

MODEL MATEMATIKA PENYEBARAN *COMPULSIVE BUYING DISORDER* PADA *E-COMMERCE* DENGAN ADANYA *INFLUENCER*

TRI SRI NOOR ASIH*, DIYAH ESTI CAHYO PERTIWI

*Program Studi Matematika,
 Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Semarang, Indonesia.
 email : inung.mat@mail.unnes.ac.id, diyahecp15@students.unnes.ac.id*

Diterima 10 Juli 2024 Direvisi 14 Mei 2025 Dipublikasikan 25 Mei 2025

Abstrak. Kini masyarakat telah beralih menggunakan *e-commerce* untuk memenuhi kebutuhan hidup mereka melalui belanja *online*. Promosi *influencer* merupakan salah satu penyebab seseorang melakukan *impulsive buying*, yaitu pembelian yang tidak rasional dan terjadi secara spontan pada saat itu juga. Perilaku ini jika dilakukan secara berulang akan menimbulkan *Compulsive Buying Disorder* (CBD) atau yang biasa disebut sebagai kecanduan belanja. Adapun tujuan penelitian ini adalah membangun model matematika fenomena penyebaran *Compulsive Buying Disorder* pada *e-commerce* dengan adanya *influencer*, menentukan titik kesetimbangan dan bilangan reproduksi dasar model yang telah dibentuk tersebut, menganalisis kestabilannya, serta melakukan simulasi numerik menggunakan Maple.

Pada penelitian ini model dibagi menjadi lima populasi yaitu subpopulasi *Potential* (P), subpopulasi *Medium Compulsive* (M_C), subpopulasi *Influencer* (I), subpopulasi *High Compulsive* (H_C), dan subpopulasi *Recovered* (R). Dari hasil analisis kemudian diperoleh dua titik kesetimbangan yaitu titik kesetimbangan bebas CBD (E_0) dan titik kesetimbangan terdapat CBD (E_1) yang stabil asimtotik lokal. Berdasarkan hasil simulasi diketahui bahwa perubahan pada peluang *influencer* dalam mempengaruhi individu *medium compulsive* melakukan *impulsive buying* (θ) memberikan pengaruh signifikan terhadap nilai bilangan reproduksi dasar (R_0) dan titik kesetimbangan yang diperoleh. Bilangan reproduksi dasar dalam kasus ini adalah banyaknya penderita *high compulsive buying* baru yang muncul dari satu penderita lama. Semakin tinggi nilai θ maka semakin cepat meningkat juga jumlah individu yang menderita CBD (*high compulsive*) dan semakin cepat menuju titik kesetimbangan pada waktu t .

Kata Kunci: *Compulsive Buying Disorder, e-Commerce, Influencer, Model Matematika*

Abstract. Now people have switched to using *e-commerce* to fulfill their daily needs through online shopping. Promotion of influencers is one of the causes of someone making impulsive buying, namely purchases that are irrational and occur spontaneously at that moment. If this behavior is done repeatedly, it will cause *Compulsive Buying Disorder* (CBD) or what is commonly referred to as shopping addiction. This research aims to build a mathematical model for phenomena of compulsive buying disorder on

*Penulis Korespondensi

e-commerce with an influencer, determine the equilibrium point and basic reproduction number, analyze the stability, and conduct numerical simulations using Maple. From the results of the analysis, two equilibrium points are obtained, namely the equilibrium point free of CBD (E_0) and the equilibrium point containing CBD (E_1) which is locally asymptotically stable. Based on the simulation results, it is known that changes in the opportunity for influencers to influence medium compulsive individuals to carry out impulsive buying (θ) have a significant influence on the value of the basic reproduction number (R_0) and the equilibrium point obtained. In this case, basic reproduction number describing the number of new high compulsive buying from one high compulsive buying case. It can be seen that $R_0 < 1$ when the value of $\theta < 0.1468$ and $R_0 > 1$ when the value of $\theta > 0.1468$. The higher the value of θ , the faster the number of individuals suffering from CBD (high compulsive) will increase and the faster it will reach the equilibrium point at time t .

Keywords: Compulsive Buying Disorder, E-Commerce, Influencer, Mathematical Modeling

1. Pendahuluan

Aktivitas belanja *online* kini telah menjadi bentuk perubahan gaya belanja baru yang sedang melekat di masyarakat karena kemudahan-kemudahannya [1]. Perubahan gaya hidup ini didukung oleh adanya kemudahan teknologi yang semakin canggih seperti platform belanja *online* (*e-commerce*) dan kehadiran layanan jasa titip yang banyak ditemui di media sosial [2]. Dalam [3] dinyatakan bahwa pertumbuhan *e-commerce* di Indonesia mencapai 78% dan menjadi yang tertinggi di dunia. Berdasarkan [4] jumlah pengguna *e-commerce* di Indonesia pada tahun 2022 mencapai 178,94 juta orang pengguna. Jumlah tersebut mengalami kenaikan sebanyak 12,79% jika dibandingkan dengan tahun 2021 yang sebanyak 158,65 juta orang pengguna. Naiknya tren tersebut menunjukkan bahwa banyak masyarakat yang telah menggunakan *e-commerce* untuk memenuhi kebutuhan hidupnya melalui berbelanja secara *online*.

Kepuasan pelanggan ketika bertransaksi berdampak pada kepercayaan konsumen untuk melakukan pembelian berulang dan dapat meng-*influence* orang lain melalui testimoni pembelian. Orang yang dapat meng-*influence* atau mempengaruhi orang lain untuk melakukan pembelian ini biasa disebut sebagai *influencer*. *Influencer* tersebut biasanya akan membuat konten dengan me-*review* ataupun mem-*posting* suatu produk melalui berbagai platform media sosial yang mereka miliki [5]. Promosi *influencer* inilah yang kemudian menjadi salah satu penyebab seseorang melakukan *impulsive buying*, yaitu pembelian yang tidak rasional dan terjadi secara spontan karena munculnya dorongan yang kuat untuk membeli dengan segera pada saat itu juga. Menurut [6] perilaku konsumtif ini jika terus menerus dilakukan secara berulang akan berubah menjadi timbulnya *Compulsive Buying Disorder* (CBD). Istilah lain yang biasa digunakan untuk merujuk pada perilaku kecanduan belanja ini yaitu *Oniomania* dan *Shopaholic*.

