

REDUKSI PARAMETER PADA *SOFT SET*

MHD. ZUKRI, ADMI NAZRA*, YANITA

*Program Studi Matematika,
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Andalas,
Kampus UNAND Limau Manis Padang 25163, Indonesia.
email : zukrimuhammad12@gmail.com, nazra@sci.unand.ac.id, yanita@sci.unand.ac.id*

Diterima 6 Maret 2023 Direvisi 15 April 2024 Dipublikasikan 30 April 2024

Abstrak. *Soft set* merupakan salah satu teori matematika yang mengkaji tentang ketidakpastian dalam suatu pengambilan keputusan dalam kehidupan sehari-hari. Di sisi lain, sering kali terjadi pengambilan keputusan dengan melibatkan data yang banyak. Terdapat kemungkinan beberapa data tersebut ada yang dapat diabaikan tanpa mengubah keputusan awalnya. Usaha untuk mengabaikan beberapa informasi yang berlebihan tanpa mengubah hasil keputusan awalnya disebut dengan reduksi parameter. Pada penelitian ini, dikaji kembali konsep reduksi parameter oleh Kong dkk. tahun 2008 yang menggunakan suatu metode dimana derajat kepentingan digunakan sebagai acuan untuk mereduksi parameter dalam pengambilan keputusan. Selanjutnya metode ini akan dibandingkan dengan algoritma alternatif yang mana proses reduksinya cukup dengan menghitung kelipatan dari banyaknya objek dalam pengambilan keputusan.
Kata Kunci: Proses Pengambilan Keputusan, Reduksi Parameter, *Soft set*.

Abstract. The soft set is one of the mathematical theories examining uncertainty in everyday decision-making. On the other hand, decision-making often involves many data. Some of this data can be ignored without changing the original decision. The attempt to ignore some information overload without changing the outcome of the initial decision is called parameter reduction. In this study, the concept of parameter reduction was reviewed by Kong et al. in 2008, which used a method where the degree of importance was used as a reference to reduce parameters in decision-making. Furthermore, this method will be compared with alternative algorithms where the reduction process is sufficient by calculating multiples of the number of objects in decision-making.
Keywords: Decision Making Process, Parameter Reduction, Soft Set

1. Pendahuluan

Beberapa masalah praktis dan kompleks di berbagai bidang melibatkan data yang tidak pasti, tidak jelas, dan tidak terdefinisi dengan baik. Sebagai contoh, misalnya beberapa orang melakukan penilaian terhadap seberapa bagus buku yang mereka baca. Mereka tentu akan memberikan penilaian yang berbeda-beda atau

*Penulis korespondensi

bisa dikatakan nilainya tidak pasti, tidak jelas, dan tidak terdefinisi dengan baik. Ketidakpastian tersebut dapat diatasi dengan memanfaatkan teori *fuzzy set* [8].

Pada tahun 1999, Molodtsov mengusulkan teori *soft set* [7] yang menggambarkan suatu masalah pengambilan keputusan yang melibatkan beberapa parameter. *Soft set* dapat dinyatakan sebagai suatu himpunan dari pasangan-pasangan antara parameter dengan objek yang terkait, yaitu mengelompokkan objek-objek yang memenuhi atau tidak memenuhi suatu parameter. Saat ini kajian tentang teori *soft set* mengalami kemajuan yang pesat. Maji dkk. [4] pertama kali memperkenalkan beberapa definisi operasi terkait *soft set*, yaitu operasi AND, OR, NOT, gabungan, irisan, dan juga hukum De Morgan. Ali dkk. [1] kemudian memperbaiki beberapa kesalahan dari Maji dkk. [4] terkait operasi gabungan dan irisan.

Pada *soft set*, sering kali terjadi pengambilan keputusan dengan melibatkan data yang banyak. Ada kemungkinan beberapa informasi yang terkait dengan parameter-parameter tertentu dari data tersebut dapat diabaikan tanpa mengubah keputusan awalnya. Usaha untuk menghilangkan beberapa informasi (atau parameter) yang berlebihan tanpa mengubah hasil keputusan sebelumnya disebut dengan reduksi parameter. Dalam 15 tahun terakhir, beberapa upaya telah dilakukan untuk mereduksi parameter dari *soft set*, di antaranya adalah konsep reduksi parameter yang diperkenalkan oleh Chen dkk. [2] sebagai suatu perbaikan dari konsep yang diperkenalkan oleh Maji dkk. [6]. Selanjutnya diperkenalkan konsep *normal parameter reduction* (NPR) oleh Kong dkk. [3] dan suatu algoritma NPR juga disajikan di dalamnya. Namun algoritma ini sulit dipahami dan melibatkan banyak perhitungan, karena menggunakan perhitungan terhadap nilai derajat kepentingan parameter-nya. Selanjutnya, Ma, dkk. [5] mengusulkan suatu algoritma baru yang lebih sederhana dan mudah dipahami tanpa menghitung nilai derajat kepentingan parameter-nya. Untuk mencari kandidat parameter yang akan direduksi cukup dengan menghitung kelipatan dari banyak objeknya.

Oleh karena itu, pada penelitian ini akan dikaji kembali tentang reduksi parameter pada *soft set* yang terdapat pada [3] dan [5]. Kajian ini cukup menarik karena terdapat beberapa perbedaan antara [3] dan [5].

2. Soft Set

Berikut diberikan definisi *soft set* yang diperkenalkan oleh Molodtsov [7] pada tahun 1999.

