

KINEMATIC ANALYSIS OF MECHANUM WHEEL WITH THE TAYLOR SERIES APPROXIMATION AT DIFFERENT ORDERS

FAUZI RAHMATULLAH SIREGAR, HARIPAMYU*, MAHDHIVAN SYAFWAN

*Departemen Matematika dan Sains Data,
FMIPA Universitas Andalas,
Kampus UNAND Limau Manis Padang 25163.
email : haripamyu@sci.unand.ac.id*

Diajukan 12 September 2025 Direvisi 16 Desember 2025
Diterima 8 Januari 2026 Diterbitkan 31 Januari 2026

Abstrak. Roda mekanum merupakan komponen penting pada sistem robotika *omnidirectional* yang memungkinkan pergerakan bebas ke segala arah tanpa mengubah orientasi. Kompleksitas kinematika roda ini menuntut model matematis yang akurat namun efisien. Penelitian ini menganalisis persamaan kecepatan titik kontak roda mekanum dengan mempertimbangkan semua komponen kecepatan, kemudian menyederhanakannya menggunakan aproksimasi deret Taylor orde satu, dua, dan tiga. Model disimulasikan secara numerik untuk variasi jumlah *roller* $N = 6, 8, 12$ dengan parameter geometri dan gerak yang ditetapkan. Hasil simulasi menunjukkan bahwa pendekatan orde satu menghasilkan galat yang relatif besar, terutama untuk jumlah *roller* sedikit. Pendekatan orde dua secara signifikan menurunkan nilai *Root Mean Square* (RMS) galat dibanding orde satu, sedangkan orde tiga tidak memberikan peningkatan berarti dibanding orde dua. Jumlah *roller* yang lebih banyak juga menghasilkan kurva kecepatan yang lebih halus dan akurat. Kesimpulannya, aproksimasi deret Taylor orde dua sudah memadai untuk memodelkan kinematika roda mekanum secara efisien dengan akurasi tinggi, sehingga sesuai untuk aplikasi kontrol robot bergerak.

Kata Kunci: Roda mekanum, Kinematika, Deret Taylor

Abstract. The mecanum wheel is an essential component in omnidirectional robotic systems, enabling free movement in any direction without changing orientation. The complexity of its kinematics requires a mathematical model that is both accurate and efficient. This study analyzes the contact point velocity equations of a mecanum wheel by considering all velocity components, then simplifies them using first-, second-, and third-order Taylor series approximations. The model is numerically simulated for different numbers of rollers ($N = 6, 8, 12$) with predefined geometric and motion parameters. Simulation results show that the first-order approach produces relatively large errors, especially with fewer rollers. The second-order approach significantly reduces the Root Mean Square (RMS) error compared to the first order, while the third order provides no notable improvement over the second. Increasing the number of rollers also results

*Penulis korespondensi

in smoother and more accurate velocity curves. In conclusion, the second-order Taylor series approximation is sufficient to efficiently model mecanum wheel kinematics with high accuracy, making it suitable for mobile robot control applications.

Keywords: Mecanum wheel, Kinematics, Taylor series

1. Pendahuluan

Robotika telah mengalami perkembangan pesat, terutama dalam teknologi sistem pergerakan. Salah satu inovasi yang menarik perhatian adalah roda mekanum, yang memungkinkan mobilitas omnidirectional tanpa mengubah orientasi robot [1]. Keunggulan ini menjadikan roda mekanum banyak digunakan dalam berbagai aplikasi, seperti kendaraan otonom, sistem industri, dan robot tempur [2]. Dengan desain sedikit berbeda dengan roda konvensional seperti pada Gambar 1, Gambar 2, dan Gambar 3, roda mekanum dapat dengan mudah mencapai posisi yang sulit dijangkau yang memerlukan mobilitas yang tinggi agar efisiensi gerakan dapat tercapai.



