ESTIMASI PARAMETER MODEL REGRESI NONPARAMETRIK *B-SPLINE* PADA ANGKA KEMATIAN MATERNAL

DHEA ARIESTA*, NURUL GUSRIANI, KANKAN PARMIKANTI

*Program Studi S1 Matematika,
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Padjadjaran,
Jl. Raya Bandung Sumedang KM 21 Jatinangor Sumedang 45363
email : dhea17012@unpad.ac.id, nurul.gusriani@unpad.ac.id, parmikanti@unpad.ac.id*

Diterima 12 Juni 2021 Direvisi 22 Juni 2021 Dipublikasikan 26 Juli 2021

Abstrak. Angka kematian maternal menjadi salah satu indikator yang dapat menggambarkan kesejahteraan masyarakat di suatu negara. Pada tahun 2019, di Provinsi Jawa Barat tercatat jumlah kematian ibu sebanyak 684 kasus atau 74,19 per 100.000 kelahiran hidup. Salah satu upaya untuk menurunkan angka kematian maternal di Provinsi Jawa Barat dapat dilakukan dengan memodelkan angka kematian maternal terhadap faktor yang mempengaruhinya sehingga nilai kematian maternal dapat diestimasi. Pada penelitian ini, angka kematian maternal di Provinsi Jawa Barat diestimasi dengan parameter model regresi nonparametrik *B-Spline* menggunakan pendekatan metode *Ordinary Least Square* (OLS). Pemilihan regresi nonparametrik *B-Spline* dikarenakan hasil plotting setiap variabel respon terhadap variabel prediktor tidak menunjukkan pola tertentu, selain itu model regresi *B-Spline* memiliki fleksibilitas yang tinggi. Model *B-Spline* terbaik bergantung pada penentuan titik knot optimal yaitu dengan nilai *Generalized Cross Validation* (GCV) minimum. Setelah dilakukan analisis angka kematian maternal berdasarkan regresi nonparametrik *B-Spline* diperoleh suatu model terbaik pada saat orde dua dan banyaknya titik knot untuk X_1 adalah dua, X_2 adalah satu, X_3 adalah tiga, dan X_4 adalah tiga dengan nilai GCV sebesar 352,3002, sementara nilai koefisien determinasi yang diperoleh sebesar 0,8443.

Kata Kunci: Angka Kematian Maternal, *B-Spline*, *Ordinary Least Square*

1. Pendahuluan

Kematian maternal merupakan salah satu masalah kesehatan yang menjadi fokus *World Health Organization* (WHO). Angka kematian maternal mengacu pada jumlah kematian ibu selama masa kehamilan, persalinan, dan nifas yang dihitung per 100.000 kelahiran hidup [9]. Angka kematian maternal menjadi salah satu indikator yang dapat menggambarkan kesejahteraan masyarakat di suatu negara. WHO mencatat, angka kematian maternal di dunia pada tahun 2015 adalah 216 per 100.000

*Penulis Korespondensi

kelahiran hidup, atau diperkirakan banyaknya kematian ibu sebesar 303.000 kematian.

Pada tahun 2016, kematian maternal merupakan penyebab kematian kedua pada wanita usia subur setelah HIV/AIDS dan merupakan penyebab utama kematian pada wanita usia 15-29 tahun. Hampir semua kasus kematian maternal (95%) terjadi di negara-negara berkembang [14]. Indonesia menduduki posisi kedua setelah Laos sebagai negara dengan kasus kematian maternal tertinggi diantara negara-negara ASEAN lainnya. Berdasarkan Survei Penduduk Antar Sensus (SUPAS) tahun 2015, angka kematian maternal di Indonesia masih tergolong tinggi yaitu sebesar 305 per 100.000 kelahiran hidup [7].

Berdasarkan laporan rutin profil kesehatan Provinsi Jawa Barat tahun 2019, tercatat jumlah kematian ibu sebanyak 684 kasus atau 74,19 per 100.000 kelahiran hidup. Penyebab kematian ibu didominasi oleh pendarahan (33,19%), hipertensi dalam kehamilan (32,16%), gangguan sistem peredaran darah atau jantung (9,8%), infeksi (3,36%), gangguan metabolik (1,75%), dan penyebab lainnya (19,74%) [3].

