

SUATU KAJIAN TENTANG *SOFT SET* TERURUT *LATTICE (LATTICE ORDERED SOFT SET)*

WITRI ANDIKA, ADMI NAZRA*, MONIKA RIAN TI HELMI

*Departemen Matematika dan Sains Data,
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Andalas,
Kampus UNAND Limau Manis Padang 25163, Indonesia.
email : nazra@sci.unand.ac.id*

Diterima 14 Agustus 2023 Direvisi 30 April 2024 Dipublikasikan 31 Oktober 2024

Abstrak. Teori *soft set* pertama kali diperkenalkan oleh Molodsov sebagai suatu metode untuk menangani ketidakpastian. Metode ini mengkaji mengenai pengelompokan objek-objek yang memenuhi atau tidak memenuhi suatu parameter tertentu. Namun, dalam teori *soft set* tidak terdapat urutan dalam himpunan parameternya sehingga dikaji suatu teori yaitu *lattice ordered soft set*. Dalam tulisan ini akan dibahas konsep dari *lattice ordered soft set*, operasi-operasi pada *lattice ordered soft set*, sifat-sifat yang dapat diturunkan dari operasi-operasi tersebut, dan struktur aljabar dari *lattice ordered soft set* yaitu monoid dan hemiring.

Kata Kunci: Lattice ordered soft set, Monoid dan Hemiring, Soft set

Abstract. Molodsov first introduced the soft set theory to deal with uncertainty. This method examines the grouping of objects that meet or do not meet certain parameters. However, in the soft set theory, there is no order in the parameter set, so a theory is studied, namely, lattice ordered soft set. This paper will discuss the concept of lattice ordered soft set, the operations in lattice ordered soft set, the properties that can be derived from these operations, and the algebraic structure of lattice ordered soft set which is monoid and heiring.

Keywords: Lattice ordered soft set, Monoid and Hemiring, Soft set

1. Pendahuluan

Dalam kehidupan sehari-hari kita sering menjumpai kata-kata yang memiliki urutan atau peringkat, contohnya seperti kata cukup, bagus, dan sempurna. Kata bagus memiliki urutan atau peringkat yang lebih tinggi dibandingkan kata cukup, begitu juga dengan kata sempurna yang memiliki urutan atau peringkat yang lebih tinggi dibandingkan kata bagus. Teori *fuzzy set* adalah metode yang dapat digunakan untuk mengatasi permasalahan yang memuat urutan atau peringkat seperti yang

*Penulis korespondensi

disebutkan di atas [1]. Teori *fuzzy set* [2] diprakarsai oleh Lotfi A Zadeh untuk mengatasi masalah ketidakpastian terhadap beberapa objek pada permasalahan dalam pengambilan keputusan. Suatu ukuran terhadap masalah ketidakpastian disebut dengan derajat keanggotaan yang nilainya berada pada interval $[0, 1]$. Selanjutnya, Molodsov [3] memprakarsai teori *soft set* yang merupakan suatu himpunan dari pasangan-pasangan antara parameter-parameter dengan objek yang terkait. Teori ini mengkaji tentang pengelompokan objek-objek yang memenuhi atau tidak memenuhi suatu parameter tertentu. Teori *soft set* ini tidak menerapkan derajat keanggotaan pada parameter dalam pengambilan keputusannya.

Seperti yang telah disebutkan sebelumnya, terkadang dalam kata-kata terdapat suatu peringkat tertentu. Kata-kata ini disebut sebagai parameter dan kumpulan dari parameter-parameter tersebut akan membentuk suatu himpunan parameter. Salah satu contoh dalam penetapan peringkat adalah sebagai berikut. Seorang mahasiswa dikatakan bagus jika mendapatkan nilai di atas tujuh puluh. Namun, bisa saja seorang mahasiswa mendapatkan nilai delapan puluh atau bahkan sembilan puluh. Pada kondisi ini terdapat urutan pada parameter tersebut yaitu bagus, sangat bagus, dan memuaskan. Pada teori *soft set* tidak dipelajari kondisi dimana terdapat urutan pada elemen-elemen dari himpunan parameternya. Oleh karena itu, digunakan suatu konsep yang disebut dengan *soft set* terurut *lattice* (*lattice ordered soft set*).

