Jurnal Matematika UNAND
Vol. **12** No. **1** Hal. 46 – 54
Edisi Januari 2023
ISSN : 2303–291X
e-ISSN : 2721–9410

KERNEL DARI FUZZY GRUP

DINNI RAHMA OKTAVIANI[a,*], MUHAMMAD HABIBURROHMAN[b]
[a] *UIN Walisongo Semarang,*
[b] *Universitas Ivet Semarang,*
email : dinni@walisongo.ac.id,habiburrohman@ivet.ac.id

Diterima 26 Juli 2022 Direvisi 23 Agustus 2022 Dipublikasikan 30 Januari 2023

Abstrak. Himpunan fuzzy dapat didefinisikan dalam bentuk struktur aljabar seperti grup fuzzy, grup anti-fuzzy dan grup fuzzy intusionistik. Pada artikel ini akan dibahas mengenai kernel dari grup fuzzy, grup anti-fuzzy dan grup fuzzy intusionistik serta beberapa sifat yang dapat diturunkan dari konsep tersebut.

Abstract. *Fuzzy sets can be defined in the form of algebraic structures such as fuzzy groups, anti-fuzzy groups and intuitive fuzzy groups. In this article, explained the kernel of the fuzzy group, anti-fuzzy group and intuitionistic fuzzy group and some of the properties that can be derived from these concepts.*

Kata Kunci: grup fuzzy, kernel, kernel grup fuzzy intusionistik

1. Pendahuluan

Zadeh [18] memperkenalkan konsep himpunan fuzzy dan menjabarkan subhimpunan fuzzy dan relasi. Konsep himpunan fuzzy ini kemudian diperluas oleh peneliti-peneliti lain ke dalam topik struktur aljabar (aljabar abstrak) seperti grup fuzzy [14,16], sub grup normal fuzzy [17], grup nilpoten fuzzy [7], subgrup invarian fuzzy [12], anti-fuzzy grup [4], dan beberapa perumuman lain sebagai struktur neutrosophic [1].

Himpunan fuzzy intusionistik pertama kali diperkenalkan oleh Atanassov [2]. Konsep fuzzy intusionistik ini merupakan perumuman dari himpunan fuzzy [18]. Konsep ini juga telah dikembangkan penelitiannya dalam struktur aljabar seperti ring fuzzy intusionistik [13], ideal fuzzy intusionistik dari ring [9], subgrup dan subring dari fuzzy intusionistik [10], $(\alpha, \beta)-$ cut dari grup fuzzy intusionistik [15], dan ideal prima fuzzy intusionistik dari ring [3].

Pada struktur aljabar grup dikenal istilah kernel. Pada paper ini akan dibahas mengenai kernel dari grup fuzzy, grup anti-fuzzy, dan grup fuzzy intusionistik, beserta sifat-sifatnya yang menarik.

[*] penulis korespondensi

2. Landasan Teori

Pertama-tama, akan diberikan konsep struktur aljabar grup yang akan digunakan pada artikel ini.

Definisi 2.1. *[8] Himpunan tak kosong G dengan operasi biner $*$ membentuk grup, jika dan hanya jika:*

(1) Untuk setiap $m, n \in G$ berlaku $m * n \in G$ (tertutup).
(2) Untuk setiap $m, n, p \in G$ berlaku $m * (n * p) = (m * n) * p$ (asosiatif).
(3) Terdapat unsur identitas $e \in G$ sehingga untuk setiap $m \in G$ berlaku $m * e = e * m = m$ (e unsur identitas dari G).
(4) Untuk setiap $p \in G$ terdapat $p^{-1} \in G$ sehingga $p * p^{-1} = p^{-1} * p = e$ (p^{-1} unsur invers dari p di G).

Contoh 2.2. Himpunan semua bilangan bulat ($\mathbb{Z}$) dengan operasi penjumlahan merupakan grup.