Definisi 2.1. [7] Misalkan $U = \{h_1, h_2, \dots, h_n\}$ adalah suatu himpunan yang disebut himpunan semesta yang tak kosong. Misalkan $E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$ adalah suatu himpunan dari parameter-parameter dan $P(U)$ adalah suatu himpunan kuasa atas U . Pasangan (F, E) disebut *soft set* (F, E) atas U jika dan hanya jika F adalah suatu pemetaan $F : E \rightarrow P(U)$, yang dapat dinyatakan sebagai himpunan pasangan terurut yang berbentuk:

$$(F, E) = \{(e, F(e)) | e \in E, F(e) \in P(U)\}.$$

Misalkan didefinisikan suatu fungsi karakteristik $\mu_{F(e_j)}(h_i)$, yaitu:

$$\mu_{F(e_j)}(h_i) = \begin{cases} 1, & \text{jika } h_i \in F(e_j), \\ 0, & \text{jika } h_i \notin F(e_j). \end{cases}$$

Terkait dengan suatu fungsi karakteristik $\mu_{F(e_j)}(h_i)$, *soft set* (F, E) dapat ditulis dalam bentuk tabel representasi sebagai berikut.

Tabel 1. Representasi Soft Set (F, E) atas U

(U, E)	e_1	e_2	$\cdots$	e_m
h_1	$\mu_{F(e_1)}(h_1)$	$\mu_{F(e_2)}(h_1)$	$\cdots$	$\mu_{F(e_m)}(h_1)$
h_2	$\mu_{F(e_1)}(h_2)$	$\mu_{F(e_2)}(h_2)$	$\cdots$	$\mu_{F(e_m)}(h_2)$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
h_n	$\mu_{F(e_1)}(h_n)$	$\mu_{F(e_2)}(h_n)$	$\cdots$	$\mu_{F(e_m)}(h_n)$

. Jika disajikan dalam bentuk matriks:

$$\begin{bmatrix} \mu_{F(e_1)}(h_1) & \cdots & \mu_{F(e_m)}(h_1) \\ \mu_{F(e_1)}(h_2) & \cdots & \mu_{F(e_m)}(h_2) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mu_{F(e_1)}(h_n) & \cdots & \mu_{F(e_m)}(h_n) \end{bmatrix}. \quad (2.1)$$

Jika dimisalkan $\mu_{F(e_j)}(h_i) = h_{ij}$, untuk $i = 1, 2, \dots, n$ dan $j = 1, 2, \dots, m$, maka (2.1) dapat dibuat dalam bentuk:

$$\begin{bmatrix} h_{11} & \cdots & h_{1j} \\ h_{21} & \cdots & h_{2j} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{i1} & \cdots & h_{ij} \end{bmatrix}. \quad (2.2)$$

3. Normal Parameter Reduction (NPR)

Pada bagian ini akan dijelaskan kembali suatu teknik untuk mereduksi parameter yang diteliti oleh Kong dkk. [3] yang mengembangkan sebuah algoritma untuk menyelesaikan masalah pengambilan keputusan.

Misalkan diberikan suatu *soft set* (F, E) atas U dengan suatu tabel representasi, dimana $U = \{h_1, h_2, \dots, h_n\}$ adalah himpunan objek, $E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$ adalah himpunan parameter, dan h_{ij} adalah entri-entri yang ada pada tabel representasi dari *soft set* (F, E) atas U , dimana $i = 1, 2, \dots, n$ dan $j = 1, 2, \dots, m$.

Definisi 3.1. [5] Untuk *soft set* (F, E) atas U , dengan $U = \{h_1, h_2, \dots, h_n\}$ adalah himpunan objek, dan $E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$ adalah himpunan parameter, $f_E(h_i) = \sum_{j=1}^m h_{ij}$, disebut sebagai nilai skor dari objek h_i .

Definisi 3.2. Misalkan diberikan suatu soft set (F, E) atas U , dengan $U = \{h_1, h_2, \dots, h_n\}$ adalah himpunan objek dan $E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$ adalah suatu himpunan parameter. Didefinisikan $f(e_j) = \sum_{i=1}^n h_{ij}$ yang disebut sebagai banyaknya objek yang berkaitan dengan parameter e_j .

Definisi 3.3. [5] Misalkan diberikan suatu soft set (F, E) atas U , dimana $U = \{h_1, h_2, \dots, h_n\}$ dan $E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$. Misalkan $A = \{e'_1, e'_2, \dots, e'_p\} \subset E$, dimana $p < m$. Untuk setiap subset $B \subseteq A$, suatu indiscernibility relation $IND(B)$ didefinisikan sebagai berikut.

$$IND(B) = \{(h_i, h_j) \in U \times U \mid f_B(h_i) = f_B(h_j)\}.$$

Untuk soft set (F, E) atas U , suatu partisi keputusan dari soft set (F, E) atas U didefinisikan sebagai berikut.

$$C_E = \{\{h_1, h_2, \dots, h_i\}_{f_1}, \{h_{i+1}, \dots, h_j\}_{f_2}, \dots, \{h_k, \dots, h_n\}_{f_s}\},$$

dimana untuk subclass $\{h_v, h_{v+1}, \dots, h_{v+w}\}_{f_i}$, berlaku $f_E(h_v) = f_E(h_{v+1}) = \dots = f_E(h_{v+w}) = f_i$, dan $f_1 \geq f_2 \geq \dots \geq f_s$, untuk suatu $s \in \mathbb{N}$. Dengan kata lain, objek-objek pada U diklasifikasikan dan diurutkan menurut nilai dari $f_E(h_i)$ berdasarkan hubungan indiscernibility.

Definisi 3.4. [3] Misalkan diberikan suatu soft set (F, E) atas U , dimana $U = \{h_1, h_2, \dots, h_n\}$ adalah himpunan dari objek-objek dan $E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$ adalah himpunan parameter-parameter. Jika terdapat suatu $A = \{e'_1, e'_2, \dots, e'_p\} \subset E$ yang memenuhi $f_A(h_1) = f_A(h_2) = \dots = f_A(h_n)$, maka A disebut dispensable, sebaliknya, jika terdapat $h_i \in U$ sedemikian sehingga $f_A(h_i) \neq f_A(h_j)$ untuk suatu $h_j \in U$, maka A disebut indispensable. Suatu himpunan $B \subset E$ adalah normal parameter reduction (NPR) atas E , jika memenuhi kondisi berikut.

