Jurnal Universitas Sumatera Utara* : 407-418
- [3] Siswanto . 2007. *Operation Research*. Erlangga : Jakarta.
- [4] Wintson, W.L. 1991. *Operation Research : Application and Algorithms*. Fourth Edition. Indiana University. USA.