Pada penelitian ini akan dikaji kembali hasil penelitian Ali dkk. [1] yang membahas mengenai *lattice ordered soft set*, operasi-operasi pada *lattice ordered soft set*, sifat-sifat yang dapat diturunkan dari operasi-operasi tersebut serta struktur aljabar dari *lattice ordered soft set* yaitu monoid dan hemiring.

2. Landasan Teori

2.1. Soft Set

Teori *soft set* digunakan untuk mengelompokkan objek-objek yang memenuhi atau tidak memenuhi suatu parameter tertentu. Berikut diberikan beberapa definisi terkait *soft set* yang diprakarsai oleh Molodsov pada tahun 1999 [3].

Definisi 2.1. [3] Misal U adalah suatu himpunan semesta tak kosong, E adalah himpunan semua parameter-parameter yang terkait dengan U , dan $P(U)$ adalah suatu himpunan kuasa atas U . Pasangan (F, E) disebut *soft set* atas U jika dan hanya jika F adalah suatu pemetaan yang diberikan oleh $F : E \rightarrow P(U)$, yang dapat dinyatakan sebagai himpunan pasangan terurut yang berbentuk

$$(F, E) = \{(e_i, F(e_i)) : e_i \in E, F(e_i) \in P(U)\}, \quad (2.1)$$

untuk $i = 1, 2, \dots, m$.

Berikut adalah definisi komplemen dari suatu *soft set*.

Definisi 2.2. [4] Komplemen dari suatu *soft set* (F, A) dinotasikan dengan $(F, A)^c = (F^c, A)$ dan didefinisikan dengan $F^c(e) = U \setminus F(e)$ untuk setiap $e \in A$.

Suatu *soft set* dapat merupakan *soft subset* dari *soft set* yang lain jika memenuhi definisi berikut.

Definisi 2.3. [5] Misalkan (F, A) dan (G, B) adalah dua soft set atas himpunan semesta U , maka (F, A) dikatakan soft subset dari (G, B) dan dinotasikan dengan $(F, A) \widetilde{\subseteq} (G, B)$ jika memenuhi aksioma berikut.

1. $A \subseteq B$, dan
2. $F(e) \subseteq G(e)$, untuk setiap $e \in A$.

Definisi berikut memberikan dua bentuk khusus dari soft set.

Definisi 2.4. [4] Misal U adalah himpunan semesta, E adalah himpunan parameter, dan $A \subseteq E$, maka:

1. (F, A) disebut soft set null relatif terhadap parameter A dan dilambangkan dengan $\emptyset_A$ jika $F(e) = \emptyset$ untuk setiap $e \in A$, dan
2. (G, A) disebut soft set universal relatif terhadap parameter A dan dilambangkan dengan μ_A jika $G(e) = U$ untuk setiap $e \in A$.

Pada Definisi 2.5 – Definisi 2.10 berikut didefinisikan berbagai bentuk operasi biner antara dua soft sets.

Definisi 2.5. [4] Misalkan (F, A) dan (G, B) adalah dua soft set atas himpunan semesta U dengan $A \cap B \neq \emptyset$. Gabungan terbatas dari (F, A) dan (G, B) adalah soft set (H, C) , yang dinotasikan dengan $(F, A) \cup_R (G, B) = (H, C)$, dimana $C = A \cap B$, dan didefinisikan dengan $H(e) = F(e) \cup G(e)$ untuk setiap $e \in C$.

Definisi 2.6. [4] Misalkan (F, A) dan (G, B) adalah dua soft set atas himpunan semesta U dengan $A \cap B \neq \emptyset$. Irisan terbatas dari (F, A) dan (G, B) adalah soft set (H, C) , yang dinotasikan dengan $(F, A) \cap_R (G, B) = (H, C)$, dimana $C = A \cap B$, dan didefinisikan dengan $H(e) = F(e) \cap G(e)$ untuk setiap $e \in C$.

