Jurnal Matematika UNAND
Vol. **2** No. **4** Hal. 18 – 26
ISSN : 2303–291X


# STUDI KOMPARATIF METODE KUADRAT TERKECIL DENGAN METODE REGRESI ROBUST PEMBOBOT WELSCH PADA DATA YANG MENGANDUNG PENCILAN

NOVERIKA ANGGRAINI PUTRI
*Program Studi Matematika,*
*Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Andalas,*
*Kampus UNAND Limau Manis Padang, Indonesia,*
*noverikaputri@rocketmail.com*

**Abstrak.** Metode Kuadrat Terkecil (MKT) atau *Ordinary Least Square* (OLS) merupakan salah satu metode yang sering digunakan untuk mendapatkan nilai-nilai penduga parameter model regresi. Namun demikian, metode ini juga memiliki kelemahan, dimana penduga yang dihasilkan sangat dipengaruhi oleh adanya data yang polanya menyimpang dari pola umum data yang disebut pencilan (*outlier*). Namun demikian, tindakan membuang begitu saja suatu pencilan bukanlah tindakan yang bijaksana, karena adakalanya pencilan memberikan informasi yang cukup berarti. Oleh karena iu dibutuhkan suatu metode regresi yang kekar, tidak dipengaruhi oleh adanya pencilan. Metode regresi semacam ini dinamakan sebagai Metode Regresi *Robust*. Salah satu pembobot pada metode ini adalah pembobot *Welsch*.

*Kata Kunci*: Metode Kuadrat Terkecil, Metode Regresi Robust Pembobot *Welsch*, *Root Means Error* (RMSE), Pencilan (*outlier*)

## 1. Pendahuluan

Analisis regresi adalah analisis statistik yang digunakan untuk memodelkan hubungan antara beberapa variabel dalam suatu sistem. Hubungan antara beberapa variabel tersebut biasanya dinyatakan dalam suatu model matematika yang dinamakan model regresi. Dalam model regresi terlibat dua jenis variabel, yaitu variabel bebas dan variabel tak bebas.

Didalam menduga model regresi, Metode Kuadrat Terkecil (MKT) atau *Ordinary least square* (OLS) merupakan salah satu metode yang sering digunakan untuk mendapatkan nilai-nilai penduga parameter model regresi. Namun demikian, metode ini juga memiliki kelemahan, dimana penduga yang dihasilkan sangat dipengaruhi oleh adanya data yang polanya menyimpang dari pola umum data yang disebut pencilan (*outlier*). Suatu pencilan dalam data dapat mengakibatkan estimasi koefisien regresi yang diperoleh tidak tepat. Namun demikian, tindakan membuang begitu saja suatu pencilan bukanlah tindakan yang bijaksana, karena adakalanya pencilan memberikan informasi yang cukup berarti [2]. Oleh karena itu diperlukan suatu metode regresi yang kekar, tidak dipengaruhi oleh adanya pencilan. Metode regresi semacam ini dinamakan sebagai Metode Regresi *Robust*.

Metode regresi robust diperkenalkan oleh Andrews [2] dan merupakan metode regresi yang digunakan ketika distribusi dari galat tidak normal atau adanya beberapa pencilan yang berpengaruh pada model. Bebrapa pembobot yang dimiliki oleh Regresi Robust salah satunya adalah pembobot *Welsch*.

Makalah ini bertujuan untuk membentuk model dengan Metode Regresi Robust pembobot Welsch dan membandingkan kedua metode tersebut berdasarkan nilai *Root Means Square Error* (RMSE) pada analisis regresi linier sederhana.

## 2. Analisis Regresi Linier

Analisis regresi merupakan teknik statistika yang digunakan untuk memodelkan hubungan antara variabel tak bebas dengan satu atau lebih variabel bebas. Terdapat dua jenis analisis regresi linear, yaitu regresi linear sederhana dan regresi linear berganda.

Analisis regresi linier sederhana merupakan analisis regresi yang melibatkan satu variabel bebas dan satu variabel tak bebas. Model regresi linier sederhana dapat dinyatakan sebagai berikut [2].

