

**PENERAPAN PETA KENDALI MULTIVARIAT T^2
HOTELLING UNTUK EVALUASI PEMBELAJARAN
DARING MATA KULIAH WAJIB BIDANG STATISTIKA
PROGRAM STUDI (PRODI) SARJANA (S1)
MATEMATIKA UNIVERSITAS ANDALAS**

DINA PUTRI LESTARI, IZZATI RAHMI HG*, YUDIANTRI ASDI
*Departemen Matematika dan Sains Data,
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Andalas,
Kampus UNAND Limau Manis Padang, Indonesia
email : dinaputtrilestari9@gmail.com, izzatirahmihg@sci.unand.ac.id,
yudiantriasdi@sci.unand.ac.id*

Diterima 24 Januari 2022 Direvisi 13 Desember 2022 Dipublikasikan 30 Januari 2023

Abstrak. Dunia pendidikan merupakan salah satu aspek kehidupan yang terdampak Covid-19, sehingga pada tanggal 17 Maret 2020 Kemendikbud mengeluarkan Surat Edaran tentang pembelajaran daring. Prodi S1 Matematika Universitas Andalas merupakan salah satu Prodi yang ada di Universitas Andalas yang juga menerapkan proses pembelajaran daring. Pada penelitian ini akan dilakukan evaluasi pembelajaran daring berdasarkan mata kuliah Statistika Matematika I dan Statistika Matematika II Prodi S1 Matematika Universitas Andalas semester ganjil 2019/2020 dan semester genap 2019/2020. Analisis yang digunakan untuk mengukur suatu keberhasilan pembelajaran daring yaitu analisis pengendalian kualitas dengan menggunakan peta kendali T^2 Hotelling. Selain itu akan dilakukan juga analisis kemampuan proses terhadap kedua mata kuliah tersebut. Hasil yang diperoleh dengan menggunakan peta kendali T^2 Hotelling yaitu proses pembelajaran daring pada kedua mata kuliah tersebut sudah terkendali, sedangkan dengan melakukan analisis kemampuan proses dapat dikatakan bahwa proses pembelajaran daring pada kedua mata kuliah tersebut masih berjalan kurang baik, yang artinya belum sepenuhnya berada dalam batas spesifikasi yang telah ditentukan pada peraturan akademik Universitas Andalas.

Kata Kunci: Covid-19, Kemendikbud, Daring, Pengendalian Kualitas, Peta Kendali T^2 Hotelling, Analisis Kemampuan Proses

1. Pendahuluan

Coronavirus Disease 2019 (Covid-19) adalah jenis penyakit baru yang disebabkan oleh jenis *Coronavirus* baru yaitu *SARS-CoV-2* [4]. Dampak dari Covid-19 ini membawa pengaruh terhadap aspek kehidupan salah satunya dunia pendidikan [1]. Pada akhirnya, Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan (Kemendik-

*Penulis Korespondensi

bud) mengeluarkan Surat Edaran dari Menteri Pendidikan dan Kebudayaan nomor:3692/MPK.A/HK/2020 tentang seluruh kegiatan belajar mengajar, baik di sekolah maupun di perguruan tinggi menggunakan metode dalam jaringan (daring) sebagai upaya pencegahan terhadap perkembangan dan penyebaran Covid-19. Program Studi (Prodi) Sarjana (S1) Matematika Universitas Andalas merupakan salah satu Program Studi (Prodi) yang ada di Universitas Andalas yang juga menerapkan proses pembelajaran daring. Salah satu analisis yang dapat digunakan untuk mengukur suatu keberhasilan pembelajaran daring adalah dengan menggunakan analisis pengendalian kualitas statistika [5]. Dalam pengendalian kualitas terdapat suatu alat yang dapat membantu dalam melihat apakah suatu proses di bawah kendali atau sebaliknya, alat tersebut adalah peta kendali [2]. Jika terdapat dua atau lebih karakteristik kualitas yang harus dikendalikan secara bersama-sama maka peta kendali yang tepat digunakan yaitu peta kendali multivariat [5].