Definisi 2.7. [4] Misalkan (F, A) dan (G, B) adalah dua soft set atas himpunan semesta U . Gabungan diperluas dari (F, A) dan (G, B) adalah soft set (H, C) , yang dinotasikan dengan $(F, A) \cup_\varepsilon (G, B) = (H, C)$, dimana $C = A \cup B$, dan untuk setiap $e \in C$, maka (H, C) didefinisikan sebagai berikut.

$$H(e) = \begin{cases} F(e), & \text{jika } e \in A - B, \\ G(e), & \text{jika } e \in B - A, \\ F(e) \cup G(e), & \text{jika } e \in A \cap B. \end{cases}$$

Definisi 2.8. [4] Misalkan (F, A) dan (G, B) adalah dua soft set atas himpunan semesta U . Irisan diperluas dari (F, A) dan (G, B) adalah soft set (K, C) , dan dinotasikan dengan $(F, A) \cap_\varepsilon (G, B) = (K, C)$, dimana $C = A \cup B$, dan untuk setiap $e \in C$ maka (K, C) didefinisikan sebagai berikut.

$$K(e) = \begin{cases} F(e), & \text{jika } e \in A - B, \\ G(e), & \text{jika } e \in B - A, \\ F(e) \cap G(e), & \text{jika } e \in A \cap B. \end{cases}$$

Definisi 2.9. [6] Misalkan (F, A) dan (G, B) adalah dua soft set atas himpunan semesta U . Gabungan dasar dari (F, A) dan (G, B) adalah soft set (H, C) yang

dinotasikan dengan $(F, A) \vee (G, B) = (H, C)$ dimana $C = A \times B$ dan didefinisikan dengan $H(a, b) = F(a) \cup G(b)$ untuk setiap $(a, b) \in C$.

Definisi 2.10. [6] Misalkan (F, A) dan (G, B) adalah dua soft set atas himpunan semesta U . Irisan dasar dari (F, A) dan (G, B) adalah soft set (H, C) yang dinotasikan dengan $(F, A) \wedge (G, B) = (H, C)$ dimana $C = A \times B$ dan didefinisikan dengan $H(a, b) = F(a) \cap G(b)$ untuk setiap $(a, b) \in C$.

2.2. Lattice

Pada bagian ini, sebelum diberikan definisi *lattice*, sebelumnya akan di jelaskan tentang poset, supremum dan infimum dari suatu poset.

Definisi 2.11. [7] Suatu himpunan tak kosong P dengan relasi biner $\leq$ disebut himpunan terurut parsial (*partially ordered set/ poset*) dan dinotasikan dengan $(P, \leq)$ jika untuk setiap $a, b, c \in P$ berlaku aksioma berikut:

- a. reflektif, yaitu jika $a \leq a$,
- b. anti-simetrik, yaitu jika $a \leq b$ dan $b \leq a$ maka $a = b$, dan
- c. transitif, yaitu jika $a \leq b$ dan $b \leq c$ maka $a \leq c$.

Definisi 2.12. [7] Misal terdapat suatu poset P dengan $L \subseteq P$ dan $a \in P$, maka a adalah batas atas dari L jika dan hanya jika $x \leq a$ untuk setiap $x \in L$.

Definisi 2.13. [7] Misal terdapat suatu poset P dengan $L \subseteq P$ dan a merupakan batas atas dari L , maka a dikatakan supremum dari L jika dan hanya jika untuk setiap batas atas b dari L berlaku $a \leq b$, ditulis $a = \sup L$ atau $a = \vee L$.

Definisi 2.14. [7] Misal terdapat suatu poset P dengan $L \subseteq P$ dan $a \in P$, maka a adalah batas bawah dari L jika dan hanya jika $a \leq x$ untuk setiap $x \in L$.

Definisi 2.15. [7] Misal terdapat suatu poset P dengan $L \subseteq P$ dan a merupakan batas bawah dari L , maka a dikatakan infimum dari L jika dan hanya jika untuk setiap batas bawah b dari L berlaku $b \leq a$, ditulis $a = \inf L$ atau $a = \wedge L$.

Definisi 2.16. [7] Suatu poset L adalah *lattice* jika $\inf\{a, b\}$ dan $\sup\{a, b\}$ ada untuk setiap $a, b \in L$, dimana jika $a \leq b$ maka $\inf\{a, b\} = a$ dan $\sup\{a, b\} = b$.