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \cdots, n,$$

dengan $Y_i$ merupakan nilai variabel tak bebas untuk pengamatan ke-$i$, $X_i$ merupakan nilai variabel bebas untuk pengamatan ke-$i$, $\beta_0, \beta_1$ merupakan koefisien regresi dan $\varepsilon_i$ merupakan nilai galat untuk pengamatan ke-$i$.

Analisis regresi linear berganda merupakan metode regresi yang melibatkan satu variabel tak bebas dan beberapa variabel bebas. Model rergresi linier berganda dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \cdots + \beta_k X_{ik} + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \cdots, n,$$

dengan $Y_i$ merupakan nilai variabel tak bebas untuk pengamatan ke-$i$, $X_{ik}$ merupakan nilai variabel bebas ke-$k$ untuk pengamatan ke-$i$, $\beta_k$ merupakan koefisien regresi ke-$k$ dan $\varepsilon_i$ merupakan nilai galat untuk pengamatan ke-$i$.

### 2.1. *Metode Kuadrat Terkecil*

Metode Kuadrat Terkecil (MKT) adalah salah satu metode penduga parameter dalam model regresi. Metode ini lebih sering digunakan daripada metode penduga parameter yang lain [1].

Dengan metode kuadrat terkecil diperoleh nilai dugaan dari $b_0$ dan $b_1$ dengan meminimumkan jumlah kuadrat sisaan (JKS), sehingga diperoleh persamaan berikut

$$\begin{aligned} b_0 &= Y - b_1 = X, \\ b_1 &= \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - [(\sum_{i=1}^{n} x - i)(\sum_{i=1}^{n} y_i)] \setminus n}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 ((\sum_{i=1}^{n} x_i)^2) \setminus n} \end{aligned}$$

### 2.2. *External Studentization*

Pencilan adalah data pengamatan yang tidak mengikuti pola umum model regrei yang dihasilkan atau tidak mengikuti pola secara keselurhan. Pencilan dapat di identifikasi melalu beberapa metode, salah satunya dengan melakukan uji *External Studentization (R-student).*

Hipotesis dari pengujian ini adalah

$$H_0 : \Delta_i = 0 \text{ (tidak terdapat pencilan)},$$
$$H_1 : \Delta_i = 0 \text{ (terdapat nilai pencilan)}.$$

Statistik uji yang digunakan adalah

$$t_i = \frac{Y_i - \widehat{Y}_i}{s_{-i}\sqrt{1 - h_{ii}}},$$

dengan kriteria uji pada pengujian ini adalah $|t_i| > t_{\alpha \backslash n, n-p-1}$ maka tolak $H_0$, sebaliknya jika $|t_i| \leq t_{\alpha \backslash n, n-p-1}$ maka terima $H_0$.

## 3. Metode Regresi Robust

Regresi Robust diperkenalkan oleh Andrews (1972) dan merupakan metode regresi yang digunakan ketika distribusi dari galat tidak normal atau adanya beberapa pencilan yang berpengaruh pada model. Beberapa metode penduga dalam regresi robust salah satunya adalah Estimasi-M.

### 3.1. *Estimasi-M*

Salah satu metode estimasi regresi robust paling luas digunakan adalah *Estimasi-M*, yang dikenalkan oleh Huber. *Estimasi-M* meminimalisasi fungsi $\rho$ yang merupakan fungsi dari sisaan dengan fungsi obyektif sebagai berikut

$$\sum_{i=1}^{n} \rho(\varepsilon_i) = \sum_{i=1}^{n} \rho(Y_i - \sum_{i=1}^{k} X_{ij}\beta ij).$$

Kemudian dicari turunan parsial pertama fungsi obyektif pada persamaan diatas terhadap $\beta_j, j = 0, 1, \cdots, k$ dan disamakan dengan nol dan sisaan dibakukan, maka diperoleh

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij}\psi \frac{(y_i - \sum_{j=0}^{k} x_{ij}\beta_j)}{s} = 0. \tag{3.1}$$