Dalam penelitian [7] disebutkan terdapat beberapa faktor yang dapat menyebabkan individu memilih untuk menggunakan *e-commerce*, yaitu kenyamanan, mengatasi kebosanan, sebagai hiburan, dan mengikuti trend. Kemudian menurut penelitian [8] ditunjukkan bahwa ulasan produk yang dilakukan *influencer* menjadi salah satu faktor yang cukup kuat mempengaruhi individu untuk melakukan *impulsive*

buying di *e-commerce*. Dalam penelitian [9] terdapat beberapa variabel yang dapat mempengaruhi individu dalam melakukan *impulsive buying* karena adanya *influencer*, yaitu daya tarik, kepercayaan konsumen, dan keahlian *influencer*.

Puspita dan Arnellis [10] telah memodelkan penyebaran CBD pada *e-commerce* dengan mengasumsikan individu mengalami CBD karena gangguan pengendalian perilaku impulsif dari dalam diri sendiri, bukan dipengaruhi oleh orang lain. Padahal selain dari diri sendiri, individu juga dapat terpengaruh dari orang lain misalnya terpengaruh ulasan produk yang dilakukan oleh *influencer*. Penelitian pemodelan matematika terkait CBD lainnya telah dilakukan oleh Naitili dkk [11] dengan mengasumsikan individu akan mengalami CBD jika berinteraksi dengan individu penderita CBD. Namun secara umum CBD tidak menular dari satu individu ke individu lainnya.

Berdasarkan penelitian-penelitian tersebut belum ada tentang pemodelan matematika penyebaran CBD pada *e-commerce* dengan menambahkan subpopulasi *influencer*. Oleh karena itu, penelitian ini dilakukan untuk mengetahui sejauh mana pengaruh *influencer* dalam proses penyebaran CBD pada *e-commerce*. Adapun tujuan penelitian ini adalah membangun model matematika fenomena penyebaran *Compulsive Buying Disorder* pada *e-commerce* dengan adanya *influencer*, menentukan titik kesetimbangan dan bilangan reproduksi dasar model yang telah dibentuk tersebut, menganalisis kestabilannya, serta melakukan simulasi numerik menggunakan Maple.

2. Landasan Teori

2.1. Titik Kesetimbangan

Dalam [12] dinyatakan bahwa suatu titik $\bar{x} \in R^n$ yang memenuhi solusi persamaan diferensial sehingga $f(\bar{x}) = 0$ atau $f(\bar{x}, t) = 0$ disebut sebagai titik kesetimbangan (*equilibrium*).

Titik kesetimbangan $\bar{x} \in R^n$ dikatakan:

- (1) Stabil, jika untuk setiap $\varepsilon < 0$ terdapat $\delta > 0$ sedemikian sehingga $|x(t_0) - \bar{x}| < \delta \rightarrow |x(t) - \bar{x}| < \varepsilon$ untuk setiap $t > t_0$.
- (2) Tidak stabil, jika tidak memenuhi syarat stabil pada poin 1.
- (3) Stabil asimtotik, jika memenuhi syarat stabil pada poin 1 dan jika terdapat $\delta_0 > 0$ sedemikian sehingga $|x(t_0) - \bar{x}| < \delta_0 \rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = \bar{x}$.

2.2. Teorema Sturm

Dalam [13] diberikan teorema Sturm sebagai berikut. Misalkan terdapat suatu polinomial derajat tiga sebagai berikut:

$$x^3 + Ax^2 + Bx + C = 0, \quad (2.1)$$

dengan A , B , dan C positif. Dalam [13] dinyatakan bahwa polinomial (2.1) memiliki dua akar real positif jika dan hanya jika:

- (1) $9C - AB > 0$,
- (2) $4(B^2 - 3AC)(A^2 - 3B) - (9C - AB)^2 > 0$.

2.3. Bilangan Reproduksi Dasar

Bilangan reproduksi dasar (R_0) merupakan representasi jumlah rata-rata penularan sekunder yang dilakukan oleh individu yang terinfeksi selama infeksi, dengan asumsi bahwa setiap orang yang melakukan kontak dengan mereka sepenuhnya rentan. Jika $R_0 > 1$, maka individu yang terinfeksi akan menginfeksi lebih dari satu individu yang rentan sehingga terjadi epidemi. Sedangkan jika $R_0 \leq 1$, maka individu yang terinfeksi hanya akan menginfeksi kurang dari atau sama dengan satu individu yang rentan sehingga kemungkinan tidak terjadi epidemi [14].

2.4. Matriks Jacobian

Diketahui sistem persamaan diferensial $x' = f(x, y)$ dan $y' = g(x, y)$, dimana f dan g merupakan fungsi yang diferensiabel dengan turunan parsial yang kontinu. Misalkan matriks J adalah matriks Jacobian pada titik (x_0, y_0) , maka:

$$J = \begin{bmatrix} f_x(x_0, y_0) & f_y(x_0, y_0) \\ g_x(x_0, y_0) & g_y(x_0, y_0) \end{bmatrix}. \quad (2.2)$$

Jika semua bagian riil nilai eigen dari matriks (2.2) bernilai negatif, maka titik kesetimbangan (x_0, y_0) adalah stabil asimtotik. Jika salah satu dari nilai eigen tersebut bernilai positif, maka titik kesetimbangan tersebut tidak stabil. Jika bagian riil dari nilai eigen adalah nol maka kestabilan titik kesetimbangan tidak dapat disimpulkan [15].

2.5. Impulsive Buying dan Compulsive Buying

Impulsive buying terjadi ketika konsumen mengalami dorongan tiba-tiba yang kuat dan terus-menerus untuk melakukan pembelian dengan segera pada saat itu juga. Dorongan ini bersifat hedonis dan merangsang timbulnya konflik emosional, yaitu konflik antara keinginan untuk membeli dan kemauan untuk tidak melakukan pembelian [16]. Secara umum, penderita *Compulsive Buying Disorder* (CBD) mengalami kecemasan dalam membeli, merasakan sensasi adiksi saat membeli, dan biasanya melakukan *impulsive buying* pada pembelian barang mahal yang sebenarnya tidak dibutuhkan. *Impulsive buying* ini seringkali terjadi secara berulang-ulang karena penderita CBD tidak mampu untuk mengendalikan dorongan berlebihan untuk melakukan pembelian bahkan ketika mereka tidak membutuhkan barang tersebut atau tidak mampu melakukan pembelian tersebut [17].