2.3. Monoid dan Hemiring

Berikut diulang kembali definisi dari semigrup, monoid dan hemiring.

Definisi 2.17. [8] Suatu himpunan tak kosong S dengan operasi biner $*$ dikatakan semigrup dan dinotasikan dengan $(S, *)$ jika memenuhi sifat asosiatif yaitu $(a * b) * c = a * (b * c)$ untuk setiap $a, b, c \in S$.

Definisi 2.18. [8] Misal M adalah suatu himpunan tak kosong dengan operasi biner $*$, maka M dikatakan monoid dan dinotasikan dengan $(M, *)$ jika M suatu semigrup dan terdapat $a \in M$ sedemikian sehingga $m * a = m = a * m$ untuk setiap $m \in M$, dimana a disebut sebagai elemen identitas terhadap $*$.

Definisi 2.19. [8] Misal H adalah suatu himpunan tak kosong dengan operasi biner $+$ dan $*$, maka H dikatakan hemiring dan dinotasikan dengan $(H, +, *)$ jika memenuhi aksioma berikut.

1. $(H, +)$ adalah monoid komutatif dengan $0 \in H$ merupakan elemen identitas terhadap $+$,
2. $(H, *)$ adalah semigrup,
3. berlaku sifat distributif perkalian kiri dan kanan terhadap penjumlahan yaitu $a * (b + c) = a * b + a * c$ dan $(a + b) * c = a * c + b * c$ untuk setiap $a, b, c \in H$, dan
4. berlaku $0 * h = 0 = h * 0$ untuk setiap $h \in H$.

3. Pembahasan

Pada bagian ini akan didefinisikan dan dijelaskan apa yang dimaksud dengan *Lattice Ordered Soft Set* beserta contoh, operasi-operasi beserta sifat-sifat yang ada padanya. Disamping itu juga diberikan suatu struktur aljabar pada *Lattice Ordered Soft Set*.

3.1. Lattice Ordered Soft Set

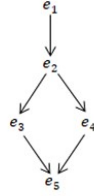
Berikut adalah definisi dari *Lattice Ordered Soft Set* dan satu contoh untuk mengilustrasikannya.

Definisi 3.1. [1] Misal U adalah suatu himpunan semesta tak kosong, $P(U)$ adalah himpunan kuasa atas U , dan A adalah suatu himpunan parameter. Suatu soft set (F, A) dikatakan lattice ordered soft set jika untuk setiap $x, y \in A$ berlaku jika $x \leq y$ maka $F(x) \subseteq F(y)$, dengan $F : A \longrightarrow P(U)$.

Contoh 3.2. Misal $U = \{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5\}$ adalah himpunan desain baju, dimana u_1 menyatakan baju 1, u_2 menyatakan baju 2, u_3 menyatakan baju 3, u_4 menyatakan baju 4, dan u_5 menyatakan baju 5. Definisikan himpunan $A = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5\}$ sebagai himpunan parameter yang menyatakan bahan pembuatan baju, dimana e_1 menyatakan kain sutra, e_2 menyatakan kain wol, e_3 menyatakan kain katun, e_4 menyatakan kain polyester, dan e_5 menyatakan kain spandex. Urutan dari elemen pada himpunan A dapat dilihat pada Gambar 1, dimana untuk setiap $a, b \in A$ dengan relasi yang dinotasikan dengan $\leq$, maka $a \leq b$ berarti a lebih bagus atau sama kualitasnya dengan b dan $a \longrightarrow b$ berarti $a \leq b$.

Gambar 1 menunjukkan bahwa $e_1 \leq e_2 \leq e_3 \leq e_5$ dan $e_1 \leq e_2 \leq e_4 \leq e_5$. Selanjutnya diberikan suatu soft set (F, A) yang mengkategorikan desain baju terhadap parameter pada himpunan A yang dapat dilihat pada Tabel 1.

Dari Tabel 1 dapat dilihat bahwa $F(e_1) \subseteq F(e_2) \subseteq F(e_3) \subseteq F(e_5)$ jika $e_1 \leq e_2 \leq e_3 \leq e_5$ dan $F(e_1) \subseteq F(e_2) \subseteq F(e_4) \subseteq F(e_5)$ jika $e_1 \leq e_2 \leq e_4 \leq e_5$, sehingga dapat dilihat bahwa (F, A) merupakan suatu lattice ordered soft set.