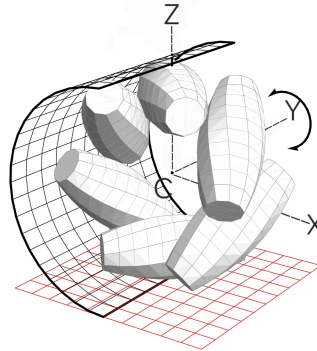
Gambar 1. Tampak depan Roda Mecanum



Gambar 2. Tampak samping Roda Mecanum

Dalam konteks kontrol robot, eror yang timbul dari pemodelan kinematika harus diperhitungkan dalam desain sistem kendali. Salah satu metode yang banyak digunakan untuk mengatasi eror dalam estimasi posisi dan kecepatan adalah sensor fusion berbasis filter Kalman [3]. Dengan metode ini, berbagai sumber data sensor dapat dikombinasikan untuk mendapatkan estimasi yang lebih akurat, mengurangi dampak noise dan kesalahan sistem [4].

Model kinematika roda mekanum harus mempertimbangkan berbagai komponen kecepatan, termasuk translasi pusat roda, rotasi badan robot, rotasi roda utama, dan rotasi roller. Persamaan yang dihasilkan cenderung kompleks



Gambar 3. Skematik posisi roller roda mekanum dan arah vektor kecepatan

sehingga diperlukan metode penyederhanaan untuk implementasi yang lebih efisien. Salah satu pendekatan yang dapat digunakan adalah aproksimasi deret Taylor, yang mampu menyederhanakan bentuk persamaan sambil mempertahankan tingkat akurasi tertentu.

Penelitian sebelumnya telah menunjukkan hasil awal yang sederhana dengan menggunakan metode ekspansi Taylor orde dua. Persamaan yang diperoleh digunakan untuk menentukan bentuk dan desain roda mekanum [5]. Akan tetapi, metode ekspansi Taylor orde satu dan orde tiga belum dipertimbangkan pada penelitian tersebut. Gfrerrer [6] memodelkan geometri dan kinematika roda mekanum menggunakan pendekatan parametrik, serta mengusulkan aproksimasi torus untuk menyederhanakan bentuk rol roda dalam perhitungan matematis. Selanjutnya, Tlale dan De Villiers [7] mengembangkan model kinematika dan dinamika kendaraan beroda mekanum dengan mempertimbangkan gesekan dan slip yang terjadi selama pergerakan.

Dalam studi lebih lanjut, Becker et al. [8] meneliti dinamika kendaraan beroda empat dengan roda mekanum menggunakan model non-holonomik, serta menguji hasil teoritis dengan eksperimen pada robot NEXUS. Kemudian, Li et al. [9] mengkaji berbagai konfigurasi roda mekanum untuk meningkatkan mobilitas dan kinerja kendaraan omnidirectional, dengan mempertimbangkan optimalisasi desain roda. Penelitian terbaru oleh Pankrateva et al. [10] menyoroti pengaruh kesalahan pemasangan roda terhadap akurasi posisi kendaraan berbasis roda mekanum. Studi ini menegaskan perlunya model kompensasi untuk meningkatkan akurasi kontrol gerak.

Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis kinematika roda mekanum menggunakan aproksimasi deret Taylor pada orde yang berbeda, serta mengevaluasi pengaruh jumlah roller terhadap akurasi hasil perhitungan. Simulasi numerik dilakukan untuk membandingkan galat hasil model dengan jumlah roller yang bervariasi, sehingga dapat diperoleh rekomendasi metode dan konfigurasi yang optimal untuk aplikasi robot bergerak.