Salah satu peta kendali multivariat yang dapat digunakan yaitu peta kendali multivariat T^2 Hotelling [5]. Selain peta kendali terdapat analisis kemampuan proses yang berguna untuk mengukur variabilitas proses, dalam menganalisis variabilitas relatif terhadap persyaratan atau spesifikasi produk dalam membantu pengembangan dan menghilangkan atau mengurangi variabilitas [5]. Pada penelitian ini akan dilakukan evaluasi pembelajaran daring untuk mata kuliah wajib bidang statistika yang diterapkan oleh Prodi S1 Matematika Universitas Andalas dengan menggunakan peta kendali T^2 Hotelling dan analisis kemampuan proses.

2. Landasan Teori

2.1. Pengendalian Kualitas

Pengendalian kualitas adalah suatu kegiatan atau teknik untuk memastikan bahwa produk atau jasa memenuhi persyaratan dan peningkatan kualitas secara terus menerus [5]. Berdasarkan jumlah karakteristik kualitas pengendalian kualitas dibedakan menjadi dua macam, yaitu *Univariate Statistical Process Control (USPC)* dimana hanya ada satu karakteristik kualitas yang berpengaruh terhadap proses, dan *Multivariate Statistical Process Control (MSPC)* yaitu melibatkan dua atau lebih karakteristik kualitas yang berpengaruh terhadap proses [5].

2.2. Peta Kendali T^2 Hotelling

Peta kendali T^2 Hotelling merupakan salah satu peta kendali multivariat yang biasanya digunakan untuk memantau pergeseran rata-rata proses dengan menggunakan vektor rata-rata dan matriks varian kovarian. Peta kendali T^2 Hotelling dibedakan menjadi dua berdasarkan jumlah pengamatannya yaitu Peta kendali T^2 Hotelling untuk pengamatan subgrup dan pengamatan individual [5]. Peta kendali dengan m subgrup yang ukuran sampel $n = 1$ disebut dengan peta kendali T^2 Hotelling individual. Untuk membentuk peta kendali T^2 Hotelling maka diperlukan perhitungan nilai statistik T^2 Hotelling seperti pada persamaan berikut [5].

$$T^2 = (\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}})' \mathbf{S}^{-1} (\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}}), \quad (2.1)$$

dengan:

- \mathbf{x} : vektor nilai setiap karakteristik kualitas pengamatan,
- $\bar{\mathbf{x}}$: vektor rata-rata dari setiap karakteristik kualitas,
- \mathbf{S}^{-1} : invers matriks varian kovarian.

Batas-batas kendali untuk peta kendali T^2 Hotelling yaitu [5] :

$$\begin{aligned} BKA &= \frac{(m-1)^2}{m} \beta_{\alpha, \frac{p}{2}, \frac{(m-p-1)}{2}}, \\ BKB &= 0. \end{aligned} \quad (2.2)$$

dengan:

$\beta_{\alpha, \frac{p}{2}, \frac{(m-p-1)}{2}}$: kuantil $1-\alpha$ dari sebaran beta dengan parameter $p/2$ dan $\frac{m-p-1}{2}$.

2.3. Distribusi Normal Multivariat

Untuk melihat sebaran data apakah terdistribusi normal multivariat atau tidak dapat menggunakan Q-Q plot antara nilai jarak kuadrat dengan nilai kuantil ke $\frac{i-0.5}{m}$ dari distribusi *Chi-Square* dengan derajat bebas p (χ_p^2) [3]. Berikut adalah langkah-langkah membentuk Q-Q plot [3].