Gambar 1: *Lattice* dari himpunan parameter A Tabel 1: *Soft Set* (F, A)

	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
e_1	1	0	0	0	0
e_2	1	0	0	0	1
e_3	1	1	0	0	1
e_4	1	0	1	0	1
e_5	1	1	1	1	1

3.2. Operasi-Operasi pada *Lattice Ordered Soft Set*

Pada bagian ini dibuktikan beberapa sifat terkait dengan sifat gabungan dan irisan dari *Lattice Ordered Soft Set*.

Proposisi 3.3. [1] *Gabungan terbatas dari dua lattice ordered soft set (F, A) dan (G, B) adalah lattice ordered soft set.*

Bukti. Asumsikan bahwa (F, A) dan (G, B) adalah dua *lattice ordered soft set* dan $(F, A) \cup_R (G, B) = (H, C)$, dimana $C = A \cap B$, dan didefinisikan dengan $H(c) = F(c) \cup G(c)$ untuk setiap $c \in C$. Selanjutnya ambil $c_1, c_2 \in C$ yang berarti $c_1, c_2 \in A$ dan $c_1, c_2 \in B$, sedemikian sehingga jika $c_1 \leq c_2$. Maka $F(c_1) \subseteq F(c_2)$ untuk setiap $c_1, c_2 \in A$ dan $G(c_1) \subseteq G(c_2)$ untuk setiap $c_1, c_2 \in B$. Perhatikan bahwa $F(c_1) \cup G(c_1) \subseteq F(c_2) \cup G(c_2)$, sehingga diperoleh bahwa jika $c_1 \leq c_2$ maka $H(c_1) \subseteq H(c_2)$ untuk setiap $c_1, c_2 \in C$. Jadi, gabungan terbatas dari dua *lattice ordered soft set* (F, A) dan (G, B) merupakan suatu *lattice ordered soft set*. $\square$

Proposisi 3.4. [1] *Irisan terbatas dari dua lattice ordered soft set (F, A) dan (G, B) adalah lattice ordered soft set.*

Bukti. Pembuktiannya mirip dengan pembuktian Proposisi 3.3. $\square$

Proposisi 3.5. [1] *Gabungan diperluas dari dua lattice ordered soft set (F, A) dan (G, B) adalah suatu lattice ordered soft set jika $(F, A) \widetilde{\subset} (G, B)$ atau $(G, B) \widetilde{\subset} (F, A)$.*

Bukti. Kasus 1. $(F, A) \widetilde{\subset} (G, B)$,
Asumsikan bahwa (F, A) dan (G, B) adalah *lattice ordered soft set* dan

$(F, A) \widetilde{\subseteq} (G, B)$. Maka berdasarkan Definisi 2.3 berlaku $A \subseteq B$ dan $F(e) \subseteq G(e)$ untuk setiap $e \in A$. Berdasarkan Definisi 2.7, gabungan diperluas dari (F, A) dan (G, B) dinotasikan dengan $(F, A) \cup_\varepsilon (G, B) = (H, C)$ dimana $C = A \cup B$. Perhatikan bahwa $A \cup B = (A \cap B) \cup (A - B) \cup (B - A)$, dan karena $A \subseteq B$ maka $A \cup B = (A \cap B) \cup (B - A)$. Selanjutnya perhatikan bahwa $F(e) \subseteq G(e)$ sehingga diperoleh $H(e)$ sebagai berikut.

$$H(e) = \begin{cases} G(e), & \text{jika } e \in B - A. \\ F(e) \cup G(e) = G(e), & \text{jika } e \in A \cap B. \end{cases}$$

Oleh karena itu diperoleh $H(e) = G(e)$ untuk setiap $e \in C = A \cup B$. Perhatikan bahwa (G, B) merupakan *lattice ordered soft set* sehingga (H, C) juga merupakan *lattice ordered soft set*.

Kasus 2. $(G, B) \widetilde{\subseteq} (F, A)$.