- (1) B indispensable.
- (2) $f_{E-B}(h_1) = f_{E-B}(h_2) = \dots = f_{E-B}(h_n)$.

3.1. Teknik Mereduksi Berdasarkan Algoritma Kong

Pada bagian ini akan dijelaskan suatu algoritma untuk mereduksi parameter yang diteliti oleh Kong dkk. [3].

Misalkan $U = \{h_1, h_2, \dots, h_n\}$ adalah himpunan objek dan $E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$ adalah himpunan parameter. Untuk suatu soft set (F, E) atas U dengan partisi keputusan

$$C_E = \{\{h_1, h_2, \dots, h_i\}_{f_1}, \{h_{i+1}, \dots, h_j\}_{f_2}, \dots, \{h_k, \dots, h_n\}_{f_s}\},$$

jika parameter e_j dapat diabaikan, maka partisi keputusan dari soft set (F, E) atas U dapat berubah, dan partisi keputusan tersebut dapat dinyatakan dalam bentuk

$$C_{E-\{e_j\}} = \{\{h_{1'}, h_{2'}, \dots, h_{i'}\}_{f_{1'}}, \{h_{i'+1'}, \dots, h_{j'}\}_{f_{2'}}, \dots, \{h_{k'}, \dots, h_{n'}\}_{f_{s'}}\},$$

untuk suatu $s \in \mathbb{N}$.

Parameter e_j diabaikan untuk mendapatkan partisi baru yang akan digunakan dalam menghitung nilai derajat kepentingan parameternya. Untuk mempermudah pengerjaan, elemen-elemen pada C_E dan $C_{E-\{e_j\}}$ dinotasikan sebagai berikut.

$$C_E = \{E_{f_1}, E_{f_2}, \dots, E_{f_s}\},$$

$$C_{E-\{e_j\}} = \{\overline{\{E - \{e_j\}\}_{f_{1'}}}, \overline{\{E - \{e_j\}\}_{f_{2'}}}, \dots, \overline{\{E - \{e_j\}\}_{f_{s'}}}\},$$

dengan

$$\begin{aligned} E_{f_1} &= \{h_1, h_2, \dots, h_i\}_{f_1}, \\ E_{f_2} &= \{h_{i+1}, \dots, h_j\}_{f_2}, \\ &\dots, \\ E_{f_s} &= \{h_k, \dots, h_n\}_{f_s}, \\ \overline{\{E - \{e_j\}\}_{f_{1'}}} &= \{h_{1'}, h_{2'}, \dots, h_{i'}\}_{f_{1'}}, \\ \overline{\{E - \{e_j\}\}_{f_{2'}}} &= \{h_{i+1'}, \dots, h_{j'}\}_{f_{2'}}, \\ &\dots, \\ \overline{\{E - \{e_j\}\}_{f_{s'}}} &= \{h_{k'}, \dots, h_{n'}\}_{f_{s'}}. \end{aligned}$$

Definisi 3.5. [3] Diberikan suatu soft set (F, E) atas U , dengan $U = \{h_1, h_2, \dots, h_n\}$ dan $E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$. Berdasarkan partisi keputusan dan partisi keputusan dengan mengabaikan e_j dari soft set (F, E) atas U , suatu derajat kepentingan dari e_j untuk partisi keputusan dari soft set (F, E) atas U didefinisikan sebagai berikut.

$$r_{e_j} = \frac{1}{|U|} (\alpha_{1,e_j} + \alpha_{2,e_j} + \dots + \alpha_{s,e_j}),$$

dimana $|\cdot|$ menyatakan kardinalitas dari himpunan, dan

$$\alpha_{k,e_j} = \begin{cases} |E_{f_k} - \overline{\{E - \{e_j\}\}_{f_{z'}}}|, & \text{jika terdapat } z' \text{ sehingga } f_k = f_{z'}, 1 \leq z' \leq s', \\ 1 \leq k \leq s, & \text{untuk suatu } s, s' \in \mathbb{N} \\ |E_{f_k}|, & \text{selainnya.} \end{cases}$$

Definisi 3.6. [3] Misalkan diberikan suatu soft set (F, E) atas U , dengan himpunan parameter $E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$, $A = \{e'_1, e'_2, \dots, e'_p\} \subset E$ dan himpunan objek $U = \{h_1, h_2, \dots, h_n\}$. Misalkan partisi keputusan dari soft set (F, E) atas U adalah $C_E = \{E_{f_1}, E_{f_2}, \dots, E_{f_s}\}$ dan partisi keputusan dengan mengabaikan A dari soft set $(F, E - A)$ atas U adalah $C_{E-A} = \{\overline{\{E - A\}_{f_{1'}}}, \overline{\{E - A\}_{f_{2'}}}, \dots, \overline{\{E - A\}_{f_{s'}}}\}$. Derajat kepentingan dari partisi keputusan dengan mengabaikan A dari soft set $(F, E - A)$ atas U didefinisikan sebagai berikut.

$$r_A = \frac{1}{|U|} (\alpha_{1,A} + \alpha_{2,A} + \dots + \alpha_{s,A}),$$

dimana

$$\alpha_{k,A} = \begin{cases} |E_{f_k} - \overline{\{E - A\}_{f_{z'}}}|, & \text{jika terdapat } z' \text{ sehingga } f_k = f_{z'}, 1 \leq z' \leq s', \\ 1 \leq k \leq s, & \text{untuk suatu } s, s' \in \mathbb{N} \\ |E_{f_k}|, & \text{selainnya.} \end{cases}$$

Derajat kepentingan parameter memiliki proposisi sebagai berikut.