Hubungan antara faktor-faktor yang memengaruhi kematian maternal terhadap jumlah kematian ibu dapat dianalisis menggunakan salah satu alat statistik yaitu analisis regresi. Dalam mengestimasi model terdapat dua pendekatan analisis regresi, yaitu regresi parametrik dan regresi nonparametrik. Pendekatan parametrik digunakan ketika bentuk fungsi data yang diperoleh menunjukkan suatu pola hubungan yang mudah digambarkan dengan fungsi tertentu seperti linier, kuadratik, dan sebagainya. Namun jika fungsi data yang diperoleh tidak menunjukkan pola hubungan yang mudah digambarkan dengan fungsi tertentu maka estimasi fungsi regresi dilakukan dengan menggunakan pendekatan nonparametrik. Regresi nonparametrik memiliki fleksibilitas yang tinggi karena bentuk estimasi kurva regresinya dapat menyesuaikan datanya tanpa dipengaruhi oleh faktor subjektivitas peneliti [5].

Salah satu pendekatan dalam regresi nonparametrik adalah *estimator spline*. Pendekatan spline memiliki suatu basis fungsi yang biasanya dipakai yaitu *truncated power basis* dan basis *B-Spline* [5]. *Spline* dengan *truncated power basis* memiliki kelemahan saat orde spline tinggi, knot yang banyak dan knot yang terlalu dekat akan membentuk matriks persamaan normal yang hampir singular, sehingga persamaan normal sulit diselesaikan. Basis lain yang dapat mengatasi kelemahan ini adalah basis *B-spline*. *B-Spline* merupakan fungsi *piece-wise polynomial* (polinomial tersegmen) dengan support local untuk derajat polinomial tertentu [2]. Sifat dari tersegmen ini membuat *B-Spline* memiliki fleksibilitas yang lebih tinggi daripada polinomial lainnya, sehingga memungkinkan untuk menyesuaikan diri secara efektif terhadap karakteristik lokal suatu fungsi.

Terdapat tiga kriteria utama yang harus diperhatikan dalam membentuk model regresi nonparametrik *B-Spline*, yaitu menentukan orde, banyak knot, dan lokasi penempatan knot.

Pada penelitian ini, penulis menerapkan regresi nonparametrik *B-Spline* dan menggunakan metode *Ordinary Least Square* (OLS) untuk mengestimasi parameter dengan variabel respon Angka Kematian Ibu dan variabel prediktor persentase ibu hamil yang mendapat tablet Fe1, persentase ibu hamil dengan penanganan kom-

plikasi kebidanan, persentase ibu hamil melaksanakan program K1, dan persentase rumah tangga berperilaku hidup bersih dan sehat.

2. Landasan Teori

Objek dalam penelitian ini adalah angka kematian maternal di Provinsi Jawa Barat tahun 2019 yang akan dianalisis dengan menggunakan regresi nonparametrik *B-Spline* dengan pendekatan metode OLS. Data yang digunakan adalah data sekunder yang diperoleh dari situs resmi Dinas Kesehatan Provinsi Jawa Barat tahun 2020, sedangkan unit pengamatan yang digunakan adalah kabupaten atau kota di Provinsi Jawa Barat sebanyak 27 kabupaten/kota. Penelitian ini menggunakan Angka Kematian Ibu (AKI) sebagai variabel respon (Y), persentase ibu hamil yang mendapat tablet Fe1 (X_2), persentase ibu hamil dengan penanganan komplikasi kebidanan (X_1), persentase ibu hamil melaksanakan program K1 (X_3), dan persentase rumah tangga berperilaku hidup bersih dan sehat (X_4). Adapun dasar-dasar yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut.

2.1. Angka Kematian Maternal

Kematian maternal adalah kematian ibu selama masa kehamilan atau dalam waktu 42 hari setelah akhir kehamilannya (pasca persalinan), dengan berbagai macam penyebab yang berhubungan atau diperburuk oleh kehamilan atau manajemennya, akan tetapi bukan karena kasus kecelakaan (*accidental*) atau yang terjadi secara *incidental* [13]. Angka kematian maternal berguna untuk menggambarkan tingkat kesadaran perilaku hidup sehat, status gizi dan kesehatan ibu, kondisi lingkungan, tingkat pelayanan kesehatan terutama untuk ibu hamil, dan pelayanan kesehatan sewaktu ibu hamil dan masa nifas.

2.2. Analisis Regresi Non Parametrik

Analisis regresi adalah cara sederhana dalam melakukan investigasi terkait relasi fungsional antara variabel-variabel berbeda. Relasi antara variabel tersebut dituliskan dalam sebuah model matematika [8]. Hubungan antara variabel respon dan variabel prediktor untuk N buah pengamatan dalam suatu persamaan regresi secara umum dapat ditulis sebagai berikut:

$$y_i = f(x_i, \beta) + \varepsilon_i, \text{ dimana } i = 1, 2, \dots, N, \quad (2.1)$$

dengan ε_i adalah error pada pengamatan ke- i yang merupakan variabel *random independent* dengan mean 0 dan variansi konstan σ^2 dan $f(x_i, \beta)$ merupakan fungsi regresi yang tidak diketahui bentuknya.

