

KONSTRUKSI STRUKTUR TOPOLOGI PADA HIMPUNAN LEMBUT KABUR

RIRI ALFAKHRIATI, HARIPAMYU*, JENIZON

*Program Studi S2 Matematika,
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Andalas,
Kampus UNAND Limau Manis Padang, Indonesia.
email : ririalfakhriati123@gmail.com, haripamyu@sci.unand.ac.id, jenizon@gmail.com*

Diterima 31 Januari 2021 Direvisi 9 Maret 2021 Dipublikasikan 29 April 2021

Abstrak. Pada penelitian ini akan dikonstruksi struktur topologi pada himpunan lembut kabur. Khususnya, konsep tentang basis dan subbasis untuk topologi lembut kabur dengan memberikan kondisi yang berbeda dalam pendefinisian basis dan subbasis untuk topologi lembut kabur. Setelah itu, diperkenalkan juga konsep topologi lembut kabur yang dibangun oleh basis dan subbasis dan beberapa teorema terkait.

Kata Kunci: Basis untuk topologi lembut kabur, subbasis untuk topologi lembut kabur, topologi lembut kabur

1. Pendahuluan

Gagasan dari teori himpunan kabur pertama kali diperkenalkan oleh Zadeh [10] pada tahun 1965. Teori himpunan kabur mengkaji tentang fungsi keanggotaan dan derajat keanggotaan dari suatu anggota dalam suatu himpunan kabur, dimana derajat keanggotaan tersebut dinyatakan dengan suatu nilai tunggal dalam interval $[0, 1]$. Pada tahun 1999, Molodtsov [5] memperkenalkan teori himpunan lembut (*soft set*) sebagai generalisasi dari teori himpunan kabur. Kemudian, Maji dkk. (2001) [3] memperkenalkan suatu ide tentang himpunan lembut kabur yang merupakan kombinasi dari teori himpunan kabur dan himpunan lembut. Banyak peneliti yang telah menerapkan konsep himpunan lembut kabur pada beberapa ilmu matematika salah satunya pada konsep topologi.

Konsep topologi pada himpunan kabur diperkenalkan pertama kali oleh Tanay dkk. (2011) [8] yang dikenal sebagai topologi lembut kabur (*fuzzy soft topology*). Setelah itu, pada tahun 2012 konsep ini dipelajari lebih lanjut oleh Varol dkk. [9], Roy dkk. [7] dan Mahanta dkk. [2]. Mereka mendefinisikan struktur topologi lembut kabur seperti himpunan buka lembut kabur, himpunan tutup lembut kabur, basis dan subbasis untuk topologi lembut kabur. Namun, himpunan buka lembut kabur

*penulis korespondensi

yang telah didefinisikan tidak dikarakteristik dengan menggunakan konsep dasar dari himpunan buka.

Pada artikel ini akan dikonstruksi struktur topologi lembut kabur dengan menerapkan konsep dasar dari basis dan subbasis untuk topologi yang terdapat di Munkres [6]. Pendefinisian ini dimulai dari mendefinisikan kembali konsep dari basis dan subbasis untuk topologi lembut kabur, himpunan buka lembut kabur, topologi yang dibangkitkan oleh basis dan topologi yang dibangkitkan oleh subbasis.

2. Landasan Teori

Pada bagian ini akan diberikan beberapa teori yang terkait dengan permasalahan yang akan dibahas pada bagian selanjutnya, yaitu teori tentang himpunan kabur, himpunan lembut, himpunan lembut kabur dan ruang topologi lembut kabur.

Definisi 2.1. [10] Misalkan U himpunan tak kosong. Suatu himpunan kabur F atas U didefinisikan sebagai :

$$F = \{(x, \mu_F(x)) | x \in U\}, \quad (2.1)$$

dimana $\mu_F : U \longrightarrow [0, 1]$ adalah suatu fungsi keanggotaan dan $\mu_F(x)$ menyatakan derajat keanggotaan dari $x \in U$. Koleksi dari semua himpunan kabur atas U dinotasikan dengan $\mathcal{I}^U$.

Definisi 2.2. [10] Misalkan $F_1, F_2 \in \mathcal{I}^U$. Himpunan kabur F_1 dikatakan termuat di F_2 ditulis $F_1 \subseteq F_2$ jika dan hanya jika $\mu_{F_1}(x) \leq \mu_{F_2}(x)$ untuk setiap $x \in U$.