2. Landasan Teori

2.1. Kinematika Roda Mekanum

Roda mekanum memiliki susunan roller yang dipasang miring terhadap sumbu rotasi roda, biasanya dengan sudut 45° . Posisi roller ini menghasilkan komponen kecepatan lateral yang memungkinkan pergerakan omnidireksional. Model kinematika roda mekanum didasarkan pada hubungan antara kecepatan sudut roda dan kecepatan translasi maupun rotasi platform. Persamaan umum kecepatan titik kontak roda $\mathbf{V_P}$ dalam sistem koordinat global dapat diturunkan dengan mempertimbangkan translasi pusat roda, rotasi platform, rotasi roda utama, dan rotasi roller. Nilai $\mathbf{V_P}$ sendiri yaitu [5]:

$$\mathbf{V_P} = \begin{bmatrix} V_{Px} \\ V_{Py} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{Cx} - \omega_Z R_H \tan \tilde{\varphi} - R\dot{\varphi} - \dot{\gamma}(R - R_H \sec \tilde{\varphi}) \frac{\sqrt{2}}{2} \\ V_{Cy} + \dot{\gamma}(R \cos \tilde{\varphi} - R_H) \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix},$$

dengan V_{Cx} adalah komponen kecepatan translasi pusat roda C pada sumbu X , V_{Cy} adalah komponen kecepatan translasi pusat roda C pada sumbu Y , ω_Z adalah kecepatan sudut rotasi platform terhadap sumbu Z , R_H adalah jarak radial dari pusat roller ke titik kontak roller, R adalah jari-jari roda mekanum, $\tilde{\varphi}$ adalah sudut deviasi roller kontak terhadap bidang CXZ , $\dot{\varphi}$ adalah kecepatan sudut rotasi roda utama, dan $\dot{\gamma}$ adalah kecepatan sudut rotasi roller terhadap sumbu utamanya.

Dengan kondisi $V_P = 0$, nilai $\dot{\varphi}$ dan $\dot{\gamma}$ dicapai ketika:

$$\dot{\varphi} = \frac{V_{Cx}}{R} + \frac{V_{Cy}}{R} \sec \tilde{\varphi} - \frac{\omega_Z R_H}{R} \tan \tilde{\varphi}, \quad (2.1)$$

$$\dot{\gamma} = -\frac{2}{\sqrt{2}} \frac{V_{Cy}}{(R \cos \tilde{\varphi} - R_H)}. \quad (2.2)$$

Solusi dari Persamaan (2.1) adalah:

$$\begin{aligned} t + C = & \frac{ab}{(c^2 + a^2)\sqrt{c^2 - b^2 + a^2}} \ln \left| (b - a) \tan \left(\frac{\varphi - 2\pi k/N}{2} \right) + \sqrt{c^2 - b^2 + a^2} - c \right| \\ & - \frac{ab}{(c^2 + a^2)\sqrt{c^2 - b^2 + a^2}} \ln \left| (b - a) \tan \left(\frac{\varphi - 2\pi k/N}{2} \right) - \sqrt{c^2 - b^2 + a^2} - c \right| \\ & - \frac{c}{c^2 + a^2} \ln |c \sin(\varphi - 2\pi k/N) - a \cos(\varphi - 2\pi k/N) - b| + \frac{a(\varphi - 2\pi k/N)}{c^2 + a^2}, \end{aligned} \quad (2.3)$$

dengan $a = \frac{V_{Cx}}{R}$, $b = \frac{V_{Cy}}{R}$, dan $c = \frac{\omega_Z R_H}{R}$.

Diperoleh nilai untuk φ dalam bentuk implisit, sedangkan nilai γ diperoleh dengan substitusi nilai φ yang diperoleh ke Persamaan (2.2). Nilai γ adalah:

$$\gamma(t) = \int_{t_0}^t -\frac{2}{\sqrt{2}} \frac{V_{Cy}}{(R \cos(\varphi(x) - \frac{2\pi k}{N}) - R_H)} dx. \quad (2.4)$$

2.2. Teorema Aproksimasi Deret Taylor Orde n

Misalkan f terdiferensialkan secara kontinu hingga orde- $n + 1$ pada interval yang memuat a dan x . Jika $R_n(x)$ adalah sisa (*error*) dari aproksimasi deret Taylor

orde- n , maka berlaku:

$$R_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(c)}{(n+1)!} (x-a)^{n+1},$$

untuk suatu c di antara a dan x . Teorema ini memberikan batas kesalahan (*error bound*) aproksimasi deret Taylor, sehingga dapat digunakan untuk memperkirakan akurasi model kinematika roda mekanum yang disederhanakan pada orde tertentu.