Dalam mengestimasi model terdapat dua pendekatan analisis regresi, yaitu regresi parametrik dan regresi nonparametrik. Jika diberikan pasangan data (x_i, y_i) dengan $i = 1, 2, \dots, N$ dan pola hubungan antara variabel respon dan variabel prediktor diketahui bentuk polanya, misal seperti linear, kubik, atau polinom lainnya maka digunakan regresi parametrik. Jika hasil dari diagram pencar menunjukkan bahwa sebaran data tidak diketahui bentuknya atau tidak memiliki pola

tertentu, maka dapat digunakan pendekatan regresi nonparametrik. Regresi non-parametrik merupakan salah satu pendekatan yang dapat digunakan untuk mengetahui pola hubungan variabel respon dan variabel prediktor yang tidak diketahui karena sulit untuk dilakukan respesifikasi model [5]. Model regresi nonparametrik untuk data sampel disajikan sebagai berikut:

$$y_i = f(x_i) + e_i, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (2.2)$$

dengan y_i merupakan nilai variabel respon ke- i , $f(x_i)$ merupakan fungsi dari variabel prediktor yang tidak diketahui dan diasumsikan *smooth*, x_i merupakan nilai variabel prediktor, dan ε_i merupakan error dari setiap observasi ke- i .

2.3. Regresi B-Spline

B-Spline merupakan salah satu jenis *piece-wise* polinomial, yaitu polinomial yang memiliki sifat tersegmen kontinu sehingga efektif menjelaskan karakteristik lokal dari fungsi data [5]. Sifat tersegmen ini memberikan fleksibilitas yang lebih dari polinomial biasa sehingga memungkinkan untuk menyesuaikan diri secara lebih efektif terhadap karakteristik lokal suatu fungsi data. Pendekatan spline mempunyai suatu basis fungsi yang biasa dipakai antara lain *truncated power basis* dan basis B-Spline. Spline dengan *truncated power basis* mempunyai kelemahan saat orde tinggi, knot yang banyak dan knot yang terlalu dekat akan membentuk matriks dalam persamaan normal untuk menghitung parameter β yang hampir singular sehingga persamaan normal sulit diselesaikan [1]. Untuk mengatasi permasalahan pada matriks persamaan normal yang singular digunakan pendekatan spline menggunakan basis fungsi yaitu basis *B-Spline* [5].

Jika kurva regresi f pada Persamaan (2.2) didekati dengan fungsi *B-Spline* maka f dapat ditulis menjadi:

$$f(x) = \sum_{l=1}^{m+k} \beta_l B_{l-m,m}(x), \quad (2.3)$$

dengan $B_{l-m,m}$ adalah basis *B-Spline* yang berorde m pada titik knot ke- l dan β_l merupakan parameter regresi *B-Spline* pada titik knot ke- l .

Untuk membangun fungsi *B-Spline* berorde m dengan letak titik knot $u_1, u_2, \dots, u_k$ dimana $a < u_1 < u_2 < \dots < u_k < b$, terlebih dahulu didefinisikan knot tambahan sebanyak $2m$, yaitu $u_{-(m-1)} < \dots < u_{-1} < u_0 < \dots < u_{(m+k)}$ dengan $u_{-(m-1)} = \dots = u_0 = a$ dan $u_{k+1} = \dots = u_{k+m} = b$. Biasanya a diambil dari nilai minimum x dan b diambil dari nilai maksimum x [1]. Fungsi *B-Spline* dengan orde m pada titik knot ke- l didefinisikan secara rekursif sebagai berikut:

$$B_{l,m}(x) = \frac{x - u_l}{u_{l+m-1} - u_l} B_{l,m-1}(x) + \frac{u_{l+m} - x}{u_{l+m} - u_{l+1}} B_{l+1,m-1}(x) \quad (2.4)$$

dengan $l = -(m-1), \dots, k$, dan

$$B_{l,1}(x) = \begin{cases} 1, & x \in \{u_l, u_l + 1\}, \\ 0, & x \text{ lainnya.} \end{cases} \quad (2.5)$$

Untuk mengestimasi koefisien β pada persamaan 2.3 dengan titik knot sebanyak k didefinisikan matriks:

$$\mathbf{B} = (\mathbf{B}_{l,m}, (\mathbf{x}_i)), l = -(m-1), \dots, k, \quad (2.6)$$

atau dapat ditulis sebagai berikut:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & B_{-(m-1),m}(x_1) & B_{-(m-2),m}(x_1) & \cdots & B_{k,m}(x_1), \\ 1 & B_{-(m-1),m}(x_2) & B_{-(m-2),m}(x_2) & \cdots & B_{k,m}(x_2), \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 1 & B_{-(m-1),m}(x_n) & B_{-(m-2),m}(x_n) & \cdots & B_{k,m}(x_n), \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

$\mathbf{B}$ adalah matriks *B-Spline* berukuran $n \times (m+k+1)$.

