Jurnal Matematika UNAND
Vol. **11** No. **4** Hal. 220 – 229
Edisi Oktober 2022
ISSN : 2303–291X
e-ISSN : 2721–9410

IDENTIFIKASI DISTRIBUSI DAN PENDUGAAN RATA-RATA JUMLAH KEMATIAN BAYI DI KABUPATEN PADANG PARIAMAN DENGAN MENGGUNAKAN METODE BAYES

HABIBATUS SALMI, HAZMIRA YOZZA*, AHMAD IQBAL BAQI

Departemen Matematika dan Sains Data,
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Andalas,
Kampus UNAND Limau Manis Padang, Indonesia,
email : salmihabibatus@gmail.com, hazmirayozza@sci.unand.ac.id, baqi@sci.unand.ac.id

Diterima 29 Agustus 2022 Direvisi 12 Oktober 2022 Dipublikasikan 21 Oktober 2022

Abstrak. Kematian bayi adalah kematian yang terjadi antara saat setelah bayi lahir sampai bayi belum berusia tepat satu tahun. Angka Kematian Bayi (AKB) adalah banyaknya kematian bayi berusia di bawah satu tahun per 1.000 kelahiran hidup pada satu tahun tertentu. Rata-rata jumlah kematian bayi perlu diketahui sebagai upaya untuk mengurangi angka kematian bayi. Pada penelitian ini akan diduga rata-rata kematian bayi tiap puskesmas di Kabupaten Padang Pariaman menggunakan metode Bayes. Data yang digunakan adalah data jumlah kematian bayi di puskesmas di Kabupaten Padang Pariaman sepanjang tahun 2019 dan 2020. Telah diperlihatkan bahwa jumlah kematian bayi menyebar menurut sebaran Poisson. Sebaran prior yang digunakan adalah sebaran Gamma, Uniform dan dengan metode Jeffrey. Rata-Rata jumlah kematian bayi diduga dari sebaran posterior Gamma, diperoleh dugaan rata-rata kematian bayi adalah sebesar $0,83$ per puskesmas. Disimpulkan juga bahwa pendugaan Bayes dengan distribusi prior Gamma lebih baik dibandingkan distribusi prior lainnya.

Abstract. *Infant mortality is the death of an infant before its first birthday. Infant mortality rate (IMR) is the probability of deaths of children under one year of age per 1.000 live births. One must know the average number of infant deaths to reduce infant mortality. In this study, the average infant mortality rate for each health center in Padang Pariaman District was estimated using the Bayes method. The data used is on the number of infant deaths at the health center in Padang Pariaman Regency during 2020 and 2021. This research showed that the number of infant deaths followed the Poisson distribution. The prior distribution used is Gamma, Uniform, and Jeffrey's distribution. The average number of infant deaths is estimated from the posterior distribution of Gamma. The estimated average infant mortality was* 0.83 *per health center. It is concluded that Bayes's estimation with Gamma's prior distribution is better than other prior distributions.*

Kata Kunci: Distribusi Poisson, Jumlah Kematian Bayi, Metode Bayes, Posterior Gamma

*penulis korespondensi

1. Pendahuluan

Kematian bayi adalah kematian yang terjadi antara saat setelah bayi lahir sampai bayi belum berusia tepat satu tahun. Banyak faktor yang dikaitkan dengan kematian bayi, baik secara endogen maupun eksogen. Kematian bayi endogen, biasa disebut kematian bayi *neonatal*, adalah kematian bayi yang terjadi pada bulan pertama setelah dilahirkan, dan umumnya disebabkan oleh faktor-faktor yang dibawa anak sejak saat konsepsi atau kehamilan. Kematian bayi eksogen atau kematian *post neonatal* adalah kematian bayi yang terjadi setelah usia satu bulan sampai menjelang usia satu tahun yang disebabkan oleh faktor-faktor yang bertalian dengan pengaruh lingkungan luar [4].

Angka Kematian Bayi (AKB) adalah banyaknya kematian bayi berusia di bawah satu tahun per 1.000 kelahiran hidup pada satu tahun tertentu. AKB merupakan salah satu indikator yang menentukan derajat kesehatan dan merupakan salah satu target yang telah ditentukan dalam tujuan pembangunan millenium, yaitu *Millenium Development Goals* (MDG's) yaitu mengurangi kematian bayi menjadi 23 per 1.000 kelahiran hidup [6].