3. Pembahasan

3.1. Model Matematika

Pada penelitian ini dibentuk model matematika untuk kasus penyebaran CBD pada *e-commerce* dengan adanya *influencer* sebagai individu yang memiliki peluang mempengaruhi individu lain dalam populasi untuk melakukan *impulsive buying*. Diasumsikan CBD disebabkan karena adanya indikasi perilaku *impulsive buying* berulang akibat gangguan pengendalian perilaku impulsif dari dalam diri sendiri dan

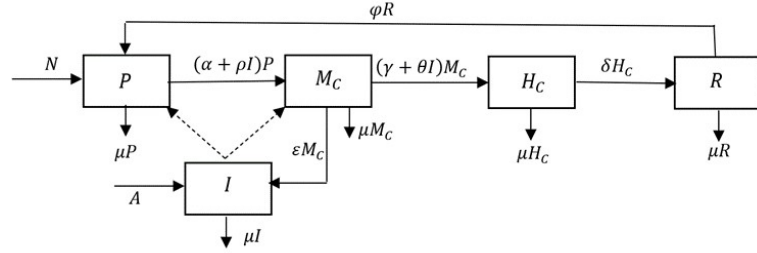
juga pengaruh ulasan produk dari *influencer*. CBD dianggap dapat sembuh ketika adanya kontrol diri yang tinggi. Selain itu, diasumsikan juga individu yang telah sembuh dapat kembali menjadi potensial CBD karena kurangnya komitmen pada diri sendiri.

Populasi dibagi menjadi empat subpopulasi, diantaranya subpopulasi *Potential* (P) yaitu individu yang telah meng-*install* *e-commerce* dan berpotensi menjadi CBD, subpopulasi *Medium Compulsive* (M_C) yaitu individu yang melakukan *impulsive buying* dengan melakukan *impulsive buying* satu sampai dua kali dalam sebulan dan durasi menjelajahi *e-commerce* dua sampai tiga jam per hari, subpopulasi *Influencer* (I) yaitu individu berperan mempengaruhi untuk berbelanja *online*, subpopulasi *High Compulsive* (H_C) yaitu individu yang telah menderita CBD dengan melakukan *impulsive buying* lebih dari empat kali dalam sebulan dan durasi menjelajahi *e-commerce* empat sampai lima jam per hari, dan subpopulasi *Recovered* (R) yaitu individu yang telah sembuh dari CBD ditandai dengan durasi menjelajahi *e-commerce* kurang dari satu jam per hari. Adapun parameter yang digunakan dalam model ini disajikan dalam Tabel 1.

Tabel 1: Daftar Parameter

Parameter	Keterangan	Satuan
N	Laju individu meng- <i>install</i> aplikasi <i>e-commerce</i> dalam populasi	$\frac{\text{individu}}{\text{bulan}}$
μ	Laju individu meng- <i>uninstall</i> aplikasi <i>e-commerce</i> dalam populasi	$\frac{\text{individu}}{\text{bulan}}$
A	Laju <i>free recruitment influencer</i> yang sejak awal sudah berperan mempengaruhi orang lain untuk berbelanja <i>online</i>	$\frac{\text{individu}}{\text{bulan}}$
α	Laju individu <i>Potential</i> beralih menjadi <i>Medium Compulsive</i> karena keinginan dari dalam diri sendiri	$\frac{\text{individu}}{\text{bulan}}$
ε	Laju individu <i>Medium Compulsive</i> beralih menjadi individu <i>Influencer</i>	$\frac{\text{individu}}{\text{bulan}}$
γ	Laju individu <i>Medium Compulsive</i> beralih menjadi <i>High Compulsive</i> karena kontrol diri rendah	$\frac{\text{individu}}{\text{bulan}}$
ρ	Peluang individu <i>Influencer</i> mempengaruhi individu <i>Potential</i> melakukan <i>impulsive buying</i> melalui ulasan produk	$\frac{1}{\text{bulan}}$
θ	Peluang individu <i>Influencer</i> mempengaruhi individu <i>Medium Compulsive</i> melakukan <i>impulsive buying</i> melalui ulasan produk	$\frac{1}{\text{bulan}}$
δ	Laju individu <i>High Compulsive</i> menjadi sembuh karena kontrol diri tinggi	$\frac{\text{individu}}{\text{bulan}}$
φ	Laju individu yang telah sembuh kembali menjadi <i>Potential</i> karena berkurangnya komitmen pada diri sendiri	$\frac{\text{individu}}{\text{bulan}}$

Model matematika penyebaran CBD pada *e-commerce* dengan adanya *influencer* dapat disajikan dengan diagram transfer pada Gambar 1.



Gambar 1: Diagram Model Matematika $PM_C IH_C R$

Berdasarkan Gambar 1 diperoleh model matematika yang dapat dilihat pada Persamaan (3.1) – (3.5) berikut.

$$\frac{dP(t)}{dt} = N + \varphi R - \rho IP - (\alpha + \mu)P, \quad (3.1)$$

$$\frac{dM_C(t)}{dt} = \alpha P + \rho IP - \theta IM_C - (\varepsilon + \gamma + \mu)M_C, \quad (3.2)$$

$$\frac{dI(t)}{dt} = A + \varepsilon M_C - \mu I, \quad (3.3)$$

$$\frac{dH_C(t)}{dt} = \gamma M_C + \theta IM_C - (\delta + \mu)H_C, \quad (3.4)$$

$$\frac{dR(t)}{dt} = \delta H_C - (\varphi + \mu)R. \quad (3.5)$$

3.2. Titik Keseimbangan

Berdasarkan Persamaan (3.1) – (3.5) dapat dicari titik kesetimbangan model dengan membuat nol ruas kanan dan didefinisikan $k_1 = (\delta + \mu)$, $k_2 = (\varphi + \mu)$, $k_3 = (\alpha + \mu)$, dan $k_4 = (\varepsilon + \gamma + \mu)$, sehingga diperoleh Persamaan (3.6) – (3.10) sebagai berikut.

$$N + \varphi R - \rho IP - k_3 P = 0, \quad (3.6)$$

$$\alpha P + \rho IP - \theta IM_C - k_4 M_C = 0, \quad (3.7)$$

$$A + \varepsilon M_C - \mu I = 0, \quad (3.8)$$

$$\gamma M_C + \theta IM_C - k_1 H_C = 0, \quad (3.9)$$

$$\delta H_C - k_2 R = 0. \quad (3.10)$$

Dengan menyelesaikan Persamaan (3.6) – (3.10) diperoleh polinomial pangkat tiga sebagai berikut.