Model regresi (2.3) dapat ditulis menjadi

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 B_{-(m-1),m}(x_i) + \beta_2 B_{-(m-2),m}(x_i) + \cdots + \beta_{m+k} B_{k,m}(x_i) + \varepsilon_i. \quad (2.8)$$

Secara umum, persamaan (2.8) untuk j variabel prediktor ditulis menjadi:

$$y_i = \beta_0 + \beta_{11} B_{-(m-1),m}(x_{ij}) + \cdots + \beta_{j1} B_{-(m-1),m}(x_{ij}) + \cdots + \beta_{j(m+k)} B_{k,m}(x_{ij}) \\ + \cdots + \beta_{p1} B_{-(m-1),m}(x_{ip}) + \cdots + \beta_{p(m+k)} B_{k,m}(x_{ip}) + \varepsilon_i. \quad (2.9)$$

Model *B-Spline* (2.9) dibuat dalam bentuk matriks menjadi:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & B_{-(m-1),m}(x_1) & B_{-(m-2),m}(x_1) & \cdots & B_{k,m}(x_1), \\ 1 & B_{-(m-1),m}(x_2) & B_{-(m-2),m}(x_2) & \cdots & B_{k,m}(x_2), \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 1 & B_{-(m-1),m}(x_n) & B_{-(m-2),m}(x_n) & \cdots & B_{k,m}(x_n), \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_{11} \\ \beta_{12} \\ \vdots \\ \beta_{p(m+k)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_n \end{bmatrix}$$

dan dapat ditulis menjadi:

$$\mathbf{y} = \mathbf{B}\beta + \mathbf{e} \quad (2.10)$$

Pada penelitian ini estimasi parameter β diperoleh dengan menggunakan pendekatan metode *Ordinary Least Square* (OLS) yaitu dengan meminimumkan jumlah kuadrat residual atau *Residual Sum of Squares* (RSS), sebagai berikut:

$$A = \sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_0 - \beta_{11} B_{-(m-1),m}(x_{ij}) - \cdots - \beta_{j1} B_{-(m-1),m}(x_{ij}) - \cdots \\ - \beta_{j(m+k)} B_{k,m}(x_{ij}) - \cdots - \beta_{p1} B_{-(m-1),m}(x_{ip}) - \cdots - \beta_{p(m+k)} B_{k,m}(x_{ip}))^2. \quad (2.11)$$

Untuk memperoleh parameter β nilai A akan diminimumkan dengan cara diturunkan terhadap

$$\beta_0, \beta_{11}, \dots, \beta_{1(m+k)}, \dots, \beta_{j1}, \dots, \beta_{j(m+k)}, \dots, \beta_{p1}, \dots, \beta_{p(m+k)},$$

lalu setiap turunannya disamadengankan nol, maka diperoleh persamaan matriks berikut.

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_{11} \\ \beta_{12} \\ \vdots \\ \beta_{p(m+k)} \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^n B_{-(m-1),m}(x_{i1}) & \cdots & \sum_{i=1}^n B_{k,m}(x_{ip}), \\ \sum_{i=1}^n B_{-(m-1),m}(x_{i1}) & \sum_{i=1}^n (B_{-(m-1),m}(x_{i1}))^2 & \cdots & \sum_{i=1}^n B_{-(m-1),m}(x_{i1})B_{k,m}(x_{ip}), \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \end{bmatrix}^{-1} \\
 &\times \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n y_i \\ \sum_{i=1}^n B_{-(m-1),m}(x_{i1})y_i \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^n B_{k,m}(x_{ip})y_i \end{bmatrix}, \tag{2.12}
 \end{aligned}$$

sehingga solusi estimasi OLS ditulis dalam bentuk matriks yaitu

$$\hat{\beta} = (\mathbf{B}^T \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{y} \tag{2.13}$$

dengan $\hat{\beta} = (\widehat{\beta}_0, \widehat{\beta}_{11}, \widehat{\beta}_{12}, \dots, \widehat{\beta}_{j1}, \dots, \widehat{\beta}_{j(m+k)}, \dots, \widehat{\beta}_{p(m+k)})^T$, B merupakan matriks berorde $n \times ((\sum_{j=1}^p m_j + k_j) + 1)$, dan y merupakan vektor dari variabel respon yang berorde $n \times 1$.