Penggunaan metode Bayes untuk menduga parameter dari suatu distribusi sudah dilakukan oleh banyak peneliti sebelumnya. Di antara penelitian tersebut adalah Hasanah [5] yang menggunakan metode Bayes untuk menduga parameter dari distribusi Gamma, kemudian Rahmadiah [7] yang menggunakan metode Bayes untuk menduga parameter dari distribusi Eksponensial.

Pada penelitian ini akan ditentukan distribusi dari jumlah kematian bayi di Padang Pariaman dan kemudian akan dilakukan pendugaan parameter untuk memperoleh nilai duga rata-rata jumlah kematian bayi di Kabupaten Padang Pariaman. Metode pendugaan parameter yang digunakan adalah metode Bayes. Rata-rata jumlah kematian bayi perlu diketahui sebagai upaya untuk mengurangi angka kematian bayi.

2. Landasan Teori

2.1. *Beberapa Distribusi Khusus*

Dalam suatu percobaan seringkali ingin dihasilkan titik contoh berupa nilai numerik. Untuk tujuan tersebut akan lebih tepat jika kemungkinan hasil dari suatu percobaan acak dinyatakan dalam suatu konsep yang dinamakan peubah acak. Peubah acak terbagi menjadi peubah acak diskret dan peubah acak kontinu. Berikut adalah beberapa distribusi peubah acak khusus.

(1) Distribusi Gamma

Definisi 2.1. [10] *Misalkan X suatu peubah acak kontinu berdistribusi Gamma dengan parameter $\alpha > 0$ dan $\beta > 0$, maka bentuk fungsi kepekatan peluang distribusi Gamma adalah*

$$f(x;\alpha,\beta) = \frac{1}{\beta^{\alpha}\Gamma(\alpha)}x^{\alpha-1}e^{-\frac{x}{\beta}} \quad \textit{untuk} \quad x > 0 \tag{2.1}$$

Teorema 2.2. [10] *Mean dan Varian dari distribusi Gamma adalah*

$$\mu = E(X) = \alpha\beta \quad dan \quad \sigma^2 = Var(X) = \alpha\beta^2. \tag{2.2}$$

(2) Distribusi Poisson

Definisi 2.3. [1] *Suatu peubah acak X dikatakan memiliki distribusi Poisson dengan parameter rata-rata $\mu > 0$, bila memiliki fungsi kepekatan peluang dalam bentuk*

$$f(x;\mu) = \frac{e^{-\mu}\mu^x}{x!} \quad , x = 0, 1, 2, 3, \cdots \tag{2.3}$$

(3) Distribusi Uniform

Definisi 2.4. [9] *Suatu peubah acak X dikatakan berdistribusi Uniform pada interval $a \leq x \leq b$ jika memiliki fungsi kepekatan peluang*

$$f(x;a,b) = \frac{1}{b-a} \quad , a \leq x \leq b \tag{2.4}$$

dan nol selainnya.

2.2. *Pendugaan Parameter dengan Metode Bayes*

Metode Bayes adalah salah satu metode penduga parameter. Metode ini didasarkan pada Teorema Bayes berikut.

Teorema 2.5. [10] ***(Teorema Bayes)*** *Jika kejadian $B_1, B_2, \cdots, B_k$ merupakan suatu partisi ruang sampel S dengan $P(B_j) \neq 0$ untuk $j = 1, 2, \cdots, k$, maka untuk sebarang kejadian A dalam S dengan $P(A) \neq 0$,*

$$P(B_j|A) = \frac{P(B_j \cap A)}{\sum_{j=1}^{k} P(B_j \cap A)} = \frac{P(B_j)P(A|B_j)}{\sum_{j=1}^{k} P(B_j)P(A|B_j)}, \; untuk \; j = 1, 2, \cdots, k.$$

Notasi $P(B|A)$ pada teorema tersebut menyatakan peluang bersyarat terjadinya suatu kejadian B bila diketahui suatu kejadian A telah terjadi. Pada metode Bayes, parameter distribusi yang akan diduga dipandang sebagai sebuah peubah acak. Terdapat tiga jenis distribusi penting dalam pendugaan Bayes.