Kemudian persamaan (3.1) ditulis menjadi

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} w_i (y_i - \sum_{j=0}^{k} x_{ij}\beta_j),$$

dan dapat ditulis dalam bentuk matriks sebagai

$$b = (X^{'}WX)^{-1}X^{'}WY.$$

#### 3.1.1. *Pembobot Welsch*

Pembobot Welsch adalah salah satu pembobot dalam regresi robust metode estimasi-M. Fungsi Welsch dinyatakan sebagai berikut;

$$\rho(u) = \frac{c}{2}[1 - \exp(-(\frac{c}{2})^2)].$$

Fungsi pembobot Welsch dinyatakan sebagai berikut

$$W(u) = \frac{\psi(u)}{u} = \frac{u[\exp(-(\frac{c}{2})^2)]}{u} = [\exp(-(\frac{c}{2})^2)],$$

dimana $\psi(u)$ merupakan turunan parsial dari fungsi welsch terhadap $u$ serta $c = 2,9846$.

## 4. Metode Penelitian

Data yang akan dianalisis pada penelitian ini dibangkitkan dengan menggunakan *software MINITAB versi 16.* Data terdiri dari satu variabel bebas dan satu variabel tak bebas. Pembangkitan data dilakukan untuk sampel berukuran $n = 20, 40, 60$ dan 100 dengan proposi pencilan ($p$) sekitar $10 - 20$ dari ukuran sampel. Penelitian ini dilakukan dengan tahapan sebagai berikut.

(1) Tahap pembangkitan data.
   - (a) Tetapkan nilai $\beta_0$ dan $\beta_1$.
   - (b) Bangkitkan nilai $x_i$ sebanyak $n$ dari sebaran Uniform(2,5).
   - (c) Bangkitkan $(n - np)$ nilai $\varepsilon_1$ dari sebaran normal $N \sim (0, 1)$.
   - (d) Bangkitkan $pn$ nilai $\varepsilon_2$ dari sebaran normal $N \sim (5, 1)$. Nilai $\varepsilon_2$ ini akan digunakan untuk mendeteksi pencilan.
   - (e) Gabungkan data pada $\varepsilon_1$ dengan $\varepsilon_2$ yang menghasilkan data baru $\varepsilon$.
   - (f) Tentukan nilai untuk $y_i$ melalui persamaan

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \varepsilon_i,\ i = 1, 2, \ldots, n.$$

(2) Tahap Metode Kuadrat Terkecil
   - (a) Duga $\beta_0$ dan $\beta_1$ dengan metode kuadrat terkecil.
   - (b) Hitung nilai RMSE (*Root Means Square Error*) dari metode kuadrat terkecil.

(3) Tahap Metode Regresi Robust Pembobot Welsch
   - (a) Melakukan estimasi regresi dengan metode kuadrat terkecil (MKT).
   - (b) Mendeteksi pencilan dengan menggunakan $E$xternal Studentization (*R-student*).
   - (c) Menentukan penduga parameter $\beta$ dengan metode kuadrat terkecil.
   - (d) Menentukan vektor sisaan, $\varrho_i = y_i - \hat{y}_i$.
   - (e) Menentukan fungsi bobot $u_{i(i)} = \frac{\varrho_i}{s}$.
   - (f) Menetuan matriks pembobot $W = [\exp(-(\frac{u_{i(i)}}{2{,}9846})^2)]$.
   - (g) Menghitung parameter $b$ dengn $b = (X^{'}WX)^{-1}X^{'}WY$.
   - (h) Mengulangi langkah 4 sampai 7 agar diperoleh nilai $b$ yang sama dengan sebelumnya.

(i) Hitung nilai RMSE.

(4) Tahap Perbandingan Metode Kuadrat Terkecil dengan Metode Regresi *Robust* dengan Pembobot *Welsch*.

(a) Lakukan langkah 1 sampai 3 sebanyak 100 kali.
(b) Hitung rata-rata nilai RMSE untuk Metode Kuadrat Terkecil.
(c) Hitung rata-rata nilai RMSE untuk Metode Regresi *Robust* dengan Pembobot *Welsch*.
(d) Bandingkan nilai rata-rata RMSE yang didapatkan dari kedua metode tersebut.

Lakukan langkah 1 sampai langkah 4 untuk semua kombinasi $n = 20, 40, 60$ dan 100 dengan proporsi pencilan sekitar $10 - 20$.