3. Pembahasan

3.1. Penyederhanaan Persamaan Kecepatan Roda

Pendekatan pertama dilakukan dengan menggunakan ekspansi deret Taylor hingga orde satu. Dengan pendekatan ini, fungsi trigonometri didekati oleh:

$$\cos \tilde{\varphi} \approx 1, \sec \tilde{\varphi} \approx 1, \tan \tilde{\varphi} \approx \tilde{\varphi}.$$

Substitusi pendekatan tersebut ke dalam persamaan kecepatan $\mathbf{V_P}$ menghasilkan:

$$\begin{aligned} V_{P_X} &= V_{C_X} - \omega_Z R_H \tan \tilde{\varphi} - R\dot{\varphi} - \dot{\gamma}(R - R_H \sec \tilde{\varphi}) \frac{\sqrt{2}}{2}, \\ &= V_{C_X} - \omega_Z R_H \tilde{\varphi} - R\dot{\varphi} - \dot{\gamma}(R - R_H) \frac{\sqrt{2}}{2}, \\ V_{P_Y} &= V_{C_Y} + \dot{\gamma}(R \cos \tilde{\varphi} - R_H) \frac{\sqrt{2}}{2}, \\ &= V_{C_Y} + \dot{\gamma}(R - R_H) \frac{\sqrt{2}}{2}. \end{aligned}$$

Selanjutnya, pendekatan diperluas hingga orde dua untuk memperoleh akurasi yang lebih baik. Dalam hal ini, digunakan:

$$\cos \tilde{\varphi} \approx 1 - \frac{\tilde{\varphi}^2}{2}, \sec \tilde{\varphi} \approx 1 + \frac{\tilde{\varphi}^2}{2}, \tan \tilde{\varphi} \approx \tilde{\varphi}.$$

Dengan demikian, diperoleh:

$$\begin{aligned} V_{P_X} &= V_{C_X} - \omega_Z R_H \tan \tilde{\varphi} - R\dot{\varphi} - \dot{\gamma}(R - R_H \sec \tilde{\varphi}) \frac{\sqrt{2}}{2}, \\ &= V_{C_X} - \omega_Z R_H \tilde{\varphi} - R\dot{\varphi} - \dot{\gamma}(R - R_H - \frac{1}{2} R_H \tilde{\varphi}^2) \frac{\sqrt{2}}{2}, \\ V_{P_Y} &= V_{C_Y} + \dot{\gamma}(R \cos \tilde{\varphi} - R_H) \frac{\sqrt{2}}{2}, \\ &= V_{C_Y} + \dot{\gamma}(R - R_H - \frac{1}{2} R \tilde{\varphi}^2) \frac{\sqrt{2}}{2}. \end{aligned}$$

Untuk mendapatkan hasil dengan tingkat ketelitian yang lebih tinggi, pendekatan diekspansi hingga orde tiga. Ekspansi fungsi trigonometri yang digunakan adalah:

$$\cos \tilde{\varphi} \approx 1 - \frac{\tilde{\varphi}^2}{2}, \sec \tilde{\varphi} \approx 1 + \frac{\tilde{\varphi}^2}{2}, \tan \tilde{\varphi} \approx \tilde{\varphi} + \frac{\tilde{\varphi}^3}{3}.$$