Definisi 2.3. [10] Misalkan $F_1, F_2 \in \mathcal{I}^U$ dengan μ_{F_1} dan μ_{F_2} adalah fungsi keanggotaan untuk F_1 dan F_2 . Gabungan dari dua himpunan kabur F_1 dan F_2 adalah himpunan kabur F_3 , ditulis $F_3 = F_1 \vee F_2$ dengan fungsi keanggotaan μ_{F_3} dan derajat keanggotaan didefinisikan sebagai $\mu_{F_3}(x) = \max\{\mu_{F_1}(x), \mu_{F_2}(x)\}$ untuk setiap $x \in U$.

Definisi 2.4. [10] Misalkan $F_1, F_2 \in \mathcal{I}^U$ dengan μ_{F_1} dan μ_{F_2} adalah fungsi keanggotaan untuk F_1 dan F_2 . Irisan dari dua himpunan kabur F_1 dan F_2 adalah himpunan kabur F_3 , ditulis $F_3 = F_1 \wedge F_2$ dengan fungsi keanggotaan μ_{F_3} dan derajat keanggotaan didefinisikan sebagai $\mu_{F_3}(x) = \min\{\mu_{F_1}(x), \mu_{F_2}(x)\}$ untuk setiap $x \in U$.

Definisi 2.5. [5] Misalkan U himpunan tak kosong, $\mathcal{P}^U$ adalah koleksi dari semua himpunan bagian dari U , E himpunan parameter, dan $A \subseteq E$. Himpunan lembut (soft set) atas U adalah pasangan (L, A) , dimana $L : A \longrightarrow \mathcal{P}^U$.

Himpunan lembut (L, A) juga dapat ditulis sebagai:

$$(L, A) = \{(e, L(e)) | e \in A, L(e) \in \mathcal{P}^U\}, \quad (2.2)$$

dimana $L(e)$ adalah himpunan bagian dari U [1]. Himpunan lembut kabur merupakan gabungan dari dua teori yaitu teori himpunan kabur dan teori himpunan lembut. Teori himpunan lembut kabur diperkenalkan oleh Maji, dkk [3]. Berikut

adalah definisi dari himpunan lembut kabur dan beberapa operasi dari himpunan lembut kabur.

Definisi 2.6. [8] Misalkan U himpunan tak kosong, E himpunan parameter dan $A \subseteq E$. Himpunan lembut kabur (fuzzy soft set) atas U adalah pasangan (f, A) , dengan $f : A \rightarrow \mathcal{I}^U$ adalah fungsi. Koleksi dari semua himpunan lembut kabur atas himpunan U dan parameter E dinotasikan dengan $\mathcal{FS}^U$.

Berdasarkan Definisi 2.6, himpunan lembut kabur (f, A) dapat ditulis sebagai :

$$(f, A) = \{(e, f(e)) | e \in A, f(e) \in \mathcal{I}^U\}, \quad (2.3)$$

dimana untuk setiap $e \in A$, $f(e)$ merupakan himpunan kabur atas U . Fungsi keanggotaan dari $f(e)$ dinotasikan sebagai μ_f^e , dimana $\mu_f^e : U \rightarrow [0, 1]$. Derajat keanggotaan $\mu_f^e(x) = 0$ jika $e \in E - A$ dan $\mu_f^e(x) \neq 0$ jika $e \in A$ [1]. Selanjutnya (f, A) dilambangkan dengan f_A , himpunan kabur $f(e)$ dilambangkan dengan $f_A(e)$ dan fungsi keanggotaan $f_A(e)$ dilambangkan dengan $\mu_{f_A}^e$.

Definisi 2.7. [8] Himpunan lembut kabur f_E atas U dikatakan absolute fuzzy soft set, dinotasikan dengan $\tilde{I}$ jika dan hanya jika untuk setiap $e \in E$, $f_E = \tilde{I}$ dengan $\mu_{\tilde{I}}^e(x) = 1$ untuk setiap $x \in U$.

Definisi 2.8. [8] Himpunan lembut kabur f_E atas U dikatakan null fuzzy soft set, dinotasikan dengan Φ jika dan hanya jika untuk setiap $e \in A$, $f_E = \Phi$ dengan $\mu_{\Phi}^e(x) = 0$ untuk setiap $x \in U$.