Estimasi model untuk fungsi *B-Spline* pada regresi nonparametrik adalah:

$$\begin{aligned}
 \hat{\mathbf{y}} &= \mathbf{B} \hat{\beta} \\
 &= \mathbf{B} ((\mathbf{B}^T \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{y}) \\
 &= \mathbf{B} \mathbf{B}^T \mathbf{B}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{y} \\
 &= \mathbf{S} \mathbf{y}
 \end{aligned}$$

dengan matriks $\mathbf{S} = \mathbf{B} (\mathbf{B}^T \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^T$ simetris dan definit positif [5].

Estimasi model *B-Spline* dapat ditulis sebagai berikut:

$$\hat{y}_i = \hat{\beta}_{11} B_{-(m-1),m}(x_{i1}) + \hat{\beta}_{12} B_{-(m-2),m}(x_{i1}) + \cdots + \hat{\beta}_{p(m+k)} B_{k,m}(x_{ip}). \tag{2.14}$$

2.4. Penentuan Titik Knot Optimal

Menurut [6] letak titik knot dapat ditentukan dengan beberapa cara, yaitu dengan membagi jarak antar knot sama besar, membagi jumlah amatan sama banyak (knot kuantil), dan menentukan posisi secara eksploratif sesuai dengan perubahan bentuk kurva. Membagi jumlah amatan sama banyak (knot kuantil) adalah cara yang lebih efektif dibandingkan cara lainnya untuk digunakan pada jumlah data yang besar karena akan mempercepat proses analisis. Dalam knot kuantil, knot terletak pada titik kuantil dari nilai *unique* (tunggal) variabel prediktor $\{x_i\}_{i=1}^n$. Penentuan knot ke- l (dimana $l = 1, 2, \dots, k$) dengan titik kuantil dilakukan dengan mencari letak kuantil ke- $\frac{l}{k+1}$ dari nilai *unique* variabel prediktor $\{x_i\}_{i=1}^n$ [10]. Pemilihan titik

knot yang optimal merupakan hal penting dalam regresi nonparametrik *B-Spline* karena model regresi nonparametrik *B-Spline* terbaik tergantung pada titik knot optimal [4]. Salah satu metode yang digunakan untuk memilih titik knot optimal adalah *Generalized Cross Validation* (GCV). Titik knot optimal dalam menentukan model *B-Spline* terbaik diperoleh dari nilai GCV minimum [5]. Nilai GCV dihitung dengan rumus sebagai berikut:

$$GCV = \frac{MSE}{(n^{-1} \text{trace}[\mathbf{I} - \mathbf{S}])^2} \quad (2.15)$$

dengan n adalah banyaknya pengamatan, $\mathbf{I}$ merupakan matriks identitas $n \times n$, $MSE = n^{-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y})^2$, $\hat{y}$ adalah persamaan estimasi regresi nonparametrik *B-Spline*, dan $\mathbf{S} = \mathbf{B}(\mathbf{B}^T \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^T$.

2.5. Koefisien Determinasi

Koefisien determinasi (R^2) digunakan untuk mengukur kebaikan atau kesesuaian (goodness of fit) suatu model regresi. Nilai R^2 menunjukkan seberapa besar persentase keragaman dalam variabel respon yang dijelaskan oleh variabel prediktor. Nilai dari R^2 adalah $0 \leq R^2 \leq 1$. Semakin dekat R^2 dengan 1 maka semakin baik kecocokan data dengan model dan sebaliknya semakin dekat R^2 dengan 0 maka semakin jelek model tersebut [11]. Menurut [12], koefisien determinasi mempunyai kriteria-kriteria sebagai berikut.

Interval Koefisien Determinasi	Tingkat Hubungan
0,00 – 0,199	Sangat Rendah
0,20 – 0,399	Rendah
0,40 – 0,599	Sedang
0,60 – 0,799	Kuat
0,80 – 1,000	Sangat Kuat

Tabel 1. Interpretasi Koefisien Determinasi

Koefisien determinasi dapat dihitung dengan rumus berikut [11]:

$$R^2 = \frac{JKR}{JKT} = 1 - \frac{JKE}{JKT} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_i)^2}. \quad (2.16)$$

3. Hasil dan Pembahasan

3.1. Pola Hubungan antara Kematian Maternal dengan Faktor-Faktor yang Memengaruhi

Pola hubungan antara dua variabel secara visual dapat dilihat berdasarkan *scatter plot*. Berikut ini merupakan *scatter plot* antara kematian maternal dengan faktor-faktor yang memengaruhi. Berdasarkan Gambar 1(a), Gambar 1(b), Gambar 2(a), Gambar 2(b) dapat dilihat bahwa antara Angka Kematian Ibu (AKI) dan persentase ibu hamil yang mendapat tablet Fe1, persentase ibu hamil dengan penanganan