$$d_3 I^3 + d_2 I^2 + d_1 I + d_0 = 0, \quad (3.11)$$

dengan:

$$\begin{aligned}
d_0 &= -A\alpha\delta\gamma\varphi\varepsilon + Ak_1k_2k_3k_4\varepsilon + N\alpha k_1k_2\varepsilon^2, \\
d_1 &= -A\alpha\delta\theta\varphi\varepsilon - A\delta\gamma\rho\varphi\varepsilon + Ak_1k_2k_3\theta\varepsilon + Ak_1k_2k_4\rho\varepsilon + Nk_1k_2\rho\varepsilon^2 \\
&\quad + \alpha\delta\gamma\mu\varphi\varepsilon - k_1k_2k_3k_4\mu, \\
d_2 &= -A\delta\rho\theta\varphi\varepsilon + Ak_1k_2\rho\theta\varepsilon + \alpha\delta\mu\theta\varphi\varepsilon + \delta\gamma\mu\rho\varphi\varepsilon - k_1k_2k_3\mu\theta\varepsilon - k_1k_2k_4\mu\rho\varepsilon, \\
d_3 &= \delta\mu\rho\theta\varphi\varepsilon - k_1k_2\mu\rho\theta\varepsilon.
\end{aligned}$$

Berdasarkan Teorema Sturm, maka diperoleh Teorema 3.1 sebagai berikut.

Teorema 3.1. *Diberikan suatu polinomial derajat tiga sebagai berikut.*

$$d_3I^3 + d_2I^2 + d_1I + d_0 = 0, \quad (3.12)$$

dengan:

$$\begin{aligned}
d_0 &= -A\alpha\delta\gamma\varphi\varepsilon + Ak_1k_2k_3k_4\varepsilon + N\alpha k_1k_2\varepsilon^2, \\
d_1 &= -A\alpha\delta\theta\varphi\varepsilon - A\delta\gamma\rho\varphi\varepsilon + Ak_1k_2k_3\theta\varepsilon + Ak_1k_2k_4\rho\varepsilon + Nk_1k_2\rho\varepsilon^2 \\
&\quad + \alpha\delta\gamma\mu\varphi\varepsilon - k_1k_2k_3k_4\mu, \\
d_2 &= -A\delta\rho\theta\varphi\varepsilon + Ak_1k_2\rho\theta\varepsilon + \alpha\delta\mu\theta\varphi\varepsilon + \delta\gamma\mu\rho\varphi\varepsilon - k_1k_2k_3\mu\theta\varepsilon - k_1k_2k_4\mu\rho\varepsilon, \\
d_3 &= \delta\mu\rho\theta\varphi\varepsilon - k_1k_2\mu\rho\theta\varepsilon,
\end{aligned}$$

di mana d_0, d_1, d_2 dan d_3 bernilai positif. Polinomial (3.12) memiliki dua akar real positif jika dan hanya jika

- (1) $9d_0d_3 > d_2d_1$,
- (2) $4(d_1 - 3d_2d_0)(d_2^2 - 3d_1d_3) > (9d_0d_3 - d_2d_1)^2$.

Sedangkan Polinomial (3.12) memiliki hanya satu akar real positif jika dan hanya jika:

- (1) $9d_0d_3 < d_2d_1$,
- (2) $4(d_1 - 3d_2d_0)(d_2^2 - 3d_1d_3) < (9d_0d_3 - d_2d_1)^2$.

Bukti. Barisan Sturm dari Persamaan (3.12) adalah sebagai berikut.

$$f_0 = I^3 + \frac{d_2}{d_3}I^2 + \frac{d_1}{d_3}I + \frac{d_0}{d_3}, \quad (3.13)$$

$$f_1 = 3I^2 + 2\frac{d_2}{d_3}I + \frac{d_1}{d_3}, \quad (3.14)$$

$$f_2 = q_2f_3 - f_4, \quad (3.15)$$

$$f_3 = q_3f_4 - K. \quad (3.16)$$

Berdasarkan aturan tanda Descartes, Persamaan (3.12) memiliki dua akar real positif jika $f_2(0) < 0$ dan $f_3(0) > 0$, serta memiliki satu akar real positif jika $f_2(0) > 0$ dan $f_3(0) < 0$. Melalui algoritma pembagian diperoleh:

$$f_2 = \left(-\frac{2d_1}{3d_3} + \frac{2d_2^2}{9d_3^2}\right)I + \left(\frac{d_2d_1}{9d_3^2} - \frac{d_0}{d_3}\right). \quad (3.17)$$

Nilai $f_2(0)$ akan negatif jika dan hanya jika $9d_0d_3 > d_2d_1$. Sedangkan $f_2(0)$ bernilai positif jika dan hanya jika $9d_0d_3 < d_2d_1$.

Dengan menggunakan algoritma pembagian kembali diperoleh:

$$f_3 = -\frac{9}{4} \frac{4 \left(\frac{d_1}{d_3}\right)^2 - \left(\frac{d_2}{d_3}\right)^2 \left(\frac{d_1}{d_3}\right)^2 - 18 \left(\frac{d_2d_1d_0}{d_3^3}\right)^2 + 4 \frac{d_0}{d_3} \left(\frac{d_2}{d_3}\right)^3 + 27 \left(\frac{d_0}{d_3}\right)^2}{\left(\left(\frac{d_2}{d_3}\right)^2 - 3 \left(\frac{d_1}{d_3}\right)^2\right)^2}. \quad (3.18)$$

Nilai $f_3(0)$ akan negatif jika dan hanya jika:

$$4(d_1 - 3d_2d_0)(d_2^2 - 3d_1d_3) > (9d_0d_3 - d_2d_1)^2.$$

Sedangkan $f_3(0)$ bernilai positif jika dan hanya jika:

$$4(d_1 - 3d_2d_0)(d_2^2 - 3d_1d_3) < (9d_0d_3 - d_2d_1)^2. \quad \square$$

Titik kesetimbangan bebas CBD yaitu suatu kondisi ketika tidak terjadi penyebaran CBD pada populasi. Keadaan ini terjadi ketika tidak ada individu yang mengalami CBD ($H_C^0 = 0$) dan tidak ada yang dinyatakan sembuh ($R^0 = 0$). Maka diperoleh:

$$E_0 = (P^0, M_C^0, I^0, H_C^0, R^0) = \left(\frac{\mu N}{\rho A + \mu k_3}, 0, \frac{A}{\mu}, 0, 0 \right). \quad (3.19)$$