Proposisi 3.7. [3] Untuk suatu soft set (F, E) atas U , dengan himpunan parameter $E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$, berlaku $0 \leq r_{e_j} \leq 1$.

Bukti. Misalkan $r_{e_j} = \frac{1}{|U|}(\alpha_{1,e_j} + \alpha_{2,e_j} + \dots + \alpha_{s,e_j})$, $\alpha_{k,e_j} = |E_{f_k} - \overline{\{E - \{e_j\}\}_{f_{z'}}}| \leq |E_{f_k}|$ (jika terdapat z' yang memenuhi $f_k = f_{z'}$, $1 \leq z' \leq s'$, $1 \leq k \leq s$). Perhatikan $|E_{f_1}| + |E_{f_2}| + \dots + |E_{f_s}| = |U|$, karena itu

$$\begin{aligned} r_{e_j} &= \frac{1}{|U|}(\alpha_{1,e_j} + \alpha_{2,e_j} + \dots + \alpha_{s,e_j}), \\ &\leq \frac{1}{|U|}(|E_{f_1}| + |E_{f_2}| + \dots + |E_{f_s}|), \\ &= 1. \end{aligned}$$

Jelas bahwa dari Definisi 3.5, $0 \leq r_{e_j}$. Terbukti $0 \leq r_{e_j} \leq 1$. $\square$

Proposisi 3.8. [3] Derajat kepentingan parameter $r_{e_j} = 0$ jika dan hanya jika nilai $f(e_j) = 0$; $r_{e_j} = 1$ jika dan hanya jika nilai $f(e_j) = 1$.

Bukti. Misalkan terdapat derajat kepentingan $r_{e_j} = \frac{1}{|U|}(\alpha_{1,e_j} + \alpha_{2,e_j} + \dots + \alpha_{s,e_j})$. Misalkan partisi keputusan dari soft set (F, E) atas U , dan partisi keputusan dengan mengabaikan e_j dari soft set (F, E) atas U , masing-masing adalah $C_E = \{E_{f_1}, E_{f_2}, \dots, E_{f_s}\}$ dan $C_{E-\{e_j\}} = \{\overline{\{E - \{e_j\}\}_{f_{z'}}}, \overline{\{E - \{e_j\}\}_{f_{z'}}}, \dots, \overline{\{E - \{e_j\}\}_{f_{s'}}}\}$.

Misalkan $r_{e_j} = 0$. Ini berarti bahwa $\alpha_{k,e_j} = 0$ untuk setiap $1 \leq k \leq s$, artinya, $|E_{f_k} - \overline{\{E - \{e_j\}\}_{f_{z'}}}| = 0$ (jika terdapat z' yang memenuhi $f_k = f_{z'}$, $1 \leq z' \leq s'$, $1 \leq k \leq s$) atau $E_{f_k} - \overline{\{E - \{e_j\}\}_{f_{z'}}} = \emptyset$. Jelas bahwa, $E_{f_k} = \overline{\{E - \{e_j\}\}_{f_{z'}}$, atau $E_{f_k} \subseteq \overline{\{E - \{e_j\}\}_{f_{z'}}$. Untuk kasus $E_{f_k} \subseteq \overline{\{E - \{e_j\}\}_{f_{z'}}$, hal ini tidak mungkin terjadi karena jika hal ini terjadi artinya terdapat suatu f_k yang mana $f_k \neq f_{z'}$. Akibatnya $|E_{f_k}| \neq 0$, sehingga $r_{e_j} \neq 0$ (kontradiksi dengan asumsi). Tersirat bahwa skor setiap objek tidak berubah sebelum dan sesudah mengabaikan parameter e_j , karena $f(e_j) = 0$. Sementara jika $f(e_j) = 0$, untuk setiap $h_i \in E_{f_k}$, maka $h_i \in \overline{E - \{e_j\}}$. Jadi $E_{f_k} - \overline{\{E - \{e_j\}\}_{f_{z'}}} = \emptyset$, hasil dari $|E_{f_k} - \overline{\{E - \{e_j\}\}_{f_{z'}}}| = 0$ ($f_k = f_{z'}$, $1 \leq k \leq s$, $1 \leq z' \leq s'$), sehingga $\alpha_{k,e_j} = 0$, ($1 \leq k \leq s$). Oleh karena itu, haruslah $r_{e_j} = 0$.

Demikian pula, jika $r_{e_j} = 1$, $|E_{f_k} - \overline{\{E - \{e_j\}\}_{f_{z'}}}| = |E_{f_k}|$ ($f_k = f_{z'}$, $1 \leq k \leq s$, $1 \leq z' \leq s'$). Jelas bahwa, skor untuk setiap objek berubah setelah parameter e_j diabaikan, karena $f(e_j) = 1$. Untuk $f(e_j) = 1$, untuk setiap $h_{ij} = 1$, hasil dari $|E_{f_k} - \overline{\{E - \{e_j\}\}_{f_{z'}}}| = |E_{f_k}|$, ($f_k = f_{z'}$, $1 \leq k \leq s$, $1 \leq z' \leq s'$). Jadi $r_{e_j} = 1$. $\square$

Proposisi 3.9. [3] Jika banyaknya nilai $f(e_j) = 1$ pada kolom e_j lebih banyak dari banyaknya $f(e_j) = 1$ pada kolom e_i , maka $r_{e_j} > r_{e_i}$.