Teorema 2.3. *[5] Unsur identitas dari grup adalah tunggal dan unsur invers dari setiap anggota di grup juga tunggal.*

Definisi 2.4. *[8] Grup $(G, *)$ disebut grup komutatif jika dan hanya jika untuk setiap $m, n \in G$ berlaku $m * n = n * m$.*

Contoh 2.5. Himpunan semua bilangan real tanpa nol ($\mathbb{R}^*$) dengan operasi perkalian bersifat komutatif.

Dapat dituliskan bahwa $m^2 = m * m$ dan $n^5 = n * n * n * n * n$.

Definisi 2.6. *[6] Grup $(G, *)$ disebut grup siklik jika terdapat $p \in G$ sehingga $\{p^i | i \in \mathbb{N}\} = G$ atau dikatakan p membangun grup G.*

Definisi 2.7. *[6] Misalkan $(G, *)$ merupakan grup. Apabila himpunan tak kosong H yang merupakan sub himpunan dari G dengan operasi $*$ juga membentuk grup maka H dikatakan subgrup dari G.*

Contoh 2.8. Himpunan semua bilangan real dengan operasi penjumlahan membentuk grup, $(\mathbb{R}, +)$. Himpunan semua bilangan bulat($\mathbb{Z}$), merupakan sub himpunan dari himpunan semua bilangan real($\mathbb{R}$), dan himpunan semua bilangan bulat dengan operasi penjumlahan membentuk grup, $(\mathbb{Z}, +)$. Oleh karena itu, $\mathbb{Z}$ merupakan subgrup dari $(\mathbb{R}, +)$.

Teorema 2.9. *Jika H_1 dan H_2 merupakan subgrup dari $(G, *)$ maka $H_1 \cap H_2$ merupakan subgrup dari $(G, *)$.*

Bukti. Himpunan $H_1 \cap H_2$ merupakan sub himpunan H_1. Karena H_1 merupakan subgrup $(G, *)$ maka H_1 sub himpunan dari G. Sehingga $H_1 \cap H_2$ merupakan sub himpunan dari G. Selanjutnya, himpunan $H_1 \cap H_2$ bukan himpunan kosong karena terdapat $e \in H_1 \cap H_2$.

(1) Ambil sebarang $a, b \in H_1 \cap H_2$. Oleh karena itu, $a, b \in H_1$. Karena H_1 subgrup maka $a * b \in H_1$. Selanjutnya, $a, b \in H_2$. Karena H_2 subgrup maka $a * b \in H_2$. Diperoleh $a * b \in H_1$ dan $a * b \in H_2$, sehingga $a * b \in H_1 \cap H_2$ (tertutup).
(2) Karena operasi yang digunakan $*$ di G bersifat asosiatif maka di $H_1 \cap H_2$ juga asosiatif.
(3) Karena H_1 subgrup maka terdapat $e \in H_1$, dan karena H_2 subgrup maka terdapat $e \in H_2$ sehingga $e \in H_1 \cap H_2$ (unsur identitas grup).
(4) Ambil sebarang $a \in H_1 \cap H_2$, maka $a \in H_1$ dan $a \in H_2$. Himpunan H_1 merupakan subgrup maka terdapat $a^{-1} \in H_1$, dan karena H_2 subgrup maka terdapat $a^{-1} \in H_2$, sehingga $a^{-1} \in H_1 \cap H_2$ (unsur invers untuk setiap $a \in H_1 \cap H_2$).

Jadi terbukti bahwa $H_1 \cap H_2$ merupakan subgrup $(G, *)$. □

Definisi 2.10. *[8] Misalkan $(G, *)$ grup. Subgrup H dikatakan subgrup normal G jika $pH = Hp$ untuk setiap $p \in G$.*

Dapat dituliskan notasi $pH = \{p * h | h \in H\}$ dan $Hp = \{h * p | h \in H\}$.