Akan ditunjukkan bahwa $(F, A) \cup_\varepsilon (G, B) = (H, C)$ jika $(G, B) \widetilde{\subseteq} (F, A)$. Perhatikan bahwa $(G, B) \widetilde{\subseteq} (F, A)$, sehingga berdasarkan Definisi 2.3 berlaku $B \subseteq A$ dan $G(e) \subseteq F(e)$ untuk setiap $e \in B$. Selanjutnya berdasarkan Definisi 2.7 dapat dilihat bahwa gabungan diperluas dari (F, A) dan (G, B) dinotasikan dengan $(F, A) \cup_\varepsilon (G, B) = (H, C)$, dengan $C = A \cup B$. Perhatikan bahwa $B \subseteq A$ sehingga diperoleh $A \cup B = (A \cap B) \cup (A - B)$. Selanjutnya karena $G(e) \subseteq F(e)$ maka diperoleh $H(e)$ sebagai berikut.

$$H(e) = \begin{cases} F(e), & \text{jika } e \in A - B. \\ F(e) \cup G(e) = F(e), & \text{jika } e \in A \cap B. \end{cases}$$

Oleh karena itu diperoleh $H(e) = F(e)$ untuk setiap $e \in C = A \cup B$. Perhatikan bahwa (F, A) merupakan *lattice ordered soft set* sehingga (H, C) juga merupakan *lattice ordered soft set*. $\square$

Definisi 3.6. [1] Misalkan A dan B adalah poset, maka untuk setiap $(a_1, b_1), (a_2, b_2) \in A \times B$ berlaku $(a_1, b_1) \leq (a_2, b_2)$ jika dan hanya jika $a_1 \leq a_2$ untuk setiap $a_1, a_2 \in A$ dan $b_1 \leq b_2$ untuk setiap $b_1, b_2 \in B$.

Proposisi 3.7. [1] Gabungan dasar dari dua *lattice ordered soft set* (F, A) dan (G, B) adalah *lattice ordered soft set*.

Bukti. Asumsikan bahwa (F, A) dan (G, B) adalah *lattice ordered soft set* dan $(F, A) \vee (G, B) = (H, C)$ dimana $C = A \times B$ dan $H(a, b) = F(a) \cup G(b)$ untuk setiap $(a, b) \in C$. Selanjutnya untuk menunjukkan bahwa (H, C) merupakan suatu *lattice ordered soft set* maka haruslah berlaku jika $(a_1, b_1) \leq (a_2, b_2)$ maka $F(a_1) \cup G(b_1) \subseteq F(a_2) \cup G(b_2)$ untuk setiap $(a_1, b_1), (a_2, b_2) \in C$. Asumsikan bahwa $(a_1, b_1) \leq (a_2, b_2)$ yang berarti $a_1 \leq a_2$ untuk setiap $a_1, a_2 \in A$ dan $b_1 \leq b_2$ untuk setiap $b_1, b_2 \in B$. Karena (F, A) dan (G, B) merupakan *lattice ordered soft set* maka hal ini mengakibatkan $F(a_1) \subseteq F(a_2)$ dan $G(b_1) \subseteq G(b_2)$ sehingga diperoleh bahwa jika $(a_1, b_1) \leq (a_2, b_2)$ maka $H(a_1, b_1) = F(a_1) \cup G(b_1) \subseteq F(a_2) \cup G(b_2) = H(a_2, b_2)$ untuk setiap $(a_1, b_1), (a_2, b_2) \in C$. $\square$

Proposisi 3.8. [1] *Irisan dasar dari dua lattice ordered soft set (F, A) dan (G, B) adalah lattice ordered soft set.*

Bukti. Pembuktiannya mirip dengan pembuktian Proposisi 3.7. $\square$

Berikut adalah sifat pada *Lattice Ordered Soft Set* yang berhubungan dengan operasi irisan dan gabungan serta hukum De Morgan. Pembuktian sifat ini hanya menggunakan definisi dari operasi irisan dan gabungan serta komplemen yang diberikan pada bagian sebelumnya.

Proposisi 3.9. [1] *Misal (F, A) dan (G, B) adalah dua lattice ordered soft set, maka berlaku:*

- (1) $(F, A) \cap_R ((F, A) \cup_R (G, B)) = (F, A)$, dan
- (2) $(F, A) \cup_R ((F, A) \cap_R (G, B)) = (F, A)$.