(1) Fungsi *Likelihood*

Definisi 2.6. [1] *Fungsi kepekatan peluang bersama dari peubah acak ganda $X_1, X_2, \cdots, X_n$ yang dihitung pada $x_1, x_2, \cdots, x_n$ yang dinyatakan dalam bentuk $f(x_1, x_2, \cdots, x_n \mid \theta)$ dirujuk sebagai fungsi likelihood. Untuk $x_1, x_2, \cdots, x_n$ tetap, fungsi likelihood adalah fungsi dari parameter θ, yang dinotasikan dengan $L(\theta)$. Jika $X_1, X_2, \cdots, X_n$ merupakan contoh acak yang saling bebas dari $f(x|\theta)$ maka fungsi likelihood dinyatakan sebagai:*

$$L(\theta) = f(x_1|\theta)f(x_2|\theta)\cdots f(x_n|\theta) = \prod_{i=1}^{n} f(x_i|\theta).$$

(2) Distribusi Prior
Distribusi prior adalah distribusi yang memberikan informasi awal tentang parameter sebelum pengamatan dilakukan. Dasar pemilihan distribusi prior dapat dikelompokkan berdasarkan dua kriteria, yang akan dijelaskan berikut ini [2].

   (1) Berkaitan dengan bentuk distribusi hasil identifikasi pola datanya dari fungsi *likelihood*.

      (a) Distribusi prior konjugat atau prior sekawan, digunakan apabila fungsi kepekatan peluang prior yang dipilih sepola dengan bentuk distribusi pola data yang dinyatakan dalam fungsi *likelihood*.
      (b) Distribusi prior non konjugat, digunakan apabila fungsi kepekatan peluang prior yang dipilih tidak sepola dengan bentuk distribusi pola data dari fungsi *likelihood*.

   (2) Berdasarkan diketahui atau tidaknya informasi parameter.

      (a) Distribusi prior informatif digunakan apabila informasi mengenai sebaran parameter diketahui.
      (b) Distribusi prior non-informatif digunakan apabila informasi awal tentang parameter distribusi sangat kurang atau tidak diketahui. Salah satu jenis prior non-informatif adalah prior Jeffery.

(3) Distribusi Posterior

Definisi 2.7. [1] *Fungsi kepekatan peluang bersyarat dari θ diberikan pengamatan contoh $\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, \cdots, x_n)$, disebut fungsi kepekatan peluang posterior dan diberikan oleh*

$$f(\theta|\boldsymbol{x}) = \frac{f(\boldsymbol{x}|\theta)f(\theta)}{\int_{-\infty}^{\infty} f(\boldsymbol{x}|\theta)f(\theta)d\theta}.$$

Definisi 2.8. [10] *Mean dari distribusi posterior $f(\theta|x_1, x_2, \cdots, x_n)$ dinyatakan dengan $\hat{\theta}$, disebut penduga Bayes untuk θ.*

2.3. *Metode Jeffrey*

(**Aturan Jeffrey**) Distribusi prior $f(\theta)$ dikatakan distribusi prior non-informatif dari parameter θ jika distribusi prior tersebut proporsional dengan akar dari informasi Fisher $I(\theta)$ [2]:

$$f(\theta) \propto \sqrt{I(\theta)}, \tag{2.5}$$

dengan informasi Fisher dan parameter θ untuk suatu peubah acak $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \cdots, X_n)$ didefinisikan dengan

$$I(\theta) = -E\left[\frac{\partial^2 \ln f(\mathbf{x}|\theta)}{\partial\theta^2}\right]. \tag{2.6}$$

2.4. *Inferensi Bayesian dari Distribusi Poisson*

Misalkan X adalah peubah acak dari distribusi distribusi Poisson μ dengan fungsi kepekatan peluang seperti pada persamaan (2.3). Inferensi Bayesian dari distribusi Poisson yang akan diuraikan pada subbab ini meliputi penentuan distribusi posterior menggunakan berbagai prior [3].