Definisi 2.11. *[6] Misalkan $(G, *)$ grup, H subgrup normal dari G. Himpunan $G/H = \{pH | p \in G\}$ merupakan grup dengan operasi $(pH)(qH) = p * qH; p, q \in G$. G/H disebut grup faktor.*

Teorema 2.12. *[8] Misalkan G grup dan H subgrup dari G, maka pernyataan berikut ekuivalen:*

(1) $gH = Hg, \forall g \in G$.
(2) $ghg^{-1} \in H, \forall g \in G, h \in H$.
(3) $gHg^{-1} = H, \forall g \in G$.

Definisi 2.13. *[5] Misalkan $(G, *)$ grup, $m, n \in G$. Kommutator m dan n adalah $[m, n] = m^{-1}n^{-1}mn$.*

Definisi 2.14. *[5] Subgrup Kommutator $[G, G]$ (atau disebut derived subgroup), dinotasikan dengan G' merupakan subgrup yang dibangun oleh semua kommutator.*

Tuliskan notasi $G' = [G, G]$ dan $G" = [G', G']$ (*second derived subgroup*).

Definisi 2.15. *[5] Grup G disebut meta komutatif jika dan hanya jika terdapat suatu subgroup normal komutatif A sehingga grup faktor G/A komutatif.*

Definisi 2.16. *[5] Grup G disebut solvable jika G mempunyai deret subgrup sebagai berikut:*

$$\{e\} = M_0 \subset M_1 \subset M_2 \subset \cdots \subset M_k = G,$$

dimana untuk setiap $0 \leq i < k, M_i$ normal di M_{i+1} dan M_{i+1}/M_i komutatif.

Definisi 2.17. *[6] Misalkan $(G, *), (M, @)$ merupakan grup, suatu pemetaan ψ : $G \to M$ dinamakan homomorfisma jika $\psi(p*q) = \psi(p)@\psi(q)$ untuk setiap $p, q \in G$.*

Definisi 2.18. *[6] Jika ψ merupakan homomorfisma dari G ke H meka kernel dari ψ, Ker ψ, didefinisikan sebagai Ker $\psi = \{p \in G | \psi(p) = e\}$.*

Selanjutnya akan diberikan konsep himpunan fuzzy intusionistik yang didefinisikan oleh Atanassov [2] yang merupakan perumuman dari konsep himpunan fuzzy yang diberikan oleh Zadeh [18].

Definisi 2.19. [18] *Misalkan M suatu himpunan tak kosong. Himpunan fuzzy B atas M didefinisikan sebagai:*

$$B = \{< a, \mu_B(a) >: a \in M\},$$

dimana $\mu_B : M \to [0,1]$, dan $\mu_B(a)$ disebut derajat keanggotaan dari a pada himpunan fuzzy B.

Definisi 2.20. [2] *Misalkan M suatu himpunan tak kosong. Himpunan fuzzy intusionistik (IFS) B atas M didefinisikan sebagai:*

$$B = \{< a, \mu_B(a), v_B(a) >: a \in M\},$$

dimana $\mu_B, v_B : M \to [0,1]$, berturut turut menyatakan derajat keanggotaan dan derajat non keanggotaan dari $a \in M$ pada himpunan B, dan selanjutnya untuk setiap $a \in M$ berlaku:

$$0 \leq \mu_B(a) + v_B(a) \leq 1.$$

Nilai $\pi_B(a) = 1 - \mu_B(a) - v_B(a)$ merupakan derajat samar keanggotaan dari $a \in M$ pada IFS B, artinya $\pi_B(x)$ menyatakan ketidakpastian apakah x memiliki derajat keanggotaan atau tidak di IFS B, dengan $\pi_B : M \to [0,1]$ untuk setiap $a \in M$.

3. Pembahasan

Definisi 3.1. [4] *Misalkan $(G, *)$ merupakan grup, $f : G \to [0,1]$, maka G disebut grup fuzzy jika untuk setiap $x, y \in G$ berlaku:*

(1) $f(x * y) \geq \min(f(x), f(y))$.
(2) $f(x^{-1}) = f(x)$.