Definisi 2.9. [8] Misalkan U adalah himpunan semesta dan E adalah himpunan parameter. Misalkan $A, B \subseteq E$ dan f_A, g_B adalah dua himpunan lembut kabur atas U . Himpunan lembut kabur f_A dikatakan himpunan bagian dari g_B , ditulis $f_A \sqsubseteq g_B$ jika dan hanya jika $A \subseteq B$ dan untuk setiap $e \in A$, $\mu_{f_A}^e(x) \leq \mu_{g_B}^e(x)$, $\forall x \in U$.

Definisi 2.10. [8] Misalkan U adalah himpunan semesta dan E adalah himpunan parameter. Misalkan $A, B \subseteq E$ dan f_A, g_B adalah dua himpunan lembut kabur atas U . Dua himpunan lembut kabur f_A dan g_B dikatakan sama, ditulis $f_A = g_B$, jika dan hanya jika $f_A \sqsubseteq g_B$ dan $g_B \sqsubseteq f_A$.

Definisi 2.11. [7] Misalkan U adalah himpunan semesta dan E adalah himpunan parameter. Misalkan $A, B \subseteq E$ dan f_A, g_B adalah dua himpunan lembut kabur atas U . Gabungan dari dua himpunan lembut kabur f_A dan g_B atas U didefinisikan sebagai berikut

$$f_A \sqcup g_B = \{(e, f_A(e) \vee g_B(e)) | e \in A \cup B, f_A(e) \vee g_B(e) \in \mathcal{I}^U\}.$$

Jika $h_C = f_A \sqcup g_B$, maka h_C adalah himpunan lembut kabur atas U dengan $C = A \cup B$ dan untuk setiap $e \in C$, $h_C(e) = f_A(e) \vee g_B(e)$.

Definisi 2.12. [8] Misalkan U adalah himpunan semesta dan E adalah himpunan parameter. Misalkan $A, B \subseteq E$ dan f_A, g_B adalah dua himpunan lembut kabur atas U . Irisan dari dua himpunan lembut kabur f_A dan g_B didefinisikan sebagai berikut

$$f_A \sqcap g_B = \{(e, f(e) \wedge g(e)) | e \in A \cap B, f(e) \wedge g(e) \in \mathcal{I}^U\}.$$

Jika $h_c = f_A \sqcap g_B$, maka h_C adalah himpunan lembut kabur atas U dengan $C = A \cap B$ dan untuk setiap $e \in C$, $h_C(e) = f_A(e) \wedge g_B(e)$.

Berdasarkan Definisi 2.12, diperoleh bahwa $\Phi \sqcap f_E = \Phi$ untuk setiap $f_E \in \mathcal{FS}^U$. Hal ini berlaku karena untuk setiap $e \in E$, $\mu_\Phi^e(x) = \min\{\mu_\Phi^e(x), \mu_{f_E}^e(x)\}$, dimana $\mu_\Phi^e(x) = 0, \forall x \in U$. Hal ini berarti bahwa setiap anggota dari koleksi semua himpunan lembut kabur jika diiris dengan Φ , maka hasilnya adalah Φ itu sendiri.

Definisi 2.13. [2] Misalkan $f_E \in \mathcal{FS}^U$. Misalkan $\mathcal{P}(f_E)$ adalah himpunan semua himpunan bagian lembut kabur dari f_E dan τ adalah sub keluarga dari $\mathcal{P}(f_E)$, maka τ disebut topologi lembut kabur pada f_E jika memenuhi sifat-sifat berikut:

- (1) $\Phi, f_E \in \tau$;
- (2) Jika $f_A, g_B \in \tau$, maka $f_A \sqcap g_B \in \tau$;
- (3) Jika $f_{A_a}^a \in \tau, a \in \Lambda$, maka $\bigsqcup_{a \in \Lambda} f_{A_a}^a \in \tau$.

Pasangan (f_E, τ) disebut ruang topologi lembut kabur pada U . Setiap anggota τ disebut himpunan buka lembut kabur [2].

Contoh 2.14. Misalkan $\tau = \{\Phi, f_E\}$, maka τ merupakan topologi lembut kabur pada f_E . Topologi lembut kabur $\tau = \{\Phi, f_E\}$ disebut juga topologi lembut indiskrit.