Bukti. Untuk $|E_{f_k} - \overline{\{E - \{e_j\}\}_{f_{z'}}}|, |E_{f_k} - \overline{\{E - \{e_i\}\}_{f_{z'}}}|$, ($f_k = f_z$, $1 \leq k \leq s$, $1 \leq z \leq s$, $1 \leq z' \leq s'$), berdasarkan Definisi 3.5, semakin banyak $f(e_j) = 1$, semakin banyak juga skor yang berubah. Jadi nilai dari $|E_{f_k} - \overline{\{E - \{e_j\}\}_{f_{z'}}}|$ lebih

besar dari $|E_{f_k} - \overline{\{E - \{e_i\}\}_{f_{z'}}}|$, $1 \leq k \leq s$, $1 \leq z \leq s$, $1 \leq z' \leq s'$. Dengan demikian, $r_{e_j} > r_{e_i}$. $\square$

Teorema 3.10. [3] Untuk suatu soft set (F, E) atas U , dimana $U = \{h_1, h_2, \dots, h_n\}$ dan $E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$, jika terdapat suatu subset $A = \{e'_1, e'_2, \dots, e'_p\} \subset E$, sedemikian sehingga $E - A$ adalah NPR dari E , maka $r_A = 1$ dan $r_{e'_1} + r_{e'_2} + \dots + r_{e'_p} = f_A(h_i)$ atau $r_A = 0$ dan $r_{e'_1} + r_{e'_2} + \dots + r_{e'_p} = f_A(h_i)$.

Bukti. Jika $E - A$ adalah NPR dari E , maka didapatkan $f_A(h_1) = f_A(h_2) = \dots = f_A(h_n)$. Jelas bahwa, $f_A(h_i) = c$ atau $f_A(h_i) = 0$, dimana $c \in \mathbb{N}$ dan $i = 1, 2, \dots, n$.

Misalkan $f_A(h_i) = 0$, maka $f(e'_1) = f(e'_2) = \dots = f(e'_p) = 0$, untuk $e'_1, e'_2, \dots, e'_p \in A$. Jadi untuk setiap $E_{f_k} \in C_E$, $\overline{\{E - A\}_{f_{z'}}} \in C_{E-A}$, berlaku $E_{f_k} = \overline{\{E - A\}_{f_{z'}}}$ ($f_k = f_{z'}$), artinya $\alpha_{k,A} = 0$. Oleh karena itu $r_A = 0$, sehingga $r_{e'_1} + r_{e'_2} + \dots + r_{e'_p} = 0$. Dengan demikian $r_{e'_1} + r_{e'_2} + \dots + r_{e'_p} = f_A(h_i)$.

Misalkan $f_A(h_i) = c$, $c \in \mathbb{N}$ dan $i = 1, 2, \dots, n$, $C_E = \{E_{f_1}, E_{f_2}, \dots, E_{f_s}\}$, dan $C_{E-A} = \{\overline{\{E - A\}_{f_{1'}}}, \overline{\{E - A\}_{f_{2'}}}, \dots, \overline{\{E - A\}_{f_{s'}}}\}$. Karena $f_A(h_i) = c$ dan $f_A(h_1) = f_A(h_2) = \dots = f_A(h_n)$, didapat $s = s'$, $f_1 = f_{1'} + c$, $\dots$, $f_s = f_{s'} + c$, dan subclass $E_{f_1} = \overline{\{E - A\}_{f_{1'}}}, \dots, E_{f_s} = \overline{\{E - A\}_{f_{s'}}}$. Oleh karena itu $\alpha_{k,A} = |E_{f_k} - \overline{\{E - A\}_{f_{z'}}}| = |E_{f_k}|$ ($1 \leq k \leq s$, $1' \leq z' \leq s'$, jika terdapat z' sedemikian sehingga $f_k = f_{z'}$). Dengan demikian,

$$r_A = \frac{1}{|U|} (|E_{f_1}| + \dots + |E_{f_s}|) = \frac{|U|}{|U|} = 1.$$

Misalkan $E_k = \{h_{k_1}, h_{k_2}, \dots, h_{k_v}\} \in C_E$, $k_1, k_2, \dots, k_v < n$. Karena $E - A$ adalah NPR dari E , dan $f_A(h_j) = c$ untuk setiap $h_j \in E_k$, maka terdapat $e_l \in A$ dimana $f(e_l) = 1$, dan e_l seperti itu dinyatakan dalam himpunan $\hat{A}_j$, sehingga $\hat{A}_j$ adalah subset dari A , $|\hat{A}_j| = c$, dan $f_{\hat{A}_j}(h_j) = c = f_A(h_i)$. Untuk objek yang berbeda, subset $\hat{A}_j$ juga berbeda. Jadi $\alpha_{k,e'_1} + \alpha_{k,e'_2} + \dots + \alpha_{k,e'_p} = c \times |E_k|$. Oleh karena itu,

$$\begin{aligned} r_{e'_1} + r_{e'_2} + \dots + r_{e'_p} &= \frac{1}{|U|} \left(\sum_{i=1}^s \alpha_{i,e'_1} + \sum_{i=1}^s \alpha_{i,e'_2} + \dots + \sum_{i=1}^s \alpha_{i,e'_p} \right), \\ &= \frac{1}{|U|} \left(\sum_{j=1}^p \alpha_{1,e'_j} + \sum_{j=1}^p \alpha_{2,e'_j} + \dots + \sum_{j=1}^p \alpha_{s,e'_j} \right), \\ &= \frac{1}{|U|} \times f_A(h_i) \times (|E_1| + |E_2| + \dots + |E_s|), \\ &= f_A(h_i). \end{aligned} \quad \square$$

Berikut diberikan algoritma bagaimana mendapatkan NPR yang diteliti oleh Kong dkk. [3], jika diberikan suatu soft set.

Algoritma Reduksi Parameter oleh Kong dkk. [3].