Teorema 3.2. *Misalkan (G, f) merupakan grup fuzzy dengan $f : G \to [0,1]$, dan e merupakan identitas pada grup G, maka $f(e) \geq f(x); \forall x \in G$.*

Bukti. Perhatikan bahwa untuk setiap $x \in G$ berlaku

$$f(e) = f(x * x^{-1}) \geq \min(f(x), f(x^{-1})).$$

Karena (G, f) merupakan grup fuzzy maka $f(x^{-1}) = f(x)$. Oleh karena itu,

$$f(e) \geq \min(f(x), f(x)) = f(x).$$

Jadi terbukti bahwa $f(e) \geq f(x)$. □

Definisi 3.3. [4] *Misalkan (G, f) merupakan grup fuzzy, dan e identitas pada grup G, maka*

$$K_f = \{x \in G; f(x) = f(e)\}$$

disebut kernel fuzzy dari G terhadap f.

Teorema 3.4. *Misalkan (G, f) merupakan grup fuzzy maka K_f merupakan subgrup G.*

Bukti. Diketahui bahwa K_f bukan himpunan kosong, karena terdapat $e \in K_f$. Ambil sebarang $x \in K_f$, maka berdasarkan sifat grup fuzzy $f(x^{-1}) = f(x)$, dan karena $x \in K_f$, maka $f(x) = f(e)$. Diperoleh $f(x^{-1}) = f(x) = f(e)$ maka $x^{-1} \in K_f$, dan untuk setiap $x, y \in K_f$ berlaku $f(xy) \geq \min(f(x), f(y)) = \min(f(e), f(e)) = f(e)$. Diperoleh $f(xy) \geq f(e)$, akan tetapi berdasarkan Teorema 3.2 diperoleh $f(e) \geq f(xy)$. Jadi diperoleh $f(xy) = f(e)$, terbukti $xy \in K_f$. Jadi terbukti K_f merupakan subgrup dari grup fuzzy (G, f). □

Teorema 3.5. *Misalkan (G, f) merupakan grup fuzzy dan K_f merupakan kernel fuzzy, maka*

(1) $\forall m \in G, x \in K_f : f(mxm^{-1}) \geq f(m)$
(2) Jika K_f grup normal maka $f(mx) = f(x), \forall m \in G, x \in K_f$.

Bukti.

(1) Berdasarkan definisi grup fuzzy (G, f) maka
$$f(mxm^{-1}) \geq \min(f(m), f(x), f(m^{-1})) = \min(f(m), f(e)) = f(m).$$
Jadi terbukti bahwa $f(mxm^{-1}) \geq f(m)$.

(2) Jika diasumsikan K_f normal maka $mxm^{-1} \in K_f$ untuk setiap $x \in K_f$ dan $m \in G$. Hal ini mengakibatkan $f(mxm^{-1}) = f(e)$, maka $f(mxm^{-1}m) = f(em) \to f(mx) = f(m)$. □

Definisi 3.6. [*11*] *Misalkan (G, f) merupakan grup fuzzy, H merupakan subgrup normal dengan $f(x) = f(e)$ untuk setiap $x \in H$. Himpunan H disebut faktor normal tertutup fuzzy G terhadap f.*

Contoh 3.7. Diketahui $G = (Z_7^*, .)$ Z_7^* adalah himpunan yang berisi anggota modulo 7 tanpa 0, yaitu $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Didefinisikan $f : G \to [0, 1]$ sedemikian sehingga $f(1) = f(3) = f(5) = 1, f(2) = f(4) = f(6) = \frac{1}{3}$. Diperoleh bahwa $H = \{1, 3, 5\}$ merupakan subgrup normal dari G dan $f(x) = f(1) = 1$ untuk setiap $x \in H$. Maka H merupakan faktor normal tertutup.

Definisi 3.8. [*4*] *Misalkan $(G, *)$ merupakan grup, dan $g : G \to [0, 1]$, maka G disebut grup anti-fuzzy jika untuk setiap $x, y \in G$ berlaku:*

(1) $g(x * y) \leq \max(g(x), g(y))$.
(2) $g(x^{-1}) = g(x)$.