Contoh 2.15. Koleksi dari semua himpunan bagian lembut kabur f_E atas U merupakan topologi lembut kabur pada f_E . Topologi $\tau = \mathcal{P}(f_E)$ disebut topologi diskrit.

3. Pembahasan

Pada bagian ini, akan didefinisikan kembali konsep terkait basis untuk topologi lembut kabur, subbasis untuk topologi lembut kabur, topologi lembut kabur yang dibangun oleh basis dan subbasis dengan menggunakan konsep basis dan subbasis yang dibahas pada Munkres [6].

Definisi 3.1. Misalkan $f_E \in \mathcal{FS}^U$. Basis untuk suatu topologi lembut kabur f_E adalah koleksi dari himpunan bagian lembut kabur dari f_E , dilambangkan dengan $\mathcal{B}$ yang memenuhi kondisi sebagai berikut

- i. $f_E = \bigsqcup_{\beta \in \mathcal{B}} \beta$, yaitu untuk setiap $e \in E$ dan $x \in U$, terdapat $\beta \in \mathcal{B}$ sedemikian sehingga $\mu_{f_E}^e(x) = \max\{\mu_\beta^e(x)\}$.
- ii. Jika $\beta_1, \beta_2 \in \mathcal{B}$, maka untuk setiap $e \in E$ dan $x \in U$, terdapat $\beta_3 \in \mathcal{B}$ sedemikian sehingga $\beta_3 \sqsubseteq \beta_1 \sqcap \beta_2$.

Contoh 3.2. Misalkan $U = \{u_1, u_2\}$ adalah himpunan semesta dan $E = \{e_1, e_2\}$ adalah himpunan parameter. Misalkan $A \subseteq E$, dengan $A = \{e_1, e_2\}$. Misalkan f_A adalah himpunan lembut kabur atas U yang didefinisikan sebagai berikut.

$$f_A = \{(e_1, \{(u_1, 0.6), (u_2, 0.8)\}), (e_2, \{(u_1, 0.7), (u_2, 0.9)\})\} \quad (3.1)$$

maka $\mathcal{B} = \{\Phi, \{(e_1, \{(u_1, 0.6), (u_2, 0.8)\}), (e_2, \{(u_1, 0), (u_2, 0)\})\}, \{(e_1, \{(u_1, 0), (u_2, 0)\}), (e_2, \{(u_1, 0.7), (u_2, 0.9)\})\}\}$,

$$\{(e_1, \{(u_1, 0), (u_2, 0.4)\}), (e_2, \{(u_1, 0), (u_2, 0)\})\}$$

adalah basis untuk topologi lembut kabur f_A .

Pada Contoh 3.2 dapat diperiksa bahwa $\mathcal{B}$ adalah basis untuk topologi lembut kabur f_A dengan membuktikan bahwa $\mathcal{B}$ memenuhi syarat pada Definisi 3.1. Misalkan

$$f_{A_1} = \{(e_1, \{(u_1, 0.6), (u_2, 0.8)\}), (e_2, \{(u_1, 0), (u_2, 0)\})\},$$

$$f_{A_2} = \{(e_1, \{(u_1, 0), (u_2, 0)\}), (e_2, \{(u_1, 0.7), (u_2, 0.9)\})\},$$

$$f_{A_3} = \{(e_1, \{(u_1, 0), (u_2, 0.4)\}), (e_2, \{(u_1, 0), (u_2, 0)\})\}.$$