- (1) Masukkan nilai $U = \{h_1, h_2, \dots, h_n\}$;
- (2) Masukkan nilai $E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$;
- (3) Tetapkan suatu soft set (F, E) atas U dan buat dalam bentuk tabel representasi;

- (4) Hitung partisi keputusan dan partisi keputusan yang mengabaikan e_j dari *soft set* (F, E) atas U ;
- (5) Hitung derajat kepentingan parameter r_{e_j} ($1 \leq j \leq m$);
- (6) Pilih subset $A = \{e'_1, e'_2, \dots, e'_p\} \subset E$ yang anggotanya maksimal yang mana memenuhi $\sum_{j=1}^p r_{e'_j}$ adalah bilangan bulat non negatif, dimana $1 \leq j \leq p$, kemudian masukkan A ke dalam kandidat himpunan parameter yang akan direduksi;
- (7) Cek A , jika $f_A(h_1) = f_A(h_2) = \dots = f_A(h_n)$, maka $E - A$ adalah *normal parameter reduction* dan A akan dijadikan sebagai kandidat himpunan parameter yang akan direduksi. Jika tidak, A akan dihapus dari kandidat himpunan parameter yang akan direduksi;
- (8) Cari kardinalitas maksimum dari A pada kandidat himpunan parameter yang akan direduksi;
- (9) Hitung $E - A$ sebagai NPR yang optimal yang dilambangkan dengan B .

3.2. Teknik Mereduksi dengan Algoritma Alternatif

Algoritma yang disajikan oleh Kong dkk. [3] memiliki perhitungan yang sangat rumit. Untuk itu pada bagian ini akan dijelaskan suatu algoritma alternatif yang diusulkan oleh Ma dkk. [5].

Definisi 3.11. [5] Untuk suatu *soft set* (F, E) atas U , dengan $U = \{h_1, h_2, \dots, h_n\}$ dan $E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$, $S(e_j) = \sum_{i=1}^n h_{ij}$ disebut sebagai jumlah objek yang terlibat.

Definisi 3.12. [5] Untuk suatu *soft set* (F, E) atas U , dengan $U = \{h_1, h_2, \dots, h_n\}$ dan $E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$, $S_A = \sum_{j=1}^m S(e_j)$, untuk $A \subseteq E$ disebut sebagai jumlah entri-entri pada tabel representasi (F, A) .

Teorema 3.13. [5] Misalkan diberikan suatu *soft set* (F, E) atas U , dengan $U = \{h_1, h_2, \dots, h_n\}$, $E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$. Jika terdapat suatu subset $A = \{e'_1, e'_2, \dots, e'_p\} \subset E$ sedemikian sehingga $E - A$ adalah NPR atas E , maka $S_A = qn$, untuk suatu $q \in \{0, 1, 2, \dots, p\}$, dimana n adalah banyaknya anggota dari U .

Bukti. Misalkan diberikan suatu *soft set* (F, E) atas U , dengan $U = \{h_1, h_2, \dots, h_n\}$ dan $E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$. Misalkan $A = \{e'_1, e'_2, \dots, e'_p\} \subset E$ yang dapat direpresentasikan pada Tabel 2.

Berdasarkan Definisi 3.4, jika $B = E - A$ dan $B \subset E$ adalah NPR atas E , maka $f_{E-B}(h_1) = f_{E-B}(h_2) = \dots = f_{E-B}(h_n)$. Dengan kata lain, jika $A = E - B$ *dispensable*, akibatnya $f_A(h_1) = f_A(h_2) = \dots = f_A(h_n) = q$ untuk suatu $q \in \{0, 1, 2, \dots, p\}$. Untuk itu persamaan berikut harus terpenuhi.

$$\begin{aligned}
 h'_{11} + h'_{12} + \dots + h'_{1p} &= q, \\
 h'_{21} + h'_{22} + \dots + h'_{2p} &= q, \\
 &\vdots \\
 h'_{n1} + h'_{n2} + \dots + h'_{np} &= q,
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

Tabel 2. $A \subset E$

(U, A)	e'_1	e'_2	$\cdots$	e'_p	$f_A(h_i)$
h_1	h'_{11}	h'_{12}	$\cdots$	h'_{1p}	q
h_2	h'_{21}	h'_{22}	$\cdots$	h'_{2p}	q
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$	$\vdots$
h_n	h'_{n1}	h'_{n2}	$\cdots$	h'_{np}	q

dimana $q \in \{0, 1, 2, \dots, p\}$. Diperoleh:

$$\begin{aligned}
S_A &= S(e'_1) + S(e'_2) + \cdots + S(e'_p), \\
&:= (h'_{11} + h'_{21} + \cdots + (h'_{n1}) + (h'_{12} + h'_{22} + \cdots + h'_{n2}) + \cdots + (h'_{1p} \\
&\quad + h'_{2p} + \cdots + h'_{np}), \\
&:= (h'_{11} + h'_{12} + \cdots + h'_{1p}) + (h'_{21} + h'_{22} + \cdots + h'_{2p}) + \cdots + (h'_{n1} \\
&\quad + h'_{n2} + \cdots + h'_{np}), \\
&= n \cdot q.
\end{aligned}$$

Artinya, S_A adalah kelipatan dari n . □

Teorema 3.14. [5] *Diberikan suatu soft set (F, E) atas U , dengan $U = \{h_1, h_2, \dots, h_n\}$, $E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$, dan $A = \{e'_1, e'_2, \dots, e'_p\} \subset E$. Jika nilai $r_{e'_1} + r_{e'_2} + \cdots + r_{e'_p}$ adalah bilangan bulat non negatif, maka didapat $S_A = qn$, untuk $q \in \{0, 1, 2, \dots, p\}$, dimana n adalah banyak anggota dari U . Jika $S_A = qn$, untuk $q \in \{0, 1, 2, \dots, p\}$, maka $r_{e'_1} + r_{e'_2} + \cdots + r_{e'_p}$ adalah sebuah bilangan bulat non negatif.*