Teorema 3.9. *Misalkan (G, g) merupakan grup anti-fuzzy dengan $g : G \to [0, 1]$, maka $g(e) \leq g(x) \forall x \in G$.*

Bukti. Perhatikan bahwa untuk setiap $x \in G$ berlaku $g(e) = g(x * x^{-1}) \leq \min(g(x), g(x^{-1}))$. Karena (G, g) merupakan grup anti-fuzzy maka $g(x^{-1}) = g(x)$. Oleh karena itu, $g(e) \leq \max(g(x), g(x)) = g(x)$. Jadi terbukti bahwa $g(e) \leq g(x)$.□

Definisi 3.10. [4] *Misalkan (G, g) merupakan grup anti-fuzzy, dan e identitas pada grup G, maka*

$$K_g = \{x \in G; g(x) = g(e)\}$$

disebut kernel anti-fuzzy dari G terhadap g.

Teorema 3.11. *Misalkan (G, g) merupakan grup anti-fuzzy maka K_g merupakan subgrup G.*

Bukti. Diketahui bahwa K_g bukan himpunan kosong, karena terdapat $e \in K_g$. Ambil sebarang $x \in K_g$. Berdasarkan sifat grup anti-fuzzy $g(x^{-1}) = g(x)$ dan karena $x \in K_g$, maka $g(x) = g(e)$, sehingga diperoleh $g(x^{-1}) = g(x) = g(e)$, dan $x^{-1} \in K_g$. Untuk setiap $x, y \in K_g$, berlaku

$$g(xy) \leq \max(g(x), g(y)) = \max(g(e), g(e)) = g(e).$$

Diperoleh $g(xy) \leq g(e)$, akan tetapi berdasarkan Teorema 3.9 diperoleh $g(e) \leq g(xy)$. Jadi diperoleh $g(xy) = g(e)$, sehingga $xy \in K_g$. Jadi terbukti bahwa K_g merupakan subgrup dari grup anti-fuzzy (G, g). □

Teorema 3.12. *Misalkan (G, g) merupakan grup anti-fuzzy, dan K_g merupakan kernel fuzzy, maka:*

(1) $\forall m \in G, x \in K_g : g(mxm^{-1}) \leq g(m)$.
(2) Jika K_g grup normal maka $g(mx) = g(x), \forall m \in G, x \in K_g$.

Bukti.

(1) Berdasarkan definisi grup anti-fuzzy (G, g) maka $g(mxm^{-1}) \leq \max(g(m), g(x), g(m^{-1})) = \max(g(m), g(e)) = g(m)$. Jadi terbukti $g(mxm^{-1}) \leq g(m)$.
(2) Jika diasumsikan K_g normal maka $mxm^{-1} \in K_g$ untuk setiap $x \in K_g$ dan $m \in G$. Hal ini mengakibatkan $g(mxm^{-1}) = g(e)$, maka $g(mxm^{-1}m) = g(em) \rightarrow g(mx) = g(m)$. □

Definisi 3.13. [4] *Misalkan $(G, *)$ merupakan grup, $f, g : G \rightarrow [0, 1]$, maka G disebut grup fuzzy intusionistik jika untuk setiap $x, y \in G$ berlaku:*

(1) $f(x * y) \geq \min(f(x), f(y)), f(x^{-1}) = f(x)$.
(2) $g(x * y) \leq \max(g(x), g(y)), g(x^{-1}) = g(x)$.

Definisi 3.14. [4] *Misalkan (G, f, g) merupakan grup fuzzy intusionistik, dan e identitas pada grup G,*

$$K_I = K_f \cap K_g = \{x \in G; f(x) = f(e) \text{ dan } g(x) = g(e)\}$$

disebut kernel fuzzy intusionistik dari G.