- (1) Menghitung nilai jarak kuadrat ($d_{(i)}^2$) dari persamaan:

$$d_{(i)}^2 = (\mathbf{x}_{ij} - \bar{\mathbf{x}}_j)' \mathbf{S}^{-1} (\mathbf{x}_{ij} - \bar{\mathbf{x}}_j), i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, p, \quad (2.3)$$

dengan:

- \mathbf{x}_{ij} : objek pengamatan ke- i ,
- $\bar{\mathbf{x}}_j$: vektor rata-rata dari setiap karakteristik,
- \mathbf{S}^{-1} : invers matriks varian kovarian.

- (2) Mengurutkan nilai $d_{(i)}^2$ dari yang terkecil hingga terbesar. Sehingga diperoleh $d_{(1)}^2 \leq d_{(2)}^2 \leq d_{(3)}^2 \leq \dots \leq d_{(m)}^2$.
- (3) Menghitung nilai kuantil $\frac{i-0.5}{m}$ dari distribusi *Chi-Square*, sehingga dirumuskan nilai kuantil seperti pada persamaan berikut.

$$q_{(i)} = \chi_{p, \frac{i-0.5}{m}}^2 \quad (2.4)$$

- (4) Membuat Q-Q plot dari nilai jarak kuadrat ($d_{(i)}^2$) yang telah diurutkan dengan nilai kuantil ($q_{(i)}$).
- (5) Jika Q-Q plot yang didapatkan cenderung membentuk garis lurus maka dapat dinyatakan data terdistribusi normal multivariat.
- (6) Untuk melihat kelinieran dari Q-Q plot dapat diukur dengan menghitung koefisien korelasi antara variabel $d_{(i)}^2$ dan $q_{(i)}$ dengan rumus sebagai berikut.

$$r_q = \frac{\sum_{i=1}^m (d_{(i)}^2 - \bar{d}^2)(q_{(i)} - \bar{q})}{\sqrt{\sum_{i=1}^m (d_{(i)}^2 - \bar{d}^2)^2} \sqrt{\sum_{i=1}^m (q_{(i)} - \bar{q})^2}}, \quad (2.5)$$

dengan:

- $d_{(i)}^2$: nilai jarak kuadrat,
- \bar{d}^2 : nilai rata-rata jarak kuadrat,
- $q_{(i)}$: nilai kuantil,
- \bar{q} : rata-rata nilai kuantil.

- (7) Jika $r_q \leq \chi_{\alpha(m)}^2$ maka tidak tolak H_0 atau terima H_0 artinya data terdistribusi normal multivariat.

2.4. Analisis Kemampuan Proses

Analisis kemampuan proses adalah suatu teknik statistik yang berguna untuk mengukur variabilitas proses, dalam menganalisis variabilitas relatif terhadap persyaratan atau spesifikasi produk, serta dalam membantu pengembangan dan menghilangkan atau mengurangi variabilitas. Suatu proses dikatakan *capable* jika keadaan terkendali, memenuhi spesifikasi, tingkat presisi dan akurasi tinggi [5]. Menurut Raissi. S dalam [6] analisis kemampuan proses untuk data multivariat dapat dihitung menggunakan rumus berikut.

$$MC_P = \sum_{j=1}^p W_j \hat{C}_{pj}, \tag{2.6}$$

$$MC_{pk} = \sum_{j=1}^p W_j \hat{C}_{pkj}, \tag{2.7}$$

dengan:

MC_P : tingkat presisi data multivariat,

MC_{pk} : tingkat akurasi data multivariat,

\hat{C}_{pj} : indeks kemampuan proses secara univariat,

\hat{C}_{pkj} : indeks kemampuan proses untuk menghitung pemusatan proses secara univariat,

W_j : pembobot berdasarkan kepentingan dengan $\sum_{j=1}^p W_j = 1$.