Titik kesetimbangan terdapat CBD yaitu suatu kondisi ketika terjadi penyebaran CBD pada populasi, yaitu ketika $P^* \neq 0, M_C^* \neq 0, I^* \neq 0, H_C^* \neq 0$, dan $R^* \neq 0$. Maka diperoleh $E_1 = (P^*, M_C^*, I^*, H_C^*, R^*)$ dengan:

$$P^* = \frac{N}{\rho I^* + k_3} + \frac{\varphi \delta (\gamma + \theta I^*)(\mu I^* - A)}{\varepsilon k_1 k_2 (\rho I^* + k_3)}, \quad (3.20)$$

$$M_C^* = \frac{\mu I^* - A}{\varepsilon}, \quad (3.21)$$

$$H_C^* = \frac{(\gamma + \theta I^*)(\mu I^* - A)}{\varepsilon k_1}, \quad (3.22)$$

$$R^* = \frac{\delta (\gamma + \theta I^*)(\mu I^* - A)}{\varepsilon k_1 k_2}, \quad (3.23)$$

di mana I^* merupakan solusi positif dari polinomial:

$$d_3 I^3 + d_2 I^2 + d_1 I + d_0 = 0. \quad (3.24)$$

3.3. Bilangan Reproduksi Dasar

Menurut [18] perhitungan bilangan reproduksi dasar (R_0) dapat ditentukan dengan membangun *Next Generation Matrix*. Pada kasus ini matriks tersebut dibangun dari subpopulasi *medium compulsive* (M_C) dan subpopulasi *high compulsive* (H_C). Dibangun matriks F dan V sebagai berikut.

$$F = \begin{bmatrix} -\theta I - \gamma & 0 \\ \gamma + \theta I & 0 \end{bmatrix} \text{ dan } V = \begin{bmatrix} \varepsilon + \mu & 0 \\ 0 & \delta + \mu \end{bmatrix}. \quad (3.25)$$

Diperoleh matriks:

$$FV^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{-\theta I - \gamma}{\varepsilon + \mu} & 0 \\ \frac{\gamma + \theta I}{\varepsilon + \mu} & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.26)$$

Nilai bilangan reproduksi dasar diperoleh dari radius spektral, yaitu nilai eigen $\det[\lambda I - FV^{-1}]$ dengan nilai mutlak terbesar, sehingga:

$$R_0 = \left| \frac{-(\theta I + \gamma)}{\varepsilon + \mu} \right| = \frac{\theta I + \gamma}{\varepsilon + \mu}. \quad (3.27)$$

Kemudian substitusikan titik kesetimbangan bebas CBD pada Persamaan (3.27), diperoleh:

$$R_0 = \frac{\theta A + \mu \gamma}{\mu(\varepsilon + \mu)}. \quad (3.28)$$

3.4. Analisis Kestabilan Titik Kesetimbangan

Kestabilan titik kesetimbangan suatu model dapat dilihat dari nilai eigen matriks Jacobian pada Persamaan (3.1) – (3.5) dengan mensubstitusikan titik kesetimbangan yang akan dianalisis kestabilannya. Berikut matriks Jacobian dari Persamaan (3.1) – (3.5).

$$J(E) = \begin{bmatrix} -\rho I - k_3 & 0 & -\rho P & 0 & \varphi \\ \alpha + \rho I & -\theta I - k_4 & \rho P - \theta M_C & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon & -\mu & 0 & 0 \\ 0 & \gamma + \theta I & \theta M_C & -k_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \delta & -k_2 \end{bmatrix}. \quad (3.29)$$

Matriks Jacobian pada Persamaan (3.29) dapat dituliskan kembali dalam bentuk sebagai berikut.

$$J(E) = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix}, \quad (3.30)$$

dengan:

$$J_1(E) = \begin{bmatrix} -\rho I - k_3 & 0 \\ \alpha + \rho I & -\theta I - k_4 \end{bmatrix}, \quad J_2(E) = \begin{bmatrix} -\rho P & 0 & \varphi \\ \rho P - \theta M_C & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.31)$$

$$J_3(E) = \begin{bmatrix} 0 & \varepsilon \\ 0 & \gamma + \theta I \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad J_4(E) = \begin{bmatrix} -\mu & 0 & 0 \\ \theta M_C & -k_1 & 0 \\ 0 & \delta & -k_2 \end{bmatrix}. \quad (3.32)$$

Berdasarkan bentuk diagonal matriks Jacobian J_1, J_2, J_3 dan J_4 maka nilai eigen dari titik kesetimbangan model hanya akan bergantung pada J_1 dan J_4 .

3.4.1. Analisis Kestabilan Titik Kesetimbangan Bebas CBD (E_0)

Analisis kestabilan titik kesetimbangan bebas CBD (E_0) dilakukan dengan mensubstitusikan Persamaan (3.29) dengan titik kesetimbangan bebas CBD $E_0 = (P^0, M_C^0, I^0, H_C^0, R^0)$ yang disajikan dalam bentuk matriks Jacobian $J_1(E_0)$ dan $J_4(E_0)$.

- Untuk $J_1(E_0)$

Dicari nilai eigen matriks $J_1(E_0)$ dengan menggunakan persamaan karakteristik $\det[\lambda I - J_1(E_0)]$.

$$\det \begin{bmatrix} \lambda + \left(\frac{\rho A}{\mu} + k_3\right) & 0 \\ -\left(\alpha + \frac{\rho A}{\mu}\right) & \lambda + \left(\frac{\theta A}{\mu} + k_4\right) \end{bmatrix} = 0, \quad (3.33)$$

$$\left(\lambda + \left(\frac{\rho A}{\mu} + k_3\right)\right) \left(\lambda + \left(\frac{\theta A}{\mu} + k_4\right)\right) = 0. \quad (3.34)$$

Dari Persamaan (3.34) diperoleh nilai eigen dari matriks $J_1(E_0)$ yaitu:

$$\lambda_{01} = -\left(\frac{\rho A}{\mu} + k_3\right) \text{ dan } \lambda_{02} = -\left(\frac{\theta A}{\mu} + k_4\right). \quad (3.35)$$

Jelas λ_{01} dan λ_{02} bernilai negatif karena setiap parameter bernilai positif.