Contoh 3.15. Misalkan $\mathbb{Z}_5$ merupakan grup perkalian modulo 5. Maka $G = \mathbb{Z}_{(5,*)} = \{1, 2, 3, 4\}$. Didefinisikan: $f, g : G \rightarrow [0, 1]; f(1) = 1, f(2) = f(3) = f(4) =$

$0,5, g(1) = g(4) = 0,1, g(2) = g(3) = 0,2$. Jelas bahwa G merupakan subgrup fuzzy intusionistik, sehingga diperoleh

$$K_f = \{1\}, K_g = \{1, 4\}, K_I = \{1\}.$$

Teorema 3.16. *Misalkan (G, f, g) merupakan grup fuzzy intusionistik maka K_I merupakan subgrup G.*

Bukti. Berdasarkan Teorema 2.9, K_f dan K_g merupakan subgrup, dan irisan kedua subgrup merupakan subgrup, sehingga $K_I = K_f \cap K_g$ merupakan subgrup, dengan kata lain kernel fuzzy intusionistik merupakan subgrup G. □

Teorema 3.17. [4] *Misalkan (G, f, g) merupakan grup fuzzy intusionistik. Jika $f(e) = g(e)$ maka $K_f = K_g = K_I$.*

Definisi 3.18. [4] *Misalkan (G, f, g) merupakan grup fuzzy intusionistik, G disebut grup fuzzy intusionistik sederhana jika dan hanya jika $K_I = \{e\}$.*

Teorema 3.19. [4] *Misalkan (G, f, g) merupakan grup fuzzy intusionistik sederhana. Jika derived subgrup G' adalah faktor tertutup normal terhadap g dan f maka G merupakan grup komutatif.*

Bukti. Andaikan G' merupakan faktor tertutup normal. Oleh karena itu, G' subgrup dari K_f dan G' subgrup dari K_g. Diperoleh bahwa G' subgrup dari $K_I = \{e\}$, dan $G' = \{e\}$ sehingga G merupakan grup komutatif. □

Teorema 3.20. [4] *Misalkan (G, f, g) merupakan grup fuzzy intusionistik sederhana, jika second derived subgrup G" merupakan faktor tertutup normal terhadap g dan f, maka G merupakan grup meta komutatif.*

Bukti. Andaikan G" faktor tertutup normal. Oleh karena itu, G" subgrup dari K_f dan G" subgrup dari K_g. Diperoleh bahwa G" subgrup dari $K_I = \{e\}$, dan G" $= \{e\}$, sehingga G merupakan grup meta komutatif. □

Definisi 3.21. [4] *Misalkan (G, f, g) merupakan grup fuzzy intusionistik:*

(1) G disebut komutatif intusionistik jika dan hanya jika K_I komutatif.
(2) G disebut siklik intusionistik jika dan hanya jika K_I siklik.
(3) G disebut solvable intusionistik jika dan hanya jika K_I. solvable

Teorema 3.22. [4] *Misalkan (G, f, g) merupakan grup fuzzy intusionistik, maka:*

(1) Jika G komutatif maka G komutatif intusionitik.
(2) Jika G siklik maka G siklik intusionitik.
(3) Jika G solvable maka G solvable intusionitik.
(4) Jika G komutatif intusionistik maka G solvable intusionitik.

Bukti.

(1) Berdasarkan teorema setiap subgrup dari grup komutatif juga komutatatif, sehingga K_I komutatif, maka berdasarkan definisi G komutatif intusionistik.
(2) Berdasarkan teorema setiap subgrup dari grup siklik juga siklik, sehingga K_I siklik, maka berdasarkan definisi G siklik intusionistik.
(3) Berdasarkan teorema setiap subgrup dari grup *solvable* juga *solvable*, sehingga K_I *solvable*, maka berdasarkan definisi G *solvable* intusionistik.
(4) Berdasarkan teorema setiap grup komutatif itu *solvable*, sehingga K_I *solvable*, maka berdasarkan definisi G *solvable* intusionistik. □

4. Kesimpulan

Pada artikel ini, konsep struktur aljabar grup dan kernel digunakan untuk mendefinisikan fuzzy grup beserta kernelnya. Terdapat sifat-sifat menarik pada struktur aljabar terkait dengan fuzzy, anti-fuzzy, dan juga fuzzy intusionistik.