Diketahui bahwa terdapat $\beta_1 = f_{A_1}$ dan $\beta_2 = f_{A_2}$ anggota dari $\mathcal{B}$, sedemikian sehingga $\beta_1 \sqcup \beta_2 = f_{A_1} \sqcup f_{A_2}$. Misalkan $f_{A_1} \sqcup f_{A_2} = f_B$ dimana $B = A_1 \cup A_2$. Misalkan derajat keanggotaan dari f_B adalah $\mu_{f_B}^e$, maka untuk setiap $e \in B$, derajat keanggotaan adalah $\mu_{f_B}^e(u) = \max\{\mu_{f_{A_1}}^e(u), \mu_{f_{A_2}}^e(u)\}$ untuk setiap $u \in U$. Akibatnya, diperoleh $f_B = \{(e_1, \{(u_1, 0.6), (u_2, 0.8)\}), (e_2, \{(u_1, 0.7), (u_2, 0.9)\})\}$. Jadi, $f_A = f_B = f_{A_1} \sqcup f_{A_2}$. Selanjutnya, akan ditunjukkan jika $\beta_1, \beta_2 \in \mathcal{B}$, maka untuk setiap $e \in E$ dan $x \in U$, terdapat $\beta_3 \in \mathcal{B}$ sedemikian sehingga $\beta_3 \sqsubseteq \beta_1 \sqcap \beta_2$. Terdapat beberapa kemungkinan, pertama jika $\beta_1 = \Phi$ dan $\beta_2 = f_{A_1}$ anggota $\mathcal{B}$, maka terdapat $\beta_3 = \Phi \in \mathcal{B}$ sedemikian sehingga $\beta_3 = \Phi \sqsubseteq \Phi \sqcap f_{A_1}$. Dengan cara yang sama untuk $\Phi \sqcap f_{A_2}$ dan $\Phi \sqcap f_{A_3}$, maka terdapat $\beta_3 = \Phi \in \mathcal{B}$ sedemikian sehingga $\Phi \sqsubseteq \Phi \sqcap f_{A_2}$ dan $\Phi \sqsubseteq \Phi \sqcap f_{A_3}$ secara berturut-turut. Selanjutnya, jika $\beta_1 = f_{A_1}$ dan $\beta_2 = f_{A_3}$, maka akan dicari suatu $\beta_3 \in \mathcal{B}$ sedemikian sehingga $\beta_3 \sqsubseteq f_{A_1} \sqcap f_{A_3}$.

Definisi 3.3. Jika $\mathcal{B}$ memenuhi kondisi pada Definisi 3.1, maka didefinisikan suatu topologi yaitu $\tau_{\mathcal{B}}$ yang dibangkitkan oleh $\mathcal{B}$ sebagai berikut : Suatu himpunan lembut kabur f_E dikatakan anggota dari $\tau_{\mathcal{B}}$ jika untuk setiap $e \in E$ dan $x \in U$, terdapat $\beta \in \mathcal{B}$ sedemikian sehingga $\beta \sqsubseteq f_E$.

Contoh 3.4. Misalkan f_A adalah himpunan lembut kabur atas U yang didefinisikan oleh persamaan 3.1 dan $\mathcal{B}$ adalah basis untuk topologi lembut kabur f_A yang telah dibuktikan pada Contoh 3.2, maka

$$\tau_{\mathcal{B}} = \{\Phi, f_A, \{(e_1, \{(u_1, 0), (u_2, 0.4)\}), (e_2, \{(u_1, 0), (u_2, 0)\})\}\} \quad (3.2)$$

adalah suatu yang dibangkitkan oleh basis $\mathcal{B}$.

Berdasarkan Definisi 3.3, maka dapat dikatakan bahwa setiap anggota dari basis adalah anggota dari topologi yang dibangkitkan oleh basis. Hal ini berarti bahwa jika $\beta \in \tau_{\mathcal{B}}$, maka untuk setiap $e \in E$ dan $u \in U$, terdapat $\beta \in \mathcal{B}$ sedemikian sehingga $\beta \sqsubseteq \beta$.

Teorema 3.5. Jika $\tau_{\mathcal{B}}$ adalah topologi yang dibangkitkan oleh $\mathcal{B}$, maka $\tau_{\mathcal{B}}$ adalah topologi lembut kabur atas U .

Bukti. Misalkan $\tau_{\mathcal{B}}$ adalah topologi lembut kabur yang dibangun oleh $\mathcal{B}$. Akan dibuktikan bahwa $\tau_{\mathcal{B}}$ adalah topologi lembut kabur atas U . Gunakan Definisi 2.13, Definisi 3.1 dan Definisi 3.3.

- (i) Akan dibuktikan bahwa $\Phi, f_E \in \tau_{\mathcal{B}}$. Pertama akan dibuktikan bahwa $\Phi \in \tau_{\mathcal{B}}$. Gunakan Definisi 3.3, yaitu untuk setiap $e \in E$ dan $x \in U$, terdapat $\beta = \Phi \in \mathcal{B}$

sedemikian sehingga $\Phi \sqsubseteq \Phi$. Jadi $\Phi \in \tau_{\mathcal{B}}$. Begitu juga dengan membuktikan $f_E \in \tau_{\mathcal{B}}$, yaitu untuk setiap $e \in E$ dan $x \in U$, terdapat $\beta \in \mathcal{B}$ sedemikian sehingga $\beta \sqsubseteq f_E$.