## 5. Hasil dan Pembahasan

Data amatan dibangkitkan dan diolah dengan menggunakan *software MINITAB versi 16*. Data yang dibangkitkan adalah data dengan ukuran sampel 20,40,60, dan 100. Simulasi dilakukan sebanyak 100 kali ulangan. Data sampel yang telah dibngkitkan dengan ukuran sampel 20 dapat dilihat pada Tabel 1.

**Tabel 1.** Data bangkitan dengan $n = 20$

| No | Y | X |
|---|---|---|
| 1 | 14,5992 | 4,82947 |
| 2 | 13,7816 | 4,64891 |
| 3 | 13,5992 | 4,60341 |
| 4 | 12,3222 | 4,51905 |
| 5 | 13,9224 | 4,45953 |
| 6 | 12,3062 | 4,24072 |
| 7 | 12,2514 | 4,20615 |
| 8 | 10,4504 | 4,06565 |
| 9 | 11,5477 | 3,84134 |
| 10 | 11,6540 | 3,65625 |
| 11 | 10,7092 | 3,58502 |
| 12 | 12,0693 | 3,48318 |
| 13 | 9,8206 | 3,43769 |
| 14 | 10,3149 | 3,28754 |
| 15 | 9,3590 | 3,09958 |
| 16 | 7,6088 | 2,78484 |
| 17 | 8,0603 | 2,36869 |
| 18 | 8,2366 | 2,29456 |
| 19 | 12,1828 | 2,04006 |
| 20 | 14,5012 | 2,01628 |

Dengan menggunakan *software MINITAB versi 16*, diperoleh model prediksi dengan kuadrat terkecil $\hat{Y} = 7,04 + 1,24X_1$ dengan nilai $RMSE = 1,844$.

Data pencilan dapat dilihat terhadap posisi dan sebaran data yang lainnya sehingga akan dievaluasi apakah data pencilan tersebut perlu dihilangkan atau tidak. terdapat beberapa cara untuk mendeteksi pencilan salah satunya dengan melakukan uji *External Studentization* (*R-student*). Hasil dari nilai *R-student* dapat dilihat pada Tabel 2.

**Tabel 2.** Hasil dari nilai *R-student*

| No | Y | $x_1$ | TRES1 |
|---|---|---|---|
| 1 | 14,5992 | 4,82947 | 0,92605 |
| 2 | 13,7816 | 4,64891 | 0,55986 |
| 3 | 13,5992 | 4,60341 | 0,48542 |
| 4 | 12,322 | 4,51905 | -0,17507 |
| 5 | 13,9224 | 4,45953 | 0,76889 |
| 6 | 12,3062 | 4,24072 | 0,00828 |
| 7 | 12,2514 | 4,20615 | 0,00168 |
| 8 | 10,4504 | 4,06565 | -0,90637 |
| 9 | 11,5477 | 3,84134 | -0,13497 |
| 10 | 11,6540 | 3,65625 | 0,04683 |
| 11 | 10,7092 | 3,58502 | -0,41843 |
| 12 | 12,0693 | 3,48318 | 0,38900 |
| 13 | 9,8206 | 3,43769 | -0,81397 |
| 14 | 10,3149 | 3,28754 | -0,43391 |
| 15 | 9,3590 | 3,09958 | -0,84483 |
| 16 | 7,6088 | 2,78484 | -1,72425 |
| 17 | 8,0603 | 2,36869 | -1,12942 |
| 18 | 8,2366 | 2,29456 | -0,096893 |
| 19 | 12,1828 | 2,04006 | 1,76445 |
| 20 | 14,5012 | 2,01628 | 4,18503 |

Pengamatan akan dikategorikan sebagai pencilan adalah $t_i > t_{\frac{\alpha}{2},n-p-1} = 1{,}73406$, dengan taraf nyata 10%. Dari tabel diatas dapat dilihat bahwa data ke-19 dan ke-20 adalah data pencilan.

Proses perhitungan estimasi-M dengan pembobot welsch dimulai dengan menentukan dugaan awal koefisien regresi, yang diperoleh dari metode kuadrat terkecil $\hat{Y} = 7,04 + 1,24X_1$. Kemudian olah data tersebut sehingga diperoleh nilai $\hat{Y}_1, \varepsilon_1, u_1, w_1$ pada iterasi pertama. Hasilnya dapat dilihat pada Tabel 3.