2.4.1. *Fungsi Likelihood dari Distribusi Poisson*

Fungsi *likelihood* dari peubah acak ganda berdistribusi Poisson adalah hasil kali fungsi kepekatan peluang dari masing-masing peubah acak, yaitu:

$$f(\mathbf{x}|\mu) = \frac{\mu^{\sum_{i=1}^{n} x_i} e^{-n\mu}}{\prod_{i=1}^{n} x_i!}. \tag{2.7}$$

2.4.2. *Penduga Parameter μ dengan Distribusi Prior Gamma*

Distribusi Gamma adalah distribusi prior konjugat dari distribusi Poisson. Dengan sebaran prior ini diasumsikan parameter μ dari sebaran Poisson berdistribusi Gamma (α, β) dengan fungsi kepekatan peluang

$$f(\mu) = \frac{1}{\beta^{\alpha}\Gamma(\alpha)} \mu^{\alpha-1} e^{-\frac{\mu}{\beta}}, \ \mu \geq 0. \tag{2.8}$$

Dari persamaan (2.8) dan fungsi *likelihood* pada persamaan (2.7) diperoleh distribusi posterior, yaitu:

$$f(\mu|\mathbf{x}) = \frac{e^{-\mu\left(n+\frac{1}{\beta}\right)} \mu^{\sum_{i=1}^{n} x_i+\alpha-1}}{\Gamma\left(\sum_{i=1}^{n} x_i + \alpha\right)\left(n + \frac{1}{\beta}\right)^{-\left(\sum_{i=1}^{n} x_i+\alpha\right)}}, \tag{2.9}$$

atau dapat dinyatakan bahwa

$$(\mu|\mathbf{X}) \sim Gamma\left(\sum_{i=1}^{n} x_i + \alpha, \frac{1}{n + \frac{1}{\beta}}\right). \tag{2.10}$$

Penduga titik Bayes untuk parameter μ dengan menggunakan prior konjugat distribusi Gamma adalah

$$\hat{\mu} = E(\mu|\mathbf{X}) = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i + \alpha}{n + \frac{1}{\beta}}. \tag{2.11}$$

2.4.3. *Penduga Parameter μ dengan Distribusi Prior Non-konjugat*

Pada kasus ini, nilai parameter μ diberikan untuk sebarang nilai positif dan akan diestimasi dengan menggunakan distribusi prior nonkonjugat yaitu distribusi Uniform. Fungsi kepekatan peluang Uniform positif bagi μ dapat dinyatakan dalam bentuk

$$f(\mu) = 1, \quad 0 \leq \mu \leq 1. \tag{2.12}$$

Dengan persamaan (2.12) dan fungsi *likelihood* pada persamaan (2.7) diperoleh distribusi posterior, yaitu:

$$f(\mu|\mathbf{x}) = \frac{e^{-n\mu}\mu^{\sum_{i=1}^{n} x_i}}{\Gamma\Big(\sum_{i=1}^{n} x_i + 1\Big) n^{-\left(\sum_{i=1}^{n} x_i + 1\right)}}, \tag{2.13}$$

atau dapat dinyatakan bahwa

$$(\mu|\mathbf{X}) \sim Gamma\left(\sum_{i=1}^{n} x_i + 1, \frac{1}{n}\right). \tag{2.14}$$

Penduga titik Bayes untuk parameter μ dengan menggunakan prior nonkonjugat distribusi Uniform adalah

$$\hat{\mu} = E(\mu|\mathbf{X}) = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i + 1}{n}. \tag{2.15}$$

2.4.4. *Pendugaan Parameter μ dengan Distribusi Prior Non-informatif*

Fungsi kepekatan peluang prior Jeffrey untuk data yang berdistribusi Poisson adalah

$$f(\mu) = \sqrt{\frac{n}{\mu}} \text{ dengan } n \text{ konstanta}. \tag{2.16}$$

Dengan persamaan (2.16) dan fungsi *likelihood* pada persamaan (2.7) diperoleh distribusi posterior, yaitu:

$$f(\mu|\mathbf{x}) = \frac{e^{-n\mu}\mu^{\sum_{i=1}^{n} x_i - \frac{1}{2}}}{\Gamma\Big(\sum_{i=1}^{n} x_i + \frac{1}{2}\Big) n^{-\left(\sum_{i=1}^{n} x_i + \frac{1}{2}\right)}}, \tag{2.17}$$

atau dapat dinyatakan bahwa

$$(\mu|\mathbf{X}) \sim Gamma\left(\sum_{i=1}^{n} + \frac{1}{2}, \frac{1}{n}\right). \tag{2.18}$$

Jadi penduga titik Bayes untuk parameter μ dengan menggunakan prior no informatif distribusi Gamma adalah

$$\hat{\mu} = E(\mu|X) = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i + \frac{1}{2}}{n}. \tag{2.19}$$

2.5. *Selang Kepercayaan Bayes*

Pendugaan selang adalah pendugaan terhadap parameter populasi yang nilainya berada di dalam selang dengan taraf kepercayaan tertentu.