- (ii) Misalkan $f_A, g_B \in \tau_{\mathcal{B}}$ dimana $A, B \subseteq E$, maka untuk setiap $e \in E$ dan $u \in U$, terdapat $h_C \in \mathcal{B}$ sedemikian sehingga $h_C \sqsubseteq f_A \sqcap g_B$, dimana $C = A \cap B \subseteq E$. Oleh karena itu, $f_A \sqcap g_B \in \tau_{\mathcal{B}}$.
- (iii) Misalkan $f_{A_a}^a \in \tau_{\mathcal{B}}$. Akan ditunjukkan bahwa $h_D = \bigsqcup_{a \in \Lambda} f_{A_a}^a$ adalah anggota $\tau_{\mathcal{B}}$. Karena $f_{A_a}^a$ adalah himpunan buka lembut kabur, maka untuk setiap $e \in E$ dan $u \in U$ terdapat $\beta_a \in \mathcal{B}$ untuk setiap $a \in \Lambda$ sedemikian sehingga $f_E = \bigsqcup_{\beta \in \mathcal{B}} \beta$ sedemikian sehingga $\beta_a \sqsubseteq \bigsqcup f_{A_a}^a$. Akibatnya $\bigsqcup f_{A_a}^a \in \tau_{\mathcal{B}}$.

Jadi terbukti bahwa $\tau_{\mathcal{B}}$ adalah topologi lembut kabur atas U . $\square$

Lema 3.6. Misalkan f_E adalah himpunan lembut kabur atas U . Misalkan $\mathcal{B}$ adalah basis untuk topologi lembut kabur pada f_E , maka topologi lembut kabur $\tau_{\mathcal{B}}$ sama dengan koleksi dari semua elemen gabungan dari $\mathcal{B}$.

Bukti. Misalkan $\mathcal{A}$ dan $\tau_{\mathcal{B}}$ adalah koleksi dari semua elemen gabungan dari $\mathcal{B}$ dan topologi lembut kabur pada f_E secara berturut-turut. Karena setiap elemen dari $\mathcal{B}$ adalah elemen dari $\tau_{\mathcal{B}}$ dan $\tau_{\mathcal{B}}$ adalah topologi lembut kabur, maka sebarang gabungan dari elemen di $\mathcal{B}$ juga elemen di $\tau_{\mathcal{B}}$. Selanjutnya, jika diberikan $f_A \in \tau_{\mathcal{B}}$ dengan $A \subset E$ maka untuk setiap $e \in E$ dan $u \in U$ terdapat suatu elemen $\beta \in \mathcal{B}$ sedemikian sehingga $\beta \sqsubseteq f_A$. Oleh karena itu, $f_A = \bigsqcup \beta$. Dengan demikian, $\tau_{\mathcal{B}}$ sama dengan $\mathcal{A}$. $\square$

Selanjutnya, akan didefinisikan subbasis untuk topologi lembut kabur. Dalam mendefinisikan subbasis pada penelitian ini disesuaikan dengan konsep subbasis pada Munkres [6]. Berikut definisi dari subbasis topologi lembut kabur dan topologi yang dibangkitkan oleh subbasis.

Definisi 3.7. Koleksi atas himpunan bagian lembut kabur dari f_E dengan gabungannya adalah f_E disebut subbasis untuk topologi lembut kabur pada f_E dilambangkan dengan $\mathbb{S}$.

Contoh 3.8. Misalkan $U = \{u_1, u_2\}$ adalah himpunan semesta dan $E = \{e_1, e_2\}$ adalah himpunan parameter. Misalkan $A \subseteq E$, dengan $A = \{e_1, e_2\}$. Misalkan f_A adalah himpunan lembut kabur atas U yang didefinisikan sebagai berikut.