Jika nilai $MC_P \geq 1$ maka presisi proses dikatakan baik. Jika nilai $MC_P < 1$ maka presisi proses dikatakan kurang baik. Akurasi proses dikatakan baik jika nilai $MC_{pk} \geq 1$. Sebaliknya, jika nilai $MC_{pk} < 1$ maka akurasi proses dikatakan kurang baik. Nilai dari \hat{C}_p dan \hat{C}_{pk} dapat dihitung menggunakan rumus berikut. [5].

$$\hat{C}_p = \frac{BSA - BSB}{6\hat{\sigma}}, \tag{2.8}$$

$$\begin{aligned} \hat{C}_{pk} &= \min \{ \hat{C}_{pu}; \hat{C}_{pl} \}, \\ &= \min \left\{ \frac{BSA - \hat{\mu}}{3\hat{\sigma}}; \frac{\hat{\mu} - BSB}{3\hat{\sigma}} \right\}, \end{aligned} \tag{2.9}$$

dengan:

- BSA : batas spesifikasi atas,
- BSB : batas spesifikasi bawah,
- $\hat{\mu}$: rata-rata proses,
- $\hat{\sigma}$: standar deviasi sampel,
- \hat{C}_{pu} : indeks kemampuan proses atas,
- \hat{C}_{pl} : indeks kemampuan proses bawah.

Jika $\hat{C}_{pk} = \hat{C}_p$ maka proses berpusat pada titik tengah spesifikasi. Jika $\hat{C}_{pk} < \hat{C}_p$ maka proses berada di luar pusat. Proses dikatakan baik jika nilai $\hat{C}_p > 1$. Sebaliknya, jika nilai $\hat{C}_p < 1$ maka proses dikatakan kurang baik, dan jika nilai $\hat{C}_p = 1$ maka proses sama dengan spesifikasi yang telah ditetapkan [5].

3. Metode Penelitian

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yang diperoleh dari Prodi S1 Matematika Universitas Andalas, yaitu data nilai Statistika Matematika I dan Statistika Matematika II pada Semester Ganjil 2019/2020 dan Semester Genap 2019/2020. Sebagai catatan, Prodi S1 Matematika Universitas Andalas berada di bawah Departemen Matematika dan Sains Data FMIPA Universitas Andalas. Langkah-langkah yang dilakukan adalah:

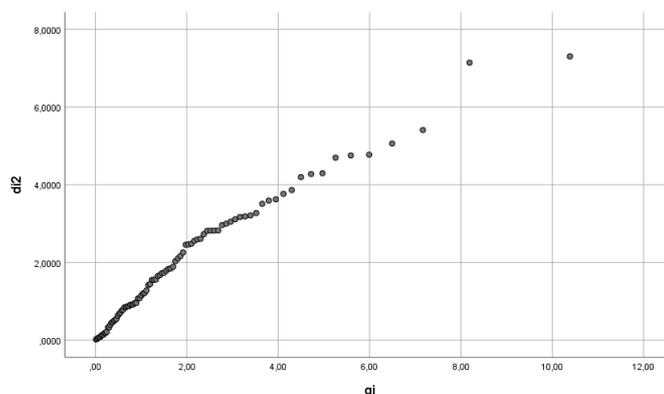
- (1) Menguji distribusi normal multivariat menggunakan Q-Q plot antara jarak kuadrat (d_i^2) dan nilai kuantil ke $\frac{i-0.5}{m}$ dari distribusi *Chi-Square* dengan derajat bebas p (χ_p^2).
- (2) Menghitung nilai koefisien korelasi antara dua karakteristik kualitas, dengan menggunakan rumus uji korelasi Pearson.
- (3) Membuat peta kendali T^2 *Hotelling* dan menginterpretasikan hasil dari peta kendali tersebut.
- (4) Menganalisis kemampuan proses.

4. Pembahasan

4.1. Uji Distribusi Normal Multivariat

Berdasarkan uji distribusi normal multivariat dengan menggunakan Q-Q plot, diperoleh hasil pada Gambar 1.