Dengan demikian, bentuk persamaan kecepatan menjadi:

$$\begin{aligned}
V_{P_X} &= V_{C_X} - \omega_Z R_H \tan \tilde{\varphi} - R\dot{\varphi} - \dot{\gamma}(R - R_H \sec \tilde{\varphi}) \frac{\sqrt{2}}{2} \\
&= V_{C_X} - \omega_Z R_H (\tilde{\varphi} + \frac{\tilde{\varphi}^3}{3}) - R\dot{\varphi} - \dot{\gamma}(R - R_H - \frac{1}{2} R_H \tilde{\varphi}^2) \frac{\sqrt{2}}{2} \\
V_{P_Y} &= V_{C_Y} + \dot{\gamma}(R \cos \tilde{\varphi} - R_H) \frac{\sqrt{2}}{2} \\
&= V_{C_Y} + \dot{\gamma}(R - R_H - \frac{1}{2} R_H \tilde{\varphi}^2) \frac{\sqrt{2}}{2}.
\end{aligned}$$

3.2. Simulasi Numerik

Pemilihan parameter simulasi pada studi ini didasarkan pada kombinasi referensi literatur dan konfigurasi umum roda mekanum pada robot bergerak. Nilai jari-jari roda $R = 0.1$ m dan radius roller $R_H = 0.03$ m merujuk pada rasio dimensi yang digunakan dalam studi Graham et al. [11]. Komponen kecepatan awal $V_{C_X} = 1.32$ dan $V_{C_Y} = -0.81$ dipilih agar mewakili rentang kecepatan translasi yang stabil untuk simulasi numerik. Parameter rotasi platform $\omega_Z = 0.1$ rad/s mengikuti pendekatan rotasi lambat sebagaimana digunakan oleh Gfrerrer [6] dan Adamov [5].

Simulasi numerik akan diperhatikan dalam tiga buah nilai N (*roller*) yaitu nilai 6, 8, dan 12. Untuk pergerakan sederhana, besaran V_{C_X} dan V_{C_Y} diinisialisasi 1,32 dan -0,81. Nilai R dan R_H akan diatur menjadi 0,1 dan 0,03 berdasarkan tabel rasio oleh Graham et al. [11]. Dengan pemisalan nilai $\dot{\gamma} = \frac{R}{R_H} \dot{\varphi}$ berdasarkan prinsip gerak roda melingkar [12], dan nilai ω_Z ditetapkan 0,1 karena hanya memperhatikan satu roda mekanum saja. Selanjutnya akan dilihat simulasi numerik untuk nilai V_P tersebut pada kecepatan rotasi roda $\dot{\varphi} = 5$.

Untuk nilai $\dot{\varphi}$ dan $\dot{\gamma}$ terlebih dahulu dikonfigurasi dengan solusi eksak pada Persamaan (2.3) dan Persamaan (2.4). Terlebih dahulu dicek pada kondisi $\varphi(0) = 0$ untuk menentukan nilai C pada Persamaan (2.3).

$$\begin{aligned}
t + C &= \frac{ab}{(c^2 + a^2)\sqrt{c^2 - b^2 + a^2}} \ln \left| (b - a) \tan \left(\frac{\varphi - 2\pi k/N}{2} \right) + \sqrt{c^2 - b^2 + a^2} - c \right| \\
&\quad - \frac{ab}{(c^2 + a^2)\sqrt{c^2 - b^2 + a^2}} \ln \left| (b - a) \tan \left(\frac{\varphi - 2\pi k/N}{2} \right) - \sqrt{c^2 - b^2 + a^2} - c \right| \\
&\quad - \frac{c}{c^2 + a^2} \ln |c \sin(\varphi - 2\pi k/N) - a \cos(\varphi - 2\pi k/N) - b| + \frac{a(\varphi - 2\pi k/N)}{c^2 + a^2}
\end{aligned} \tag{3.1}$$

Parameter turunan yang dihitung sesuai Persamaan (3.1):

$$\begin{aligned}
a &= \frac{V_{C_X}}{R} = \frac{1,32}{0,1} = 13,2, \\
b &= \frac{V_{C_Y}}{R} = \frac{-0,81}{0,1} = -8,1, \\
c &= \frac{\omega_Z \cdot R_H}{R} = \frac{0,1 \cdot 0,03}{0,1} = 0,03.
\end{aligned}$$