Bukti. Misalkan

$$C_E = \{E_{f_1}, E_{f_2}, \dots, E_{f_s}\} = \{\{h_1, h_2, \dots, h_i\}_{f_1}, \{h_{i+1}, \dots, h_j\}_{f_2}, \dots, \{h_k, \dots, h_n\}_{f_s}\}$$

merupakan partisi keputusan dari *soft set* (F, E) atas U . Jika parameter e_j dapat diabaikan dari himpunan E , maka partisi keputusannya berubah dan dapat dilambangkan dengan $C_{E-\{e_j\}} = \{E_{f'_1}, E_{f'_2}, \dots, E_{f'_s}\}$. Selanjutnya akan dihitung derajat kepentingan dari e_j dengan menggunakan Definisi 3.5. Untuk parameter e_j , jika $h_{ij} = 0$ untuk setiap $h_i \in U$, maka $r_{e_j} = 0$. Sebaliknya, jika $h_{ij} = 1$ untuk beberapa h_i , atau semua h_i , misalkan banyaknya $h_{ij} = 1$ adalah x , maka

$$r_{e_j} = \frac{x}{|U|}, \quad \sum_{i=1}^s \alpha_{i, e_j} = S(e_j).$$

Hal ini dikarenakan bahwa untuk setiap $E_{f_s} \in C_E$ terdapat beberapa kemungkinan bentuk dari $E_{f'_z} \in C_{E-\{e_j\}}$ ($f'_z = f_s$) yang bersesuaian dengan E_{f_s} , yaitu:

- (1) $E_{f'_z} = E_{f_s}$, jika $h_{ij} = 0$ untuk setiap $h_i \in E_{f_s}$,
- (2) $E_{f_s} \subset E_{f'_z}$, jika ada $h_{ij} = 1$ untuk $h_i \in E_{f_s}$,
- (3) $E_{f_s} \cap E_{f'_z} = \emptyset$, jika ada $h_{ij} = 1$ untuk $h_i \in E_{f_s}$,

- (4) $E_{f_s} \neq \emptyset$, $E_{f'_z} = \emptyset$, jika ada $h_{ij} = 1$ untuk $h_i \in E_{f_s}$,
 (5) $E_{f'_z} \neq E_{f_s}$, jika $h_{ij} = 1$ untuk setiap $h_i \in E_{f_s}$.

Kemudian, diperoleh bahwa:

$$\begin{aligned}
 q &= r_{e'_1} + r_{e'_2} + \cdots + r_{e'_p} = \frac{x_{e'_1}}{|U|} + \cdots + \frac{x_{e'_p}}{|U|} \\
 &= \frac{1}{|U|} \left(\sum_{i=1}^s \alpha_{i,e'_1} + \sum_{i=1}^s \alpha_{i,e'_2} + \cdots + \sum_{i=1}^s \alpha_{i,e'_p} \right), \\
 &= \frac{1}{|U|} (S(e'_1) + S(e'_2) + \cdots + S(e'_p)), \\
 &= \frac{1}{|U|} S_A, \\
 &= \frac{S_A}{n}.
 \end{aligned}$$

Oleh karena itu, jika nilai $r_{e'_1} + r_{e'_2} + \cdots + r_{e'_p}$ adalah bilangan bulat non negatif, maka $S_A = qn$, untuk $q \in \{0, 1, 2, \dots, p\}$, dimana n adalah banyak anggota dari U ; sebaliknya, jika $S_A = qn$, untuk $q \in \{0, 1, 2, \dots, p\}$, maka

$$\begin{aligned}
 qn &= S_A = S(e'_1) + S(e'_2) + \cdots + S(e'_p), \\
 &= \sum_{i=1}^s \alpha_{i,e'_1} + \sum_{i=1}^s \alpha_{i,e'_2} + \cdots + \sum_{i=1}^s \alpha_{i,e'_p}, \\
 &= |U|(r_{e'_1} + r_{e'_2} + \cdots + r_{e'_p}), \\
 q &= r_{e'_1} + r_{e'_2} + \cdots + r_{e'_p}.
 \end{aligned}$$

Akibatnya, $r_{e'_1} + r_{e'_2} + \cdots + r_{e'_p}$ adalah bilangan bulat non negatif. Didapat $S_A = qn$, untuk $q \in \{0, 1, 2, \dots, p\}$ dan $r_{e'_1} + r_{e'_2} + \cdots + r_{e'_p}$ bilangan bulat non negatif adalah ekuivalen. $\square$

Definisi 3.15. [5] Misalkan diberikan suatu *soft set* (F, E) atas U , dengan $U = \{h_1, h_2, \dots, h_n\}$ dan $E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$. Jika terdapat $h_{1j} = h_{2j} = \cdots = h_{nj} = 1$, untuk $j \in \{1, 2, \dots, m\}$, maka e_j dapat dilambangkan dengan e_j^1 .

Definisi 3.16. [5] Misalkan diberikan suatu *soft set* (F, E) atas U , dengan $U = \{h_1, h_2, \dots, h_n\}$ dan $E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$. Jika terdapat $h_{1j} = h_{2j} = \cdots = h_{nj} = 0$, untuk $j \in \{1, 2, \dots, m\}$, maka e_j dapat dilambangkan dengan e_j^0 .

Berikut diberikan suatu algoritma alternatif untuk mendapatkan NPR bilamana diberikan suatu *soft set* (F, E) atas U , tanpa menggunakan derajat kepentingan sebagaimana pada algoritma Kong dkk [3].