Gambar 1. (a) Scatter Plot antara Y dan X_1 (b) Scatter Plot antara Y dan X_2 Gambar 2. (a) Scatter Plot antara Y dan X_3 (b) Scatter Plot antara Y dan X_4

komplikasi kebidanan, persentase ibu hamil yang melaksanakan program K1, dan persentase rumah tangga berperilaku hidup bersih dan sehat tidak mengikuti pola tertentu, artinya antara variabel AKI dengan empat variabel prediktornya tersebut tidak bisa diestimasi dengan menggunakan regresi parametrik sehingga digunakan regresi nonparametrik.

3.2. Pemilihan Titik Knot Optimal

Orde yang digunakan pada penelitian ini adalah orde dua dan orde tiga. Banyak titik knot yang digunakan untuk setiap orde pada setiap variabel prediktor yaitu kombinasi satu, dua, dan tiga sehingga memungkinkan setiap variabel memiliki banyak knot yang berbeda. Langkah awal yang dilakukan dalam penentuan titik knot optimal adalah menentukan letak atau posisi titik knot untuk masing-masing variabel prediktor. Letak titik knot ditentukan menggunakan bantuan pemrograman R Studio dengan menggunakan *library(splines)* dan menggunakan *syntax splines::bs*. Letak titik knot ditentukan dengan cara membagi jumlah amatan sama banyak (knot kuantil). Karena dalam penentuan letak titik knot menggunakan knot kuantil maka penggunaan orde tidak berpengaruh, artinya hasil pencarian letak titik knot untuk orde dua sama dengan hasil pencarian letak titik untuk orde tiga. Nilai

GCV diperoleh berdasarkan rumus pada Persamaan (2.15). Titik knot dan nilai GCV diperoleh dengan bantuan pemrograman R Studio.

Banyak	Titik	Knot			Letak	Titik	Knot	GCV
X_1	X_2	X_3	X_4	X_1	X_2	X_3	X_4	
2	1	3	3	95,91667; 98,97	100,48	100,8; 105,3; 107,5	53,96; 60,02; 66,55	352,3002
2	1	1	3	95,91667; 98,97	100,48	105,3	53,96; 60,02; 66,55	372,7676
2	1	1	1	95,91667; 98,97	100,48	105,3	60,02	376,3817
2	1	2	3	95,91667; 98,97	100,48	101,9667; 106,7	53,96; 60,02; 66,55	380,1193
2	1	3	1	95,91667; 98,97	100,48	100,8; 105,3; 107,5	60,02	386,5882

Tabel 2. Nilai GCV Menggunakan Orde Dua

Karena pada penelitian ini menggunakan kombinasi satu, dua, dan tiga titik knot maka banyaknya kombinasi titik knot yang tercipta adalah sebanyak 81 kombinasi. Dari 81 kombinasi yang terbentuk, ditampilkan 10 kombinasi titik knot dengan nilai GCV terminimum untuk orde yang dapat dilihat pada Tabel 2 dan untuk orde tiga yang dapat dilihat pada Tabel 3.

	Titik	Knot			Letak	Titik	Knot	GCV
X_1	X_2	X_3	X_4	X_1	X_2	X_3	X_4	
2	2	3	2	95,91667; 98,97	92,62; 110,3567	100,8; 105,3 107,5	55,83 65,68667	381,8374
3	3	3	2	95,355; 97,38; 99,245	87,615; 100,48; 115,16	100,8; 105,3; 107,5	55,83; 65,68667	383,7078
1	1	1	2	97,38	100,48	105,3	55,83; 65,68667	395,1224
3	2	3	2	95,355; 97,38; 99,245	92,62; 110,3567	100,8; 105,3; 107,5	55,83 65,68667	; 398,9262
1	1	2	2	97,38	100,48	101,9667; 106,7	55,83; 65,68667	428,5468

Tabel 3. Nilai GCV Menggunakan Orde Tiga

Berdasarkan Tabel 2 dan Tabel 3 dapat dilihat bahwa estimasi terbaik diperoleh pada saat banyaknya titik knot X_1 adalah dua, yaitu pada titik $u_1 = 95,91667$ dan $u_2 = 98,97$, banyaknya titik knot X_2 adalah satu, yaitu pada titik $u_1 = 100,48$, banyaknya titik knot X_3 adalah tiga, yaitu pada titik $u_1 = 100,8$, $u_2 = 105,3$, dan $u_3 = 107,5$, dan banyaknya titik knot X_4 adalah tiga, yaitu pada $u_1 = 53,96$, $u_2 = 60,02$, dan $u_3 = 66,55$ dengan nilai GCV sebesar 352,3002.