Definisi 2.9. [11] **(Dalil Limit Pusat)** *Jika contoh acak berukuran n diambil sebarang dari populasi berukuran N yang mempunyai mean μ dan varian σ^2, maka* *sebaran penarikan contoh bagi mean $\overline{X}$ akan menghampiri sebaran normal dengan mean $\mu_{\overline{X}} = \mu$ dan simpangan baku $\sigma_{\overline{X}} = \sigma/\sqrt{n}$. Dengan demikian,*

$$z = \frac{\overline{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$$

merupakan sebuah nilai bagi peubah acak normal baku Z.

3. Metode Penelitian

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder Angka Kematian Bayi di semua puskesmas di Kabupaten Padang Pariaman pada tahun 2019 dan 2020. Data bersumber dari Kantor Dinas Kesehatan Kabupaten Padang Pariaman yang berjumlah 50 data. Langkah-langkah analisis data yang dilakukan dalam penelitian ini adalah:

(1) Menentukan jenis distribusi yang sesuai dari distribusi jumlah kematian bayi di Kabupaten Padang Pariaman dengan menggunakan Uji Kolmogorov-Smirnov;
(2) Menentukan pendugaan titik dan pendugaan selang untuk rata-rata jumlah kematian bayi di Kabupaten Padang Pariaman dengan menggunakan metode Bayes untuk masing-masing prior;
(3) Menentukan metode penduga terbaik dari masing-masing prior berdasarkan varian posterior dan lebar selang kepercayaan Bayes yang sudah didapatkan;
(4) Membuat kesimpulan tentang distribusi data dan parameter sebaran.

4. Pembahasan dan Hasil

4.1. *Identifikasi dan Jenis Distribusi Data*

Pertama akan dilakukan Uji Kolmogorov-Smirnov dengan mengasumsikan data berdistribusi Poisson dengan parameter tunggal μ, dengan memilih taraf nyata $\alpha = 0,05$. Hipotesis yang digunakan adalah:

H_0 : Data jumlah kematian bayi di Padang Pariaman terdistribusi Poisson.
H_1 : Data jumlah kematian bayi di Padang Pariaman tidak terdistribusi Poisson.

Berdasarkan hasil perhitungan Uji Kolmogorov–Smirnov dengan menggunakan aplikasi SPSS 16, diperoleh $p-value = 1,00$. Karena $p-value = 1,00 > 0,05$ maka tidak tolak H_0, sehingga dapat disimpulkan bahwa pada taraf nyata $0,05$ tidak dapat ditolak bahwa data jumlah kematian bayi di Padang Pariaman mengikuti distribusi Poisson.

4.2. *Pendugaan Parameter μ Distribusi Angka Kematian Bayi dengan Menggunakan Metode Bayes*

Pendugaan parameter μ distribusi angka kematian bayi dengan menggunakan metode Bayes terdiri dari pendugaan titik dan pendugaan selang dari parameter μ dengan menggunakan distribusi prior. Data yang digunakan berjumlah 50 data.

(1) Distribusi Prior Konjugat Gamma

Dari jumlah data $n = 50$ data, diperoleh $\sum_{i=1}^{50} x_i = 41$. Berdasarkan persamaan (2.7), diperoleh $\alpha = \sum_{i=1}^{50} x_i + 1$ dan $\beta = \frac{1}{50}$ sehingga $\alpha = 41 + 1 = 42$ dan $\beta = \frac{1}{50} = 0,02$. Distribusi posterior untuk μ adalah distribusi Gamma dengan parameter $(\alpha^{'}, \beta^{'})$ dimana:

$$\alpha^{'} = \sum_{i=1}^{50} x_i + \alpha = 41 + 42 = 83,$$
$$\beta^{'} = \frac{1}{n + \frac{1}{\beta}} = \frac{1}{50 + \frac{1}{0,02}} = 0,01.$$