Algoritma alternatif:

- (1) Masukkan nilai $U = \{h_1, h_2, \dots, h_n\}$;
- (2) Masukkan nilai $E = \{e_1, e_2, \dots, e_m\}$;
- (3) Definisikan suatu *soft set* (F, E) atas U dan sajikan dalam bentuk tabel representasi;

- (4) Hitung nilai $f_E(h_i)$, $S(e_j)$, dan S_E dengan menggunakan Definisi 3.1, Definisi 3.11, dan Definisi 3.12;
- (5) Cek apakah ada parameter yang sesuai dengan Definisi 3.15 atau Definisi 3.16. Jika ada maka masukkan parameter-parameter tersebut ke dalam himpunan parameter yang akan direduksi yang dilambangkan dengan Z dan jika tidak ada, langkah dilanjutkan ke algoritma ke-7;
- (6) Tetapkan suatu *soft set* (F, E') atas U yang baru tanpa melibatkan nilai dari himpunan Z . Kemudian hitung nilai $f_{E'}$, $S_{(e_j)}$, dan $S_{E'}$ dengan $e_j \in E'$;
- (7) Pilih subset $A = \{e'_1, e'_2, \dots, e'_p\} \subset E'$ maksimal dengan menggunakan Teorema 3.13 sedemikian sehingga $S_A = qn$ untuk suatu $q \in \{0, 1, 2, \dots, p\}$. Jika tidak ada Z yang memenuhi Definisi 3.15 atau Definisi 3.16, cari $A \subset E$ yang kardinalitasnya maksimal dengan cara yang sama menggunakan Teorema 3.13.
- (8) Cek A , jika $f_A(h_1) = f_A(h_2) = \dots = f_A(h_n)^*$, maka A dimasukkan ke dalam kandidat himpunan parameter yang akan direduksi. Jika $*$ tidak terpenuhi, maka A tidak termasuk kandidat himpunan parameter yang akan direduksi. Ulangi kembali langkah 7 dengan memilih $\bar{A} \in E'$ sehingga $S_{\bar{A}} = qn$ dengan $|\bar{A}| < |A|$.
- (9) Pilih kardinalitas maksimum dari A pada kandidat himpunan parameter yang akan direduksi, kemudian $E - A - Z = B$ adalah NPR yang optimal. Jika tidak ada Z , maka $E - A = B$ adalah NPR yang optimal.

4. Perbandingan antara Algoritma Kong dkk. dan Algoritma Alternatif

Algoritma Kong dkk. [3] dan algoritma alternatif memiliki perhitungan yang berbeda untuk mendapatkan NPR dari *soft set*. Ada beberapa perbedaan antara algoritma tersebut, di antaranya sebagai berikut.

- (1) Pada algoritma alternatif, e_j^1 dan e_j^0 dapat langsung dimasukkan ke dalam himpunan parameter yang akan direduksi, sehingga jumlah *subset* dalam kandidat himpunan parameter yang akan direduksi menjadi jauh lebih sedikit dari pada algoritma Kong dkk. [3]. Oleh karena itu, parameter yang akan dicari untuk direduksi menjadi berkurang dikarenakan adanya e_j^1 dan e_j^0 .
- (2) Pada algoritma alternatif, lebih mudah untuk menghitung nilai S_A daripada menghitung nilai r_{e_j} pada algoritma Kong dkk. [3], karena untuk menghitung S_A melibatkan perhitungan yang lebih sedikit dan lebih mudah daripada menghitung nilai r_{e_j} , sehingga proses reduksi parameternya menjadi lebih cepat.
- (3) Pada algoritma alternatif, jika S_A adalah kelipatan dari $|U|$, maka A dapat dianggap sebagai kandidat himpunan parameter yang akan direduksi; sedangkan pada algoritma Kong dkk. [3], suatu *subset* A dianggap sebagai reduksi parameter yang layak jika $\sum_{j=1}^p r_{e'_j}, 1 \leq j \leq p$ adalah bilangan bulat non negatif dengan $e'_j \in A$.

5. Kesimpulan

Pada artikel ini telah diuraikan kembali secara rinci bukti teorema-teorema yang mendasari metode reduksi parameter yang dikenalkan oleh Kong dkk. [3] dan Ma dkk. [5]. Selanjutnya diuraikan pembahasan tentang perbandingan teknik mereduksi parameter yang dikenalkan oleh Kong dkk. [3] dan Ma dkk. [5] (metode alternatif) tersebut. Dari hasil analisa, diperoleh kesimpulan bahwa metode alternatif lebih sederhana dan mudah dalam perhitungan karena jumlah kandidat parameter yang akan direduksi menjadi lebih sedikit dibanding dengan metode Kong dkk. [3].

6. Ucapan Terima kasih

Penulis mengucapkan terima kasih kepada Ibu Nova Noliza Bakar, Bapak Mahdhivan Syafwan, dan Ibu Des Welyyanti yang telah memberikan masukan dan saran sehingga artikel ini dapat diselesaikan dengan baik.

Daftar Pustaka

- [1] Ali, M.I., Feng, F., Liu, X., Min, W. K., Sabhira, M., 2009, On some new operations in soft set theory. *Computer and Mathematics with Applications*, Vol. **57**(9): 1547 - 1553
- [2] Chen, D., Tsang, E.C.C., Yeung, D.S., Wang, X., 2005, The parameterization reduction of soft sets and its applications, *Computer and Mathematics with Applied* Vol. **49**: 757 – 763
- [3] Kong, Z., Gao, L., Wang, L., Li, S., 2008, The normal parameter reduction of soft sets and its algorithm. *Computers and Mathematics with Applications* Vol. **56**(12): 3029 – 3037
- [4] Maji, P. K., Biswas, R., Roy, A. R., 2003, Soft set theory. *Computers and Mathematics with Applications* Vol. **45**(4-5): 555 – 562
- [5] Ma, X., Sulaiman, N., Qin, H., Herawan, T., Zain, J., M., 2011, A new efficient normal parameter reduction algorithm of soft sets, *Computers and Mathematics with Applications* Vol. **62**(2): 588 – 598
- [6] Maji, P.K., Roy, A.R., 2002, An application of soft sets in a decision making problem, *Computers and Mathematics with Applications* Vol. **44**(8-9): 1077 – 1083
- [7] Molodtsov, D., 1999, Soft set theory-first result. *Computers and Mathematics with Applications* Vol. **37**(4-5): 19 – 31
- [8] Zadeh, L. A., 1965, Fuzzy sets. *Information and control*, Vol. **8**(3): 338 - 353