5. Ucapan Terima kasih

Ucapan terima kasih disampaikan penulis kepada Bapak Prihadi Kurniawan, Ibu Ayus Riana dan Bapak Agus Wayan yang telah membantu menyelesaikan artikel ini. Saran dan sumbangsih pemikiran beliau membuat artikel ini menjadi lebih baik.

Daftar Pustaka

[1] Abobala, M., Hatip, A., 2021, An Algebraic Approach to Neutrosophic Euclidean Geometry, *Neutrosophic Sets and Systems* Vol. **43**: 114 – 123
[2] Atanassov, K.T., 1986, Intutionistic Fuzzy sets. *Fuzzy Sets and Systems*, **20**: 87 – 96
[3] Bakhadach, I., Melliani, S., Oukessou, M., Chadli, L.S., 2016, *Intutionistic Fuzzy Ideal and Intutionistic Fuzzy Prime Ideal in a Ring*, *Notes on Intuitionistic Fuzzy Sets* Vol. **22**(2): 59 – 63
[4] Bal, M., Ahmad, K.D., Hajjari, A.A., Ali, R., 2022, A Short Note On The Kernel Subgroup Of Intuitionistic Fuzzy Groups, *Journal of Neutrosophic and Fuzzy Systems (JNFS)*, **02**(1): 14 – 20
[5] Dummit, D.S., Footed, R.M., 2004, *Abstract Algebra*, Edisi ke-3, John Wiley and Sons.
[6] Gallian, J.A., 2020, *Contemporary Abstract Algebra*, Edisi ke-10, Chapman and Hall/CRC, New York.
[7] Gupta, K.C., Sarma, B.K., 1999, Nilpotent Fuzzy Groups, *Fuzzy Set and Systems* Vol. **101**: 167 – 176
[8] Herstein, I.N., 1996, *Abstract Algebra*, Edisi ke-3, Prentice-Hall, Inc, New Jersey.
[9] Hur, K., Jang, S.Y., Kang, H.W., 2005, Intutionistic Fuzzy Ideal of a Ring, *J. Korea Soc. Math. Edu. Ser.B: Pur Appl. Math.*, **12**(3)(29): 193 – 209
[10] Hur, K., Kang, H.W., Song, H.K., 2003, *Intutionistic Fuzzy Subgroups and Subrings*, Honam Math J. Vol. **25**(1): 19 – 41
[11] Katy, D. A., Mikail, B., Malath, A., 2022, The Kernel of Fuzzy and Anti-Fuzzy Groups, *Journal of Neutrosophic and Fuzzy Systems* Vol. **1**: 48 – 54
[12] Liu, W.J., 1982, Fuzzy Invariant Subgroups and Fuzzy Ideals, *Fuzzy Set and Systems* Vol. **8**: 133 – 139

[13] Marashdeh, M.F., Salleh, A.R., 2011, Intutionistic Fuzzy Rings, *International Journal of Algebra* Vol. **5**(1): 37 – 47

[14] Rosenfeld, A., 1971, Fuzzy Groups, *J.Math. Anal. Appl.*, Vol. **35**: 512 – 517

[15] Sharma, P.K., 2011, (α, β)-Cut Intutionistic Fuzzy Groups, *International Mathematical Forum* Vol. **6**(53): 2605 – 2614

[16] Sivaramakrishna, P.D., 1981, Fuzzy Groups and Level Subgroups, *J. Math. Anal. Appl.*, Vol.**84**: 264 – 269

[17] Wu, W.M., 1981, Normal Fuzzy Subgroups, *Fuzzy Mathematics*, Vol. **1**(1): 21 – 30

[18] Zadeh, L.A., 1965, Fuzzy Sets, *Information and Control* Vol. **8**: 338–353