$$f_A = \{(e_1, \{(u_1, 0.7), (u_2, 1)\}), (e_2, \{(u_1, 0.6), (u_2, 0.8)\})\} \quad (3.3)$$

maka $\mathbb{S} = \{\Phi, \{(e_1, \{(u_1, 0.5), (u_2, 0.3)\}), (e_2, \{(u_1, 0.2), (u_2, 0.1)\})\}, \\ \{(e_1, \{(u_1, 0.7), (u_2, 1)\}), (e_2, \{(u_1, 0), (u_2, 0)\})\}, \\ \{(e_1, \{(u_1, 0), (u_2, 0)\}), (e_2, \{(u_1, 0.6), (u_2, 0.8)\})\}, \\ \{(e_1, \{(u_1, 0.7), (u_2, 1)\}), (e_2, \{(u_1, 0.3), (u_2, 0.5)\})\}, \\ \{(e_1, \{(u_1, 0.4), (u_2, 0.6)\}), (e_2, \{(u_1, 0.6), (u_2, 0.8)\})\}\}$

adalah subbasis untuk topologi lembut kabur f_A .

Definisi 3.9. Misalkan $\mathbb{S}$ subbasis topologi pada f_E . Topologi $\tau_{\mathbb{S}}$ disebut topologi yang dibangkitkan oleh subbasis jika

- (1) $\Phi \in \tau_{\mathbb{S}}$ atau Φ adalah irisan dari anggota $\mathbb{S}$, dan
- (2) f_E adalah semua gabungan dari irisan berhingga anggota $\mathbb{S}$.

Contoh 3.10. Misalkan $\mathbb{S}$ adalah subbasis pada Contoh 3.8, maka $\tau_{\mathbb{S}} = \{\Phi, f_A\}$ adalah topologi yang dibangkitkan oleh subbasis $\mathbb{S}$.

4. Kesimpulan

Suatu himpunan lembut kabur f_E atas U dikatakan anggota dari suatu topologi yang dibangkitkan oleh basis jika untuk setiap $e \in E$ dan $u \in U$, terdapat suatu β yaitu anggota dari basis sedemikian sehingga β adalah himpunan bagian dari f_E . Setiap anggota dari basis merupakan anggota dari topologi yang dibangkitkan oleh basis. Suatu himpunan lembut kabur dikatakan anggota dari suatu topologi yang dibangkitkan oleh subbasis apabila *null fuzzy soft set* anggota dari subbasis atau irisan dari anggota subbasis topologi lembut kabur sama dengan *null fuzzy soft set* dan f_E adalah semua gabungan dari irisan berhingga anggota dari subbasis topologi lembut kabur.

5. Ucapan Terima kasih

Penulis mengucapkan terima kasih kepada Bapak Dodi Devianto, Bapak Mahdhivan Syafwan, dan Bapak Admi Nazra yang telah memberikan masukan dan saran sehingga penelitian ini dapat diselesaikan dengan baik.

Daftar Pustaka

- [1] Çağman, N., S. Enginoğlu, F Çitak., 2011, Fuzzy Soft Set Theory and Its Applications, *Iranian Journal of Fuzzy Systems* , **8(3)**: 137– 147
- [2] Mahanta, J., Das, P.K., 2017, Fuzzy Soft Topological Space, *Journal of Intelligent and Fuzzy System*, **32**: 443 – 450.
- [3] Maji, P.K., R. Biswas, Roy, A.R., 2001, Fuzzy Soft Sets, *Journal of Fuzzy Math*, **9**: 589 – 602
- [4] Mishra, S., Srivastava, R., 2015, Hausdroff Fuzzy Soft Topological Spaces, *Annals of Fuzzy Mathematics and Informatics.*, **9(2)**: 247 – 260
- [5] Molodtsov, D., 1999, Soft Set Theory- First Result, *American Mathematical Society*, **37**: 19 – 31
- [6] Munkres, J.R., 2000, *Topology*, Prentice Hall Inc.,
- [7] Roy, S., Samanta, T. K., 2012, A Note on Fuzzy Soft Topological Space, *Annals of Fuzzy Mathematics and Informatics.*, **3(2)**: halaman 305–311
- [8] Tanay, B., Kandemir, M. B., 2011, Topological Structure of Fuzzy Soft Sets, *Journal of Computers Mathematics with Applications*, **61**: 2952 – 2957
- [9] Varol, B. P., Aygün, H., 2012, Fuzzy Soft Topology, *Hacettepe Journal of Mathematics and Statistics*, **41(3)**: 407 – 419
- [10] Zadeh, L.A., 1965, Fuzzy Sets, *Information and Control*, **8**: 338 – 353