3.3. Estimasi Model Angka Kematian Maternal Berdasarkan Regresi Nonparametrik B-Spline

Estimasi parameter diperoleh dengan menggunakan pemrograman R Studio dengan menggunakan library(*splines*). Nilai estimasi parameter disajikan pada Tabel 4 berikut.

Variabel	Parameter	Estimasi Parameter
Intersep	β_0	-12,517
X_1	β_{11}	-27,47
	β_{12}	-115,385
	β_{13}	281,815
	β_{14}	81,941
X_2	β_{21}	1,769
	β_{22}	-30,022
	β_{23}	14,155
X_3	β_{31}	162,162
	β_{32}	98,116
	β_{33}	128,686
	β_{34}	104,404
	β_{35}	-97,103
X_4	β_{41}	-22,214
	β_{42}	40,39
	β_{43}	3,731
	β_{44}	40,275
	β_{45}	-89,293

Tabel 4. Nilai Estimasi Parameter

Nilai estimasi parameter model angka kematian maternal ditunjukkan pada Tabel 4, maka persamaan regresi nonparametrik *B-Spline* adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \hat{y}_i = & (-12,517) - 27,47B_{-1,2}(x_{i1}) - 115,385B_{0,2}(x_{i1}) + 281,815B_{1,2}(x_{i1}) \\
 & + 81,941B_{2,2}(x_{i1}) + 1,769B_{-1,2}(x_{i2}) - 30,022B_{0,2}(x_{i2}) + 14,155B_{1,2}(x_{i2}) \\
 & + 162,162B_{-1,2}(x_{i3}) + 98,116B_{0,2}(x_{i3}) + 128,686B_{1,2}(x_{i3}) + 104,404B_{2,2}(x_{i3}) \\
 & - 97,103B_{3,2}(x_{i3}) - 22,214B_{-1,2}(x_{i4}) + 40,39B_{0,2}(x_{i4}) \\
 & + 3,731B_{1,2}(x_{i4}) + 40,275B_{2,2}(x_{i4}) - 89,293B_{3,2}(x_{i4}).
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

3.4. Koefisien Determinasi Model Angka Kematian Maternal

Nilai koefisien determinasi (R^2) dari model angka kematian maternal diperoleh berdasarkan rumus pada Persamaan (2.16). Nilai R^2 diperoleh dengan bantuan pemrograman R Studio dengan menggunakan library(*splines*). Besarnya nilai R^2 adalah 0,8443, menunjukkan bahwa 84,43% faktor-faktor pada variabel prediktor, yaitu persentase ibu hamil yang mendapat tablet Fe1 (X_1), persentase ibu hamil

dengan penanganan komplikasi kebidanan (X_2), persentase ibu hamil melaksanakan program K1 (X_3), dan persentase rumah tangga berPHBS (X_4) mempengaruhi nilai angka kematian maternal. Sedangkan sisanya yaitu 0,1557 berarti 15,57% dipengaruhi oleh faktor lain di luar model.

3.5. Interpretasi Hasil Estimasi Parameter Model Angka Kematian Maternal

Berdasarkan Regresi Nonparametrik *B-Spline* Berdasarkan Persamaan (3.1) dapat dijelaskan bahwa untuk persentase ibu hamil yang mendapat tablet Fe1 berkisar antara 82,06% dan 95,91667%. Ini berarti bahwa jika persentase ibu hamil yang mendapat tablet Fe1 naik sebesar 1%, maka angka kematian maternal di Provinsi Jawa Barat cenderung menurun sebesar 6,3446%.

Untuk persentase ibu hamil yang mendapat tablet Fe1 berkisar antara 95,91667% dan 98,97%. Ini berarti bahwa jika persentase ibu hamil yang mendapat tablet Fe1 naik sebesar 1%, maka angka kematian maternal di Provinsi Jawa Barat akan cenderung meningkat sebesar 130,0875%. Sedangkan untuk persentase ibu hamil yang mendapat tablet Fe1 berkisar antara 98,97% dan 131,65%, artinya adalah jika persentase ibu hamil naik sebesar 1% maka angka kematian di Provinsi Jawa Barat cenderung menurun sebesar 6,1161%. Variabel lainnya dapat diinterpretasikan dengan cara yang sama.