Berdasarkan Gambar 1 dapat dilihat bahwa titik-titik data yang terbentuk dengan *scatter-plot* cenderung menyerupai garis lurus maka dapat dikatakan data terdistribusi normal multivariat. Untuk melihat kelinieran hasil dari Q-Q plot akan dihitung koefisien korelasi antara variabel $d_{(i)}^2$ dan $q_{(i)}$ dengan menggunakan rumus



Gambar 1: Scatter-plot antara $d_{(i)}^2$ dengan $q_{(i)}$

pada Persamaan (2.5).

$$\begin{aligned}
 r_q &= \frac{\sum_{i=1}^m (d_{(i)}^2 - \bar{d}^2)(q_{(i)} - \bar{q})}{\sqrt{\sum_{i=1}^m (d_{(i)}^2 - \bar{d}^2)^2} \sqrt{\sum_{i=1}^m (q_{(i)} - \bar{q})^2}}, \\
 &= \frac{(-1,9622)(-1,9829) + \dots + (5,3285)(8,3971)}{\sqrt{(-1,9622)^2 + \dots + (5,3285)^2} \sqrt{(-1,9829)^2 + \dots + (8,3971)^2}}, \\
 &= 0,9814.
 \end{aligned}$$

Diperoleh nilai $r_q = 0,9814 < \chi_{0,05(90)}^2 = 0,9857$. Dapat disimpulkan bahwa tidak tolak H_0 atau terima H_0 yang artinya data terdistribusi normal multivariat.

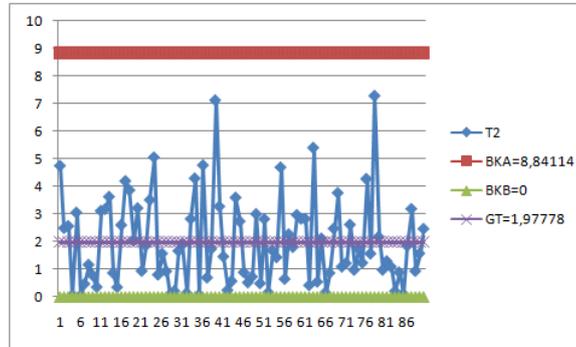
4.2. Peta Kendali T^2 Hotelling Statistika Matematika I dan Statistika Matematika II

Peta kendali T^2 Hotelling digunakan untuk melihat apakah suatu proses pembelajaran daring pada mata kuliah Statistika Matematika I dan Statistika Matematika II sudah terkendali atau belum, sehingga diperoleh hasil pada Gambar 2.

Berdasarkan Gambar 2 dapat dilihat bahwa semua nilai statistik T^2 menyebar secara acak di sekitar garis pusat dan berada di dalam batas kendali yang sudah ditentukan sehingga proses pembelajaran daring pada mata kuliah Statistika Matematika I dan Statistika Matematika II sudah terkendali.

4.3. Analisis Kemampuan Proses

Setelah diperoleh hasil peta kendali T^2 Hotelling dalam keadaan terkendali, maka selanjutnya akan dihitung indeks kemampuan proses. Indeks kemampuan proses digunakan untuk mengetahui apakah proses pembelajaran daring pada mata kuliah Statistika Matematika I dan Statistika Matematika II *capable* atau tidak.



Gambar 2: Peta Kendali T^2 Hotelling

Berikut ini merupakan hasil indeks kemampuan proses secara univariat pada proses pembelajaran daring mata kuliah Statistika Matematika I dan Statistika Matematika II seperti pada Tabel 1.