Mean posterior dan varian posterior untuk distribusi Gamma adalah:

$$\hat{\mu} = E(\mu|\mathbf{X}) = \alpha^{'} \cdot \beta^{'} = (83) \cdot (0,01) = 0,83.$$
$$\sigma^2 = Var(\mu|\mathbf{X}) = \alpha^{'} \cdot (\beta^{'})^2 = (83) \cdot (0,01)^2 = 0,0083.$$

Berdasarkan Definisi (2.8) maka diperoleh penduga titik Bayes bagi μ pada data jumlah kematian bayi $\hat{\mu} = 0,83$. Pendugaan selang diperoleh dari *mean* posterior ($\hat{\mu}$) dan varian posterior (σ^2). Berdasarkan Definisi (2.9) diperoleh:

$$\overline{X} = \hat{\mu} = 0,83 \text{ dan } \sigma_x = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \sqrt{0,0083} = 0,09,$$

sehingga selang kepercayaan Bayes 95% untuk parameter μ adalah:

$$\overline{X} - Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \overline{X} + Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},$$
$$0,6536 < \mu < 1,0064.$$

Jadi dapat disimpulkan bahwa pada data jumlah kematian bayi selang kepercayaan Bayes 95% untuk parameter μ berada dalam selang $[0,6536,,1,0064]$ dengan lebar selang $0,3528$.

(2) Distribusi Prior Non-konjugat Uniform

Distribusi posterior untuk μ adalah distribusi Gamma dengan parameter $(\alpha^{'}, \beta^{'})$ dimana:

$$\alpha^{'} = \sum_{i=1}^{50} x_i + 1 = 41 + 1 = 42,$$
$$\beta^{'} = \frac{1}{n} = \frac{1}{50} = 0,02.$$

Mean posterior dan varian posterior untuk distribusi Gamma adalah:

$$\hat{\mu} = E(\mu|\mathbf{X}) = \alpha' \cdot \beta^{'} = (42) \cdot (0,02) = 0,84,$$
$$\sigma^2 = Var(\mu|X) = \alpha^{'} \cdot (\beta^{'})^2 = (42) \cdot (0,02)^2 = 0,0168.$$

Berdasarkan Definisi (2.8) maka diperoleh penduga titik Bayes bagi μ pada data jumlah kematian bayi adalah $\hat{\mu} = 0,84$.

Pendugaan selang diperoleh dari *mean* posterior ($\hat{\mu}$) dan varian posterior (σ^2). Berdasarkan Definisi (2.9) diperoleh:

$$\overline{X} = \hat{\mu} = 0,84 \text{ dan } \sigma_x = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \sqrt{0,0168} = 0,13,$$

sehingga selang kepercayaan Bayes 95% untuk parameter μ adalah

$$\overline{X} - Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \overline{X} + Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},$$
$$0,5852 < \mu < 1,0948.$$

Jadi dapat disimpulkan bahwa pada data jumlah kematian bayi selang kepercayaan Bayes 95% untuk parameter μ berada dalam selang $[0,5852, 1,0948]$ dengan lebar selang $0,5096$.

(3) Distribusi Prior Non-informatif
Distribusi posterior untuk μ adalah distribusi Gamma dengan parameter $(\alpha^{'}, \beta^{'})$ dimana:

$$\alpha^{'} = \sum_{i=1}^{50} x_i + \frac{1}{2} = 41 + \frac{1}{2} = 41,5,$$
$$\beta^{'} = \frac{1}{n} = \frac{1}{50} = 0,02,$$

atau $\mu|\mathbf{X} \sim Gamma(41,5, 0,02)$.
Mean posterior dan varian posterior untuk distribusi Gamma adalah:

$$\hat{\mu} = E(\mu|\mathbf{X}) = \alpha^{'} \cdot \beta^{'} = (41,5) \cdot (0,02) = 0,83,$$
$$\sigma^2 = Var(\mu|\mathbf{X}) = \alpha^{'}(\beta^{'})^2 = (41,5) \cdot (0,02)^2 = 0,0166.$$

Berdasarkan Definisi (2.8) maka diperoleh penduga titik Bayes bagi μ pada data jumlah kematian bayi $\hat{\mu} = 0,83$. Notasikan posterior ($\hat{\mu}$) dan varian posterior (σ^2). Berdasarkan Definisi (2.9) diperoleh:

$$\overline{X} = \hat{\mu} = 0,83 \text{ dan } \sigma_x = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \sqrt{0,0166} = 0,1288,$$

sehingga selang kepercayaan Bayes 95% untuk parameter μ adalah

$$\overline{X} - Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \overline{X} + Z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},$$
$$0,577552 < \mu < 1,082448.$$

Jadi dapat disimpulkan bahwa pada data jumlah kematian bayi selang kepercayaan Bayes 95% untuk parameter μ berada dalam selang $[0,577552, 1,082448]$ dengan lebar selang $0,504896$.