**Tabel 3.** Nilai $\hat{Y}_1, \varepsilon_1, u_1, w_1$

| No | Y | $\hat{Y}_1$ | $\varepsilon_1$ | $u_1$ | $w_1$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 14,5992 | 13,02854 | 1,57905 | 1,28314 | 0,83124 |
| 2 | 13,7816 | 12,80465 | 0,98498 | 0,80039 | 0,93061 |
| 3 | 13,5992 | 12,74823 | 0,85896 | 0,69799 | 0,94678 |
| 4 | 12,3222 | 12,64362 | -0,31354 | -0,25479 | 0,99274 |
| 5 | 13,9224 | 12,56982 | 1,36031 | 1,10539 | 0,87182 |
| 6 | 12,3062 | 12,29849 | 0,01507 | 0,01225 | 0,99998 |

| No | Y | $\hat{Y_1}$ | $\varepsilon_1$ | $u_1$ | $w_1$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 7 | 12,2514 | 12,25563 | 0,00307 | 0,00249 | 1,00000 |
| 8 | 10,4504 | 12,08141 | -1,62395 | -1,31962 | 0,82243 |
| 9 | 11,5477 | 11,80326 | -0,24892 | -0,20227 | 0,99542 |
| 10 | 11,6540 | 11,57375 | 0,08660 | 0,07037 | 0,99944 |
| 11 | 10,7092 | 11,48542 | -0,77005 | -0,62574 | 0,95700 |
| 12 | 12,0693 | 11,35914 | 0,71620 | 0,58199 | 0,96269 |
| 13 | 9,8206 | 11,30274 | -1,47626 | -1,19961 | 0,85082 |
| 14 | 10,3149 | 11,11655 | -0,79602 | -0,64685 | 0,95412 |
| 15 | 9,3590 | 10,88348 | -1,51921 | -1,23451 | 0,84275 |
| 16 | 7,6088 | 10,49320 | -2,87962 | -2,33998 | 0,54081 |
| 17 | 8,0603 | 9,97718 | -1,91282 | -1,55436 | 0,76244 |
| 18 | 8,2366 | 9,88525 | -1,64479 | -1,33656 | 0,81829 |
| 19 | 12,1828 | 9,56967 | 2,61655 | 2,12621 | 0,60200 |
| 20 | 14,5012 | 9,54019 | 4,96439 | 4,03406 | 0,16091 |

Selanjutnya, data diatas diolah dengan menggunakan rumus

$$b = (X^{'}WX)^{-1}X^{'}WY.$$

Selanjutnya dengan menggunakan $b$ pada iterasi pertama, kita dapat menetukan nilai $\hat{Y_2}, \varepsilon_2, u_2, w_2$ pada iterasi kedua Iterasi berlanjut hingga memperoleh $b$ yang sama dengan iterasi sebelumnya. Hasil perhitungan $b$ pada tiap-tiap iterasi disajikan dalam Tabel 4.

**Tabel 4.** Hasil estimasi parameter tiap-tiap iterasi

| Iterasi | $b_0$ | $b_1$ |
|---|---|---|
| MKT | 7,04 | 1,24 |
| Iterasi 1 | 4,81 | 1,79 |
| Iterasi 2 | 2,53 | 2,36 |
| Iterasi 3 | 2,02 | 2,49 |
| Iterasi 4 | 1,91 | 2,52 |
| Iterasi 5 | 1,88 | 2,53 |
| Iterasi 6 | 1,86 | 2,53 |
| Iterasi 7 | 1,86 | 2,53 |

Proses berhenti pada iterasi ke-7, karena nilai $b$ yang baru sama dengan nilai $b$ sebelumnya. Jadi model regresi linearnya adalah

$$\hat{Y} = 1,86 + 2,53X_1$$

dengan nilai $RMSE = 0,490$.