Gambar 3. Grafik Nilai AKI dan Nilai Prediksi AKI di Provinsi Jawa Barat

Berdasarkan Gambar 5, terlihat bahwa nilai prediksi yang dihasilkan cenderung mengikuti pergerakan nilai aslinya, meskipun grafik tersebut menunjukkan bahwa nilai prediksinya tidak sama persis dengan nilai aslinya. Hal tersebut berarti bahwa model regresi nonparametrik *B-Spline* yang diperoleh mempunyai kemampuan menyesuaikan diri terhadap pola data dengan bantuan titik-titik knot.

4. Kesimpulan

Model regresi nonparametrik *B-Spline* angka kematian maternal di Provinsi Jawa Barat disajikan pada persamaan (3.1) yang memiliki nilai GCV sebesar 352,3002, dengan banyak titik knot optimal adalah dua untuk variabel persentase ibu hamil yang mendapat tablet Fe1 (X_1), satu untuk variabel persentase ibu hamil dengan penanganan komplikasi kebidanan (X_2), tiga untuk variabel persentase ibu hamil melaksanakan program K1 (X_3), dan tiga untuk variabel persentase rumah tangga berPHBS (X_4). Model yang disajikan pada persamaan (3.1) juga dapat digunakan untuk memprediksi angka kematian maternal di Provinsi Jawa Barat.

Interpretasi model angka kematian maternal di Provinsi Jawa Barat Tahun 2019 telah dijelaskan pada bagian 3.5. Nilai koefisien determinasi (R^2) sebesar 0,8443 menunjukkan bahwa 84,43% faktor-faktor pada variabel prediktor mempengaruhi nilai angka kematian maternal, sedangkan sisanya yaitu 0,1557 berarti 15,57% dipengaruhi oleh faktor lain di luar model.

Daftar Pustaka

- [1] Budiantara, I.N., Suryadi, F., Otok, B.W., dan Guritno, S., 2006, Permodelan B-Spline dan MARS pada Nilai Ujian Masuk Terhadap IPK Mahasiswa Jurusan Disain Komunikasi Visual UK. PETRA Surabaya, *Jurnal Teknik Industri*, Volume 8, Issue 1.
- [2] De Boor, C.H., 2001., A Practical Guide to Splines, *Applied Mathematical Sciences*, Springer Verlag, New York.
- [3] Dinas Kesehatan Provinsi Jawa Barat., 2020, Profil Kesehatan Provinsi Jawa Barat Tahun 2019, Website Dinkes Jabar Online <http://www.diskes.jabarprov.go.id/index.php/arsip/categories/MTE4/profile-kesehatan> diakses pada 3 November, 2020.
- [4] Eubank, R. L., 1998, Penentuan Generalized Cross Validation (GCV) Sebagai Kriteria dalam Pemilihan Model Regresi B-Spline Terbaik, *Jurnal Statistika*, Volume 2, Issue 2.
- [5] Eubank, R.L., 1999., *Nonparametric Regression and Spline Smoothing*, 2nd edition, Marcel Dekker, New York.
- [6] Huang, J. Z. and Shen, H., 2004, Functional Coefficient Regression Models for Non Linear Time Series: A Polynomial Spline Approach, *Scandinavian Journal of Statistics*, Volume 31, Issue 4.
- [7] Kemkes. 2019. Rekomendasi Angka Kematian Ibu di Indonesia Direktorat P2PTM, Jakarta: Kemkes.go.id Online, <http://p2ptm.kemkes.go.id/artikel-ilmiah/rekomendasi-angka-kematian-ibu-di-indonesia> diakses pada 22 Januari, 2021
- [8] Nawari., 2010., *Analisis Regresi dengan MS Excel 2007 dan SPSS 17*, PT Elex Media Komputindo, Jakarta.
- [9] Nieburg, P., 2012., *Improving Maternal Mortality and Other Aspects of Womens Health*, Center for Strategic and Inter-national Studies, Washington DC.
- [10] Rupert, D., Wand, M. P., and Carroll, R. J., 2003, *Cambridge Series in Statistical and Probabilistic Mathematics: Semi parametric Regression*, Cambridge University, New York.
- [11] Sembiring, R. K., 1995., *Analisis Regresi Edisi Kedua*, Penerbit ITB, Bandung.

- [12] Sugiyono., 2014., *Metode Penelitian Bisnis* (Edisi Kedelapan belas), Alfabeta, Bandung.
- [13] WHO, 2017, Maternal Mortality ratio (per 100 000 live births), Jenewa: Who.int Online, <https://www.who.int/data/gho/indicator-metadata-registry/imr-details/26> diakses pada 22 Januari, 2021.
- [14] WHO., 2019, Maternal mortality, Jenewa: Who.int Online, <https://www.who.int/newsroom/fact-sheets/detail/maternal-mortality> diakses pada 22 Januari, 2021.