Proposisi 3.10. [1] *Misal (F, A) dan (G, B) adalah dua lattice ordered soft set atas himpunan semesta U , maka berlaku:*

- (1) $((F, A) \cup_R (G, B))^c = (F, A)^c \cap_R (G, B)^c$, dan
- (2) $((F, A) \cap_R (G, B))^c = (F, A)^c \cup_R (G, B)^c$.

3.3. Struktur Aljabar pada Lattice Ordered Soft Set

Pada bagian akhir ini diberikan stuktur aljabar dari empat jenis kumpulan dari *lattice ordered soft sets* dengan operasi biner masing-masingnya.

Misal U merupakan suatu himpunan semesta. Ditentukan $LS(U)_E$ dan $LS(U)_A$ sebagai berikut.

- (1) $LS(U)_E$ merupakan kumpulan dari *lattice ordered soft set* yang terdefinisi atas U , dan
- (2) $LS(U)_A$ merupakan kumpulan dari *lattice ordered soft set* yang terdefinisi atas U dengan parameter A .

Proposisi 3.11. [1] $(LS(U)_E, \cup_R)$ dan $(LS(U)_E, \cap_R)$ adalah monoid .

Bukti. Dapat dibuktikan dengan menggunakan Definisi 2.18 dimana unsur identitasnya adalah *soft set null*. $\square$

Proposisi 3.12. [1] $(LS(U)_E, \cup_R, \cap_R)$ dan $(LS(U)_A, \cup_R, \cap_R)$ adalah hemiring.

Bukti. Dapat dibuktikan dengan menggunakan Definisi 2.19 dimana unsur identitasnya adalah *soft set universal*. $\square$

4. Kesimpulan

Pada artikel ini telah diuraikan apa yang dimaksud dengan *lattice ordered soft set* dan contoh ilustrasinya. Kemudian telah diperoleh dan dibuktikan beberapa sifat yang terkait dengan beberapa operasi pada *lattice ordered soft set* tersebut. Di

bagian akhir telah diperoleh struktur aljabar dari koleksi *lattice ordered soft sets* $LS(U)_E$ untuk empat jenis operasi biner yang didefinisikan. Jenis struktur aljabar tersebut adalah bahwa untuk operasi biner gabungan dan irisan terbatas, diperoleh bahwa $LS(U)_E$ untuk masing-masing operasi tersebut adalah suatu monoid. Namun $LS(U)_E$ untuk operasi biner gabungan dan irisan terbatas secara bersama-sama, adalah suatu hemiring.

Daftar Pustaka

- [1] Ali, M.I., T. Mahmood., M. Muti Ur Rehman and M.F. Aslam, 2015, On lattice order soft set, *Applied Soft Computing* Vol. **36**: 499 – 505
- [2] Zadeh, L.A., 1965, Fuzzy Set, *Information and Control* Vol. **8**: 338 – 353
- [3] Molodtsov, D., 1999, Soft set theory first results, *Computers and Mathematics with Applications*, **37**: 19 – 31
- [4] Ali, M.I., F. Feng, X. Liu, W.K. Min, M. Shabir, 2008, On some new operations in soft set theory, *Computers and Mathematics with Applications* Vol. **57**(9): 1547 – 1553
- [5] Maji, P.K., R. Biswar, A. R. Roy, 2002, An application of soft set in a decision making problem. *Computers and Mathematics with Applications* Vol. **44**: 1077 – 1083
- [6] Pei, D., D. Miao, 2005, From soft sets to information systems, *2005 IEEE International Conference on Granular Computing* Vol. **2**: 617 – 621
- [7] Gratzer, G., 1998, *General Lattice Theory*, Second edition, Birkhauser
- [8] Ali, M.I., M. Shabir, M. Naz, 2011, Algebraic structures of soft sets associated with new operations, *Computers and Mathematics with Applications* Vol. **61**: 2647 – 2654
- [9] Min, W.K., 2012. Similiarity in soft set theory. *Applied Mathematics Letters*. **25**: 310 – 314