Tabel 1: Indeks Kemampuan Proses Univariat

Karakteristik Kualitas	\hat{C}_p	\hat{C}_{pk}
Statistika Matematika I	0,729989	0,692021
Statistika Matematika II	0,809186	0,677202

Berdasarkan Tabel 1 diperoleh nilai \hat{C}_p pada mata kuliah Statistika Matematika I dan Statistika Matematika II lebih kecil dari 1. Dapat dikatakan bahwa proses pembelajaran daring pada mata kuliah Statistika Matematika I dan Statistika Matematika II masih kurang baik. Selanjutnya, nilai \hat{C}_{pk} pada mata kuliah Statistika Matematika I dan Statistika Matematika II lebih kecil dari nilai \hat{C}_p pada kedua mata kuliah tersebut. Maka, proses berada di luar pusat, yang artinya nilai akhir Statistika Matematika I dan Statistika Matematika II cukup jauh dari titik tengah spesifikasi. Selanjutnya akan dihitung indeks kemampuan proses secara multivariat.

Berikut ini merupakan hasil indeks kemampuan proses secara multivariat pada proses pembelajaran daring mata kuliah Statistika Matematika I dan Statistika Matematika II yang dihitung dengan rumus pada Persamaan (2.6) dan (2.7).

$$\begin{aligned}
 M\hat{C}_p &= [(W_1)(\hat{C}_{p1})] + [(W_2)(\hat{C}_{p2})], \\
 &= [(0,5)(0,729989)] + [(0,5)(0,809186)], \\
 &= 0,769588,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 M\hat{C}_{pk} &= [(W_1)(\hat{C}_{pk1})] + [(W_2)(\hat{C}_{pk2})], \\
 &= [(0,5)(0,692021)] + [(0,5)(0,677202)], \\
 &= 0,684611.
 \end{aligned}$$

Berdasarkan hasil indeks kemampuan proses secara multivariat tersebut, diperoleh

nilai $M\hat{C}_p$ dan $M\hat{C}_{pk}$ pada proses pembelajaran daring mata kuliah Statistika Matematika I dan Statistika Matematika II lebih kecil dari 1. Dapat disimpulkan bahwa presisi dan akurasi proses pembelajaran daring dari kedua mata kuliah tersebut kurang baik dan proses dikatakan *uncapable*.

5. Kesimpulan

Berdasarkan peta kendali T^2 Hotelling, diperoleh bahwa semua nilai statistik T^2 berada pada selang batas kendali atas (BKA) dan batas kendali bawah (BKB), serta menyebar secara acak di sekitar garis pusat. Ini berarti bahwa proses pembelajaran daring pada mata kuliah Statistika Matematika I dan Statistika Matematika II sudah terkendali. Dengan melakukan analisis kemampuan proses dapat dikatakan bahwa proses pembelajaran daring pada mata kuliah Statistika Matematika I dan Statistika Matematika II belum berjalan dengan baik, artinya proses pembelajaran daring pada kedua mata kuliah wajib tersebut masih perlu ditingkatkan agar sesuai dengan kualitas yang diinginkan.

Daftar Pustaka

- [1] Argaheni, N.B., 2020, Sistematis Review: Dampak Perkuliahan Daring Saat Pandemi Covid-19 Terhadap Mahasiswa Indonesia, *Jurnal Ilmiah Kesehatan dan Aplikasinya* Vol. 8(2): 99 – 108
- [2] Burr, I.W., 1976, *Statistical Quality Control Methods*, Taylor & Francis Group, LLC, Inc.: United States of America.
- [3] Johnson, R.A. dan D.W, Wichern, 2007, *Applied Multivariate Statistical Analysis*, Sixth Edition, Pearson Education, Inc. : United State of America
- [4] Kemenkes, R.I., 2020, Hindari Lansia Dari Covid-19, <http://www.padk.kemkes.go.id/hindari-lansia-dari-covid-19-23-april-2021>
- [5] Montgomery, D.C., 2013, *Introduction to Statistical Quality Control*, Seventh Edition, John Wiley And Son, Inc.: New York.
- [6] Pratiwi, Z.I. dan D.F, Aksioma, 2018, Pengendalian Kualitas Multivariat Pada Proses Poduksi Rokok W di PT. I. *Jurnal Sains dan Seni ITS* Vol. 7(2): 259 – 264