Dengan demikian untuk $n = 20$ yang mengandung pencilan sebesar 10 %, pendugaan parameter dengn Metode Regresi Roust Pembobot Welsch melalu tujuh iterasi menghasilkan model yang lebih baik dbandingkan dengan MKT, karena nilai RMSE metode regresi pembobot welsch lebih kecil dari nilai RMSE MKT. Nilai simpangan baku galat (RMSE) untuk berbagai ukuran sampel dan beberapa ukuran pencilan melalui kedua metode ditampilkan pada Tabel 5.

**Tabel 5** Nilai simpangan baku galat (RMSE) untuk berbagai ukuran sampel dan banyak pencilan

| No | N | Banyaknya Pencilan | Banyaknya Iterasi* | RMSE* MKT | RMSE* Welsch |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 20 | 2 | 8 | 1,638 | 0,699 |
| 2 | 20 | 3 | 8 | 1,779 | 0,902 |
| 3 | 20 | 4 | 7 | 1,753 | 1,363 |
| 4 | 40 | 4 | 6 | 1,828 | 0,758 |
| 5 | 40 | 6 | 6 | 2,057 | 0,783 |
| 6 | 40 | 8 | 7 | 2,224 | 0,900 |
| 7 | 60 | 6 | 6 | 1,840 | 0,790 |
| 8 | 60 | 9 | 6 | 2,076 | 0,778 |
| 9 | 60 | 12 | 6 | 2,260 | 0,890 |
| 10 | 100 | 10 | 6 | 1,806 | 0,788 |
| 11 | 100 | 15 | 6 | 2,049 | 1,990 |
| 12 | 100 | 20 | 6 | 2,221 | 0,895 |

**Keterangan**. RMSE*(nilai rata-rata RMSE), Iterasi*(rata-rata iterasi)

Berdasarkan Tabel 5 dapat dilihat bahwa untuk berbagai ukuran sampel dan proporsi pencilan sekitar 10 %- 0 %, pendugaan parameter Metode regresi robust pembobot welsch menghasilkan model yang lebih baik daripada model regresi yang dihasilkan oleh MKT. Ini dapat dilihat berdasarkan nilai RMSE yang dihasilkan oleh metode regresi robust pembobot welsch lebih kecil dibandingkan nilai RMSE yang dihasilkan oleh metode kuadrat terkecil.

## 6. Kesimpulan

Model regresi yang diperoleh dengan Metode Regresi Robust Pembobot Welsch lebih baik dari model regresi yang diperoleh dengan menggunakan Metode Kuadrat Terkecil (MKT), untuk berbagai ukuran sampel dan banyak pencilan. Hal ini ditunjukkan oleh nilai simpangan baku galat (RMSE) yang dihasilkan kedua metode tersebut. Dalam hal ini nilai RMSE hasil dari MRR-W selalu lebih kecil dibandingkan nilai RMSE pada MKT.

## 7. Ucapan Terima kasih

Penulis mengucapkan terima kasih kepada ibu Izzati Rahmi H.G, M.Si dan ibu Hazmira Yozza, M.Si atas bimbingannya dalam penelitian ini. Terima kasih juga kepada ibu Dr. Maiyastri, Bapak Yudiantri Asdi, M.Sc, Bapak Dr.Dodi Devianto dan Bapak Narwen, M.Si yang telah memberikan masukan dan saran sehingga makalah ini dapat diselesaikan dengan baik.

## Daftar Pustaka

[1] Myers, R.H. 1990. **Classical and Modern Regression with Applications**, PWS-KENT, Boston

[2] Montgomery, D. C., dan Peck, E. A. 1992. **Introduction to Linear Regression Analysis**. New York, Wiley-Interscience Publication

[3] Ryan, T.P., 1997, **Modern Regression Models**, John Wiley dan Sons, New York

[4] Cahyawati, D. dkk, 2007, Efektivitas Metode Regresi Robust Penduga Welsch dalam Mengatasi Pencilan Pada Pemodelan Regresi Linear Berganda, *Jurnal Penelitian Sains* **12**(1A), UP2M FMIPA Univ. Sriwijaya

[5] Fox, J. 2002. **Robust Regression**. New York

[6] Pratiwi, Kishartya, 2012, *Model Regresi Robust Dengan Pembobot Welsch Dan Pembobot Ramsay*, Skripsi Sarjana Sains Matematika, tidak dipublikasikan, FMIPA UNS