- Untuk $J_4(E_0)$

Dicari nilai eigen matriks $J_4(E_0)$ dengan menggunakan persamaan karakteristik $\det[\lambda I - J_4(E_0)]$.

$$\det \begin{bmatrix} \lambda + \mu & 0 & 0 \\ 0 & \lambda + k_1 & 0 \\ 0 & -\delta & \lambda + k_2 \end{bmatrix} = 0, \quad (3.36)$$

$$(\lambda + \mu)(\lambda + k_1)(\lambda + k_2) = 0. \quad (3.37)$$

Dari Persamaan (3.37) diperoleh nilai eigen dari matriks $J_4(E_0)$ yaitu:

$$\lambda_{03} = -\mu, \lambda_{04} = -k_1, \lambda_{05} = -k_2. \quad (3.38)$$

Jelas $\lambda_{03}, \lambda_{04}$ dan λ_{05} bernilai negatif karena setiap parameter bernilai positif.

Sehingga berdasarkan uraian di atas, dapat disimpulkan bahwa semua bagian real dari nilai eigen matriks $J_1(E_0)$ dan $J_4(E_0)$ bernilai negatif, serta titik kesetimbangan bebas CBD (E_0) stabil asimtotik lokal.

3.4.2. Analisis Kestabilan Titik Kesetimbangan Terdapat CBD (E_1)

Analisis kestabilan titik kesetimbangan terdapat CBD (E_1) dilakukan dengan substitusikan Persamaan (3.29) dengan titik kesetimbangan terdapat CBD $E_1 = (P^*, M_C^*, I^*, H_C^*, R^*)$ yang disajikan dalam bentuk matriks Jacobian $J_1(E_1)$ dan $J_4(E_1)$.

- Untuk $J_1(E_1)$

Dicari nilai eigen matriks $J_1(E_1)$ dengan menggunakan persamaan karakteristik $\det[\lambda I - J_1(E_1)]$.

$$\det \begin{bmatrix} \lambda + (\rho I + k_3) & 0 \\ -(\alpha + \rho I) & \lambda + (\theta I + k_4) \end{bmatrix} = 0, \quad (3.39)$$

$$(\lambda + (\rho I^* + k_3))(\lambda + (\theta I^* + k_4)) = 0. \quad (3.40)$$

Dari Persamaan (3.40) diperoleh nilai eigen dari matriks $J_1(E_1)$ yaitu:

$$\lambda_{11} = -(\rho I^* + k_3) \text{ dan } \lambda_{12} = -(\theta I^* + k_4) \quad (3.41)$$

Jelas λ_{11} dan λ_{12} bernilai negatif karena setiap parameter bernilai positif.

- Untuk $J_4(E_1)$

Dicari nilai eigen matriks $J_4(E_1)$ dengan menggunakan persamaan karakteristik $\det[\lambda I - J_4(E_1)]$.

$$\det \begin{bmatrix} \lambda + \mu & 0 & 0 \\ -\theta M_C^* & \lambda + k_1 & 0 \\ 0 & -\delta & \lambda + k_2 \end{bmatrix} = 0, \quad (3.42)$$

$$(\lambda + \mu)(\lambda + k_1)(\lambda + k_2) = 0. \quad (3.43)$$

Dari Persamaan (3.37) diperoleh nilai eigen dari matriks $J_4(E_1)$ yaitu:

$$\lambda_{13} = -\mu, \lambda_{14} = -k_1, \lambda_{15} = -k_2 \quad (3.44)$$

Jelas $\lambda_{13}, \lambda_{14}$ dan λ_{15} bernilai negatif karena setiap parameter bernilai positif.

Sehingga berdasarkan uraian di atas, dapat disimpulkan bahwa semua bagian real dari nilai eigen matriks $J_1(E_1)$ dan $J_4(E_1)$ bernilai negatif, serta titik kesetimbangan terdapat CBD (E_1) stabil asimtotik lokal.

3.5. Simulasi Numerik

Simulasi pemodelan matematika penyebaran CBD pada *e-commerce* dengan adanya *influencer* menggunakan syarat awal untuk nilai awal individu pada individu *Potential* $P(0) = 500$, individu *Medium Compulsive* $M_C(0) = 10$, individu *Influencer* $I(0) = 10$, individu *High Compulsive* $H_C(0) = 0$, dan individu *Recovered* $R(0) = 0$. Nilai awal ini maknanya adalah kondisi awal dalam populasi terdapat 500 orang yang menginstal *e-commerce*, 10 orang yang melakukan *impulsive buying* dan 10 *influencer*.

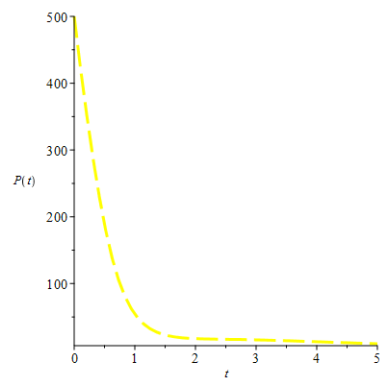
Nilai parameter yang digunakan yaitu $N = \{1, 60\}$, $\mu = 0.4$, $A = \{1, 8\}$, $\alpha = 0.6$, $\varepsilon = 0.46$, $\gamma = 0.493$, $\rho = 0.06$, $\delta = 0.6$, dan $\varphi = 0.5$. Nilai parameter tersebut dipilih berdasarkan asumsi untuk melihat kondisi saat $R_0 < 1$ dan $R_0 > 1$. Adapun variasi nilai parameter θ disajikan pada Tabel 2.

Berdasarkan Persamaan (3.28) dapat diketahui bahwa $R_0 < 1$ ketika $\theta < \frac{\mu(\varepsilon + \mu - \gamma)}{A}$. Dengan menggunakan nilai-nilai parameter μ, ε, γ , dan A seperti pada Tabel 2 maka $R_0 < 1$ jika $\theta < 0.1468$ Artinya ketika peluang *influencer* mempengaruhi individu *medium compulsive* melakukan *impulsive buying* melalui ulasan produk kurang dari 0.1468 maka penderita CBD akan perlahan menghilang. Sedangkan $R_0 > 1$ ketika nilai $\theta > 0.1468$. Artinya ketika peluang *influencer* mempengaruhi individu *medium compulsive* melakukan *impulsive buying* melalui ulasan produk lebih dari 0.1468 maka penderita CBD akan tetap terus ada dalam populasi.