Substitusi nilai parameter a, b , dan c yang diperoleh ke Persamaan (3.1). Karena $\varphi = 0$, maka:

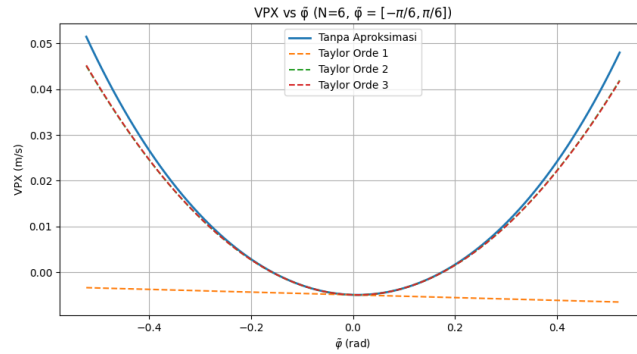
$$C = \frac{-106,92}{1.815,58} (\ln |10,39| - \ln |10,45|) - \frac{0,03}{174,24} \ln |5,1| \approx 0,00022.$$

Substitusi nilai C ke Persamaan (3.1) dengan t disekitar 0, dalam hal ini $t = 0,1$ sehingga dengan pemograman sederhana diperoleh nilai $\varphi \approx 0.4747$. Substitusi nilai ini ke Persamaan (2.4), sehingga diperoleh nilai γ yaitu:

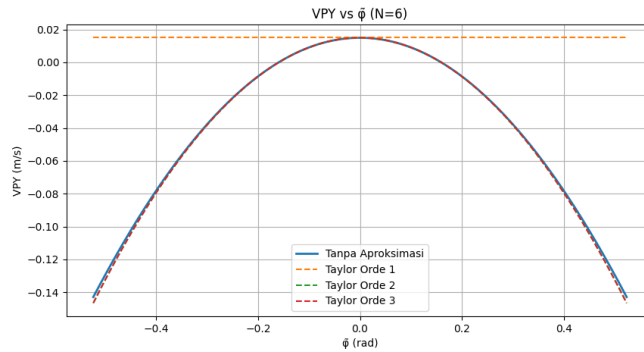
$$\gamma(0,1) \approx \int_0^{0,1} -\frac{2}{\sqrt{2}} \frac{-0,81}{(0,1 \cdot \cos(0,4747) - 0,03)} dx = 1,944.$$

Dengan demikian, diperoleh nilai φ dan γ berada disekitar 0.5 dan 1.6 yang mana nilai ini sesuai dengan pemisalan awal simulasi. Selanjutnya dilakukan simulasi untuk V_{PX} dan V_{PY} .

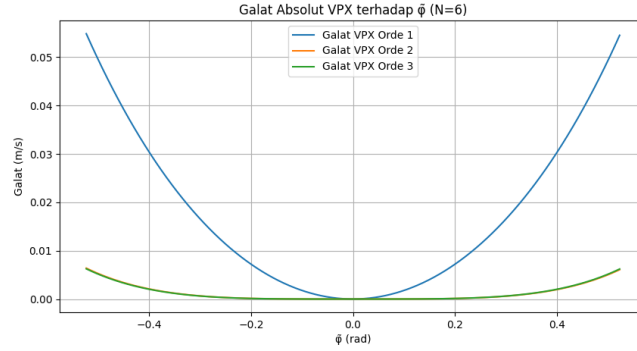
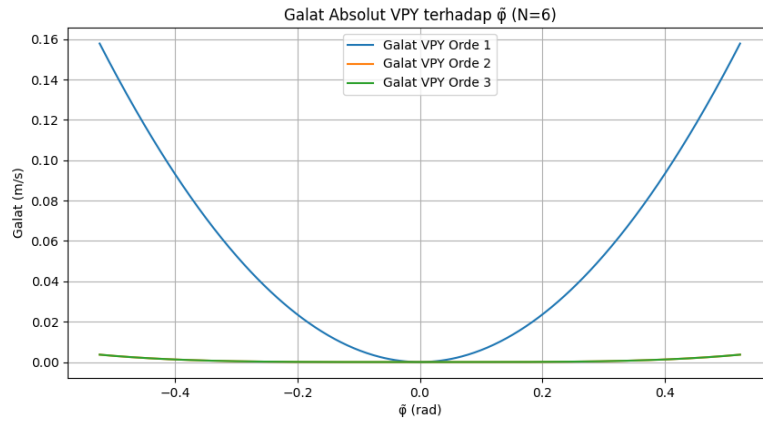
(1) $N = 6$.