Dari uraian di atas diketahui bahwa dugaan rata-rata dan lebar selang dengan menggunakan ketiga prior seperti pada Tabel 1.

Berdasarkan Tabel 1 diperoleh informasi bahwa dengan menggunakan distribusi prior konjugat Gamma untuk rata-rata jumlah kematian bayi yang berdistribusi Poisson, diperoleh penduga Bayes terbaik dibandingkan dengan dua penduga bayes dengan prior berbeda lainnya. Dengan nilai dugaan rata-rata jumlah kematian bayi yang relatif sama, selang dugaan yang diperoleh lebih sempit dengan menggunakan distribusi prior Gamma dibandingkan penduga yang lain.

Tabel 1. Hasil Perhitungan Pendugaan Parameter dari Berbagai Distribusi Prior Pada Data Jumlah Kematian Bayi

Distribusi Prior	$\hat{\mu}$	σ	Lebar Selang
Gamma	$0,83$	$0,09$	$0,3528$
Uniform	$0,84$	$0,13$	$0,5096$
Jeffreys	$0,83$	$0,1288$	$0,504896$

5. Kesimpulan

Dari hasil analisis didapat bahwa rata-rata jumlah kematian bayi di Kabupaten Padang Pariaman menyebar menurut sebaran Poisson. Dengan menggunakan metode Bayes dengan tiga sebaran prior, yaitu prior konjugat Gamma, prior non-konjugat Uniform dan prior Jeffery, diperoleh dugaan rata-rata kematian bayi di puskesmas di Padang Pariaman adalah sekitar $0,83$. Disimpulkan juga bahwa pendugaan yang dilakukan dengan menggunakan distribusi prior konjugat Gamma lebih baik karena menghasilkan selang dugaan yang lebih sempit.

Daftar Pustaka

[1] Bain, L.J dan M. Engelhardt, 1992, *Introduction to Probability and Mathematical Statistics*, Second Edition, Duxbury Press, California
[2] Box, G.E.P dan G.C. Tiao, 1973, *Bayesian Inference in Statistical Analysis*, Addison-Wesley Publishing Company, Inc. Philipines
[3] Yanuar, F., 2019, *Statistika Bayesian*, CV IRDH, Yogyakarta
[4] Hajarisman, N., Mutaqin, A.K., Iswani A., 2013, Pendugaan Angka Kematian Bayi Melalui Model Poisson Bayes Berhirarki Dua-Level. *Statistika* Vol. **13**(2): 81 – 92
[5] Hasanah, U., 2018, Pendugaan Parameter dari Distribusi Gamma dengan Metode Bayes, *Skripsi S1, tidak diterbitkan*, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Andalas, Padang
[6] Kementerian Kesehatan, 2014, Profil Kesehatan 2014 Dinas Kesehatan Provinsi Sumatera Barat, https://pusdatin.kemenkes.go.id, tanggal akses 22 April 2022
[7] Rahmadiah, A., 2018, Inferensia Bayesian pada Distribusi Eksponensial. *Skripsi S1, tidak diterbitkan.* Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Andalas, Padang
[8] Siegel, S., 1985, *Statistik Nonparametrik*, PT Gramedia, Jakarta
[9] Speigel, M.R, J.J. Schiller dan R.A. Srinivasan, 2009, *Probability and Statistics* Third Edition, The McGraw-Hill Companies Inc., New York
[10] Walpole, R.E dan R.H. Myers, 1995, *Probability and Statistics for Engineers Scientists*, Ninth Edition, Pearson Education Inc, New of America
[11] Walpole, R.E., 1993, *Pengantar Statistika Edisi Ketiga*, PT Gramedia, Jakarta