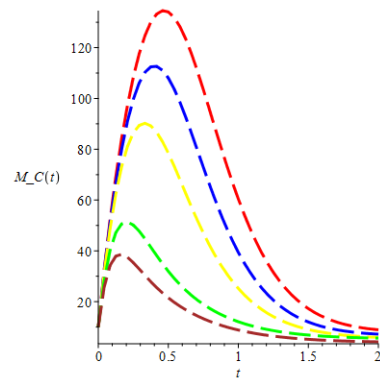
Grafik simulasi numerik penyebaran CBD pada *e-commerce* dengan adanya *influencer* untuk tiap subpopulasi kemudian disajikan pada Gambar 2.

Berdasarkan Gambar 2 diperoleh sebagai berikut.

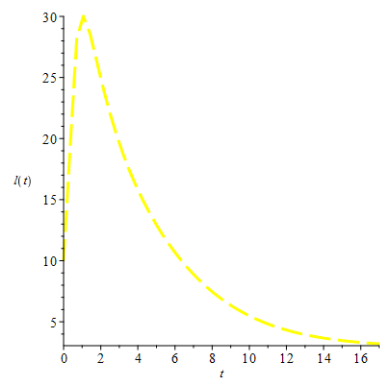
- (1) Pada Gambar 2a dapat dilihat bahwa grafik pertumbuhan individu pada subpopulasi *potential* (P) mengalami penurunan dari nilai awal menuju titik kesetimbangan. Hal ini disebabkan berkurangnya individu pada subpopulasi *potential* (P) akibat beralih menjadi individu *medium compulsive* (M_C) dan juga



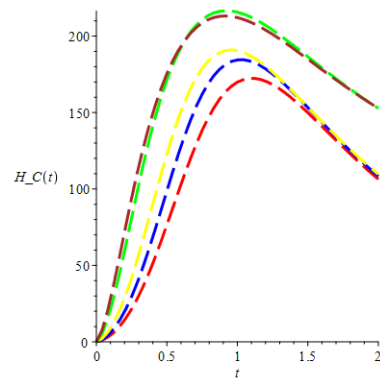
(a) Grafik kelas P



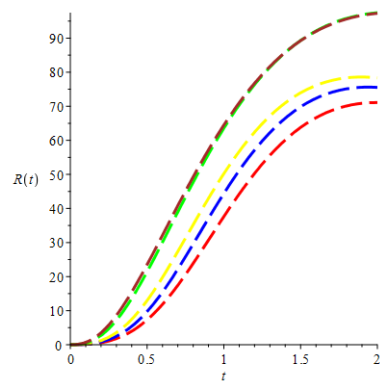
(b) Grafik kelas M_C



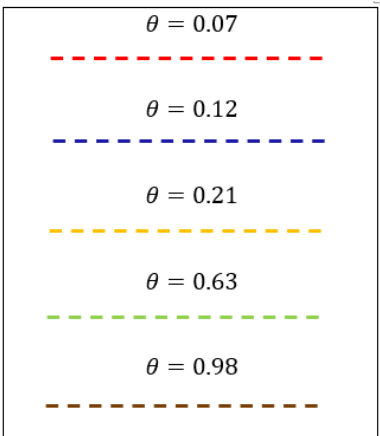
(c) Grafik kelas I



(d) Grafik kelas H_C



(e) Grafik kelas R



(f) Keterangan

Gambar 2: Grafik Pengaruh Variasi Parameter $\rho = \theta$

Tabel 2: Variasi Nilai Parameter θ

N	A	θ	R_0	Titik Keseimbangan (P, M_C, I, H_C, R)
1	1	0.07	0.7767441860	(0.8695652174, 0, 2.5, 0, 0)
1	1	0.12	0.9220930233	(0.8695652174, 0, 2.5, 0, 0)
1	1	0.21	1.183720930	(0.9703602686, 0.3823559326, 2.939709322, 0.4245446878, 0.2830297918)
60	8	0.63	15.22441860	(32.93381004, 4.055181522, 24.66345875, 65.00852985, 43.33901990)
60	8	0.98	23.36395349	(34.21218559, 2.827578035, 23.25171474, 65.82511309, 43.88340872)

akibat meng-*uninstall* aplikasi *e-commerce*. Kemudian grafik mulai konvergen menuju titik kesetimbangan ketika waktu (t) sekitar pada bulan ke-2.

- (2) Pada Gambar 2b dapat dilihat bahwa semakin tinggi nilai θ maka jumlah individu pada subpopulasi *medium compulsive* (M_C) semakin cepat turun menuju titik kesetimbangan. Hal ini dikarenakan semakin tinggi nilai θ maka semakin banyak juga individu *medium compulsive* yang beralih menjadi *high compulsive* karena terpengaruh ulasan produk oleh *influencer*.
- (3) Pada Gambar 2c dapat dilihat bahwa grafik pertumbuhan individu pada subpopulasi *influencer* (I) pada mulanya mengalami kenaikan akibat masuknya *influencer* yang sejak awal telah berperan mempengaruhi orang lain dan juga yang berasal dari individu *medium compulsive*. Kemudian mengalami penurunan dan mulai konvergen menuju titik kesetimbangan ketika waktu (t) sekitar pada bulan ke-15.
- (4) Pada Gambar 2d dapat dilihat bahwa semakin tinggi nilai θ maka jumlah individu *high compulsive* (H_C) semakin meningkat karena bertambahnya jumlah populasi yang berasal dari individu *medium compulsive* (M_C) yang terpengaruh ulasan produk *influencer*. Kemudian semakin cepat pula menuju titik kesetimbangan.
- (5) Pada Gambar 2e dapat dilihat bahwa semakin tinggi nilai θ jumlah individu *recovered* (R) semakin meningkat dan semakin cepat juga menuju titik kesetimbangan.

Dapat dilihat bahwa dengan adanya *influencer* yang memiliki peluang mempengaruhi terjadinya *impulsive buying* dapat berpengaruh terhadap proses penyebaran CBD pada *e-commerce*. Semakin tinggi nilai peluang *influencer* dalam mem-

pengaruhi individu *medium compulsive* melakukan *impulsive buying* melalui ulasan produk (θ), maka semakin cepat meningkat juga jumlah individu yang mengalami CBD (*high compulsive*) dan semakin cepat menuju titik kesetimbangan.

4. Kesimpulan

Pada model matematika penyebaran CBD pada *e-commerce* dengan adanya *influencer* diperoleh dua titik kesetimbangan, yaitu titik kesetimbangan bebas CBD $E_0 = (P^0, M_C^0, I^0, H_C^0, R^0)$ dan titik kesetimbangan terdapat CBD $E_1 = (P^*, M_C^*, I^*, H_C^*, R^*)$ yang stabil asimtotik lokal.

Adanya *influencer* yang memiliki peluang mempengaruhi terjadinya *impulsive buying* dapat berpengaruh terhadap proses penyebaran CBD pada *e-commerce*. Perubahan pada nilai peluang *influencer* dalam mempengaruhi individu *medium compulsive* melakukan *impulsive buying* melalui ulasan produk (θ) memberikan pengaruh yang signifikan terhadap nilai bilangan reproduksi dasar (R_0) dan titik kesetimbangan yang diperoleh. Nilai $R_0 < 1$ ketika $\theta < 0.1468$, artinya ketika peluang *influencer* mempengaruhi individu *medium compulsive* melakukan *impulsive buying* melalui ulasan produk kurang dari 0.1468 maka penderita CBD akan perlahan menghilang. Sedangkan $R_0 > 1$ ketika nilai $\theta > 0.1468$, artinya ketika peluang *influencer* mempengaruhi individu *medium compulsive* melakukan *impulsive buying* melalui ulasan produk lebih dari 0.1468 maka penderita CBD akan tetap terus ada dalam populasi. Semakin tinggi nilai θ maka semakin cepat meningkat juga jumlah individu yang menderita CBD (*high compulsive*) dan semakin cepat menuju titik kesetimbangan pada waktu t .

Daftar Pustaka

- [1] Mumtaz, Z. A., Dharta, F. Y., Oxygentri, O., 2022, Fenomena Belanja *On-line* Dikalangan Mahasiswa Bekasi Penonton Tayangan #racuntiktok, *NUSANTARA: Jurnal Ilmu Pengetahuan Sosial* Vol. **9**(8): 2862 – 2868
- [2] Hidayati, D. N. R., Sukardani, P. S., 2023, Perilaku Konsumtif Masyarakat Urban Dalam Fenomena Jastip (Studi Fenomenologi Pelanggan Perempuan Pada Layanan Jasa Titip Produk *Fast Fashion*), *The Commercium* Vol. **7**(2): 203 – 211
- [3] Kementerian Komunikasi dan Informatika, 2018, *Kominfo: Pertumbuhan E-Commerce Indonesia Capai 78 Persen*, <https://www.kominfo.go.id/>.
- [4] Statista Market Insight, 2023, *E-Commerce in Indonesia*, <https://www.statista.com/>
- [5] Shadrina, R. N., Yoestini, 2022, Analisis Pengaruh *Content Marketing*, *Influencer*, Dan Media Sosial Terhadap Keputusan Pembelian Konsumen (Studi pada Pengguna Instagram dan Tiktok di Kota Magelang), *Diponegoro Journal of Management* Vol. **11**(2): 1 – 11
- [6] Annafila, F. H., Zuhroh, L., 2022, Pengaruh Kontrol Diri Terhadap Perilaku Konsumtif pada Mahasiswa Universitas Islam Raden Rahmat Malang, *Psikodinamika: Jurnal Literasi Psikologi* Vol. **2**(1): 20 – 27
- [7] Acerit, A. D., Bauji, N. J. B., Daliri, J. S., de Guzman, A. S., Lazatin, S. C. C., Porto Jr., P. N., Rabago, Z. M., Rodriguez, G. M. B., Valdez, H. M. P.,

- 2022, *Oniomania: A Phenomenological Study on Online Shopping Addiction*, *International Journal of Arts, Sciences and Education* Vol. **3**(1): 71 – 85
- [8] Nisa, K., Wijayani, Q. N., 2024, Peran *Influencer* Media Sosial Dalam *Impulsive Buying* dan Konsumsi Generasi Z : Studi Kasus *Marketplace* Shopee, *Harmoni: Jurnal Ilmu Komunikasi dan Sosial* Vol. **textbf2**(1): 31 – 43
- [9] Eric, E., Jocelyn, J., Cen, A., Bong, V., & Lie, F. K., 2022, Dampak *Influencer* Instagram Terhadap Gaya Hidup Belanja Impulsif Pada Remaja di Batam, *JULI: Jurnal Ilmiah Ekonomi Dan Bisnis* Vol. **15**(1): 135 – 144
- [10] Puspita, L., Arnellis, A., 2023, Model Matematika Penyebaran *Online Compulsive Buying Disorder*, *Journal of Mathematics UNP* Vol. **8**(2): 62 – 71
- [11] Naitili, A., Obe, L. F., Bano, E. N., 2023, *Mathematical Modeling and Simulation of Online Shopping Addiction to Shopee Application SEIR Type*, *JSLK: Jurnal Saintek Lahan Kering* Vol: **6**(2): 1 – 4
- [12] Wiggins, S., 2024, *Ordinary Differential Equation: A Dynamical Point of View*, World Scientific Publishing, Singapore
- [13] Forde, J., Nelson, P., 2004, *Application of Sturm Sequence to Bifurcation Analysis of Delay Differential Equation Models*, *Journal of Math Analysis Application*: 273 – 284
- [14] Henry, C. J., 2017, *Mathematical Modeling, R0, and Importance of Uncertainty*, The University of Michigan
- [15] Ndi, M. Z., 2018, *Pemodelan Matematika: Dinamika Populasi dan Penyebaran Penyakit*, Deepublish Publisher
- [16] Rahanatha, G. B., Yasa, N. N. K., Giantari, I. G. A. K., Ekawati, N. W., 2023, *Perilaku Pembelian Impulsif Dalam Pelaksanaan Yadnya: Studi Pada Perempuan Hindu Bali*, PT Media Pustaka Indo
- [17] Weinstein, A., Maraz, A., Griffiths, M. D., Lejoyeux, M., Demetrovics, Z., 2016, *Compulsive Buying - Features and Characteristics of Addiction*, In *Non-Drug Addictions as Comparative Neuropathology*, Elsevier Vol. **3**: 993 – 1007
- [18] Diekmann, O., Heesterbeek, J. A. P., Roberts, M. G. (2010). *The construction of next-generation matrices for compartmental epidemic models*, *Journal of the Royal Society Interface* Vol. **7**(47): 873 – 885