Gambar 4. Grafik V_{PX} untuk $N = 6$



Gambar 5. Grafik V_{PY} untuk $N = 6$

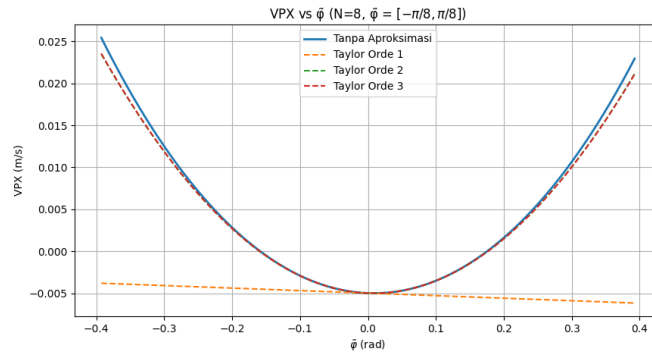
Gambar 6. Grafik Galat Absolut V_{P_X} untuk $N = 6$ Gambar 7. Grafik Galat Absolut V_{P_Y} untuk $N = 6$

Berdasarkan gambar hasil simulasi numerik dengan jumlah roller $N = 6$, tampak bahwa kurva V_{P_X} dan V_{P_Y} menunjukkan ketidakteraturan yang cukup mencolok pada pendekatan orde satu seperti pada Gambar 4 dan Gambar 5. Garis hasil orde pertama terlihat cukup menyimpang dari bentuk ideal, menunjukkan fluktuasi yang tidak stabil di sepanjang domain sudut. Namun, saat pendekatan dinaikkan ke orde dua dan tiga, grafik menunjukkan bentuk yang semakin bagus dan mendekati garis referensi, menandakan peningkatan akurasi.

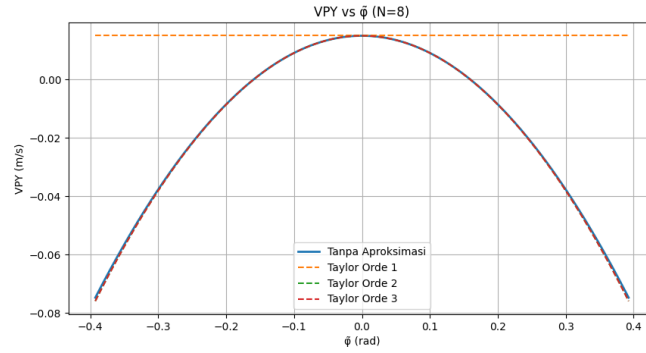
Dengan Python, diperoleh nilai *Root Mean Square* (RMS) untuk komponen kecepatan sebagai berikut: pada orde satu, RMS untuk V_{P_X} sebesar 0.02372 dan V_{P_Y} sebesar 0.07136 berdasarkan Gambar 6 dan Gambar 7. Nilai ini cukup besar dibandingkan pada orde lainnya dan menunjukkan adanya penyimpangan signifikan terhadap nilai eksak. Setelah diterapkan pendekatan orde dua dan tiga, nilai RMS

menurun drastis menjadi 0.00205 untuk V_{P_X} dan 0.00123 untuk V_{P_Y} , yang berarti bahwa pendekatan ini jauh lebih bagus.

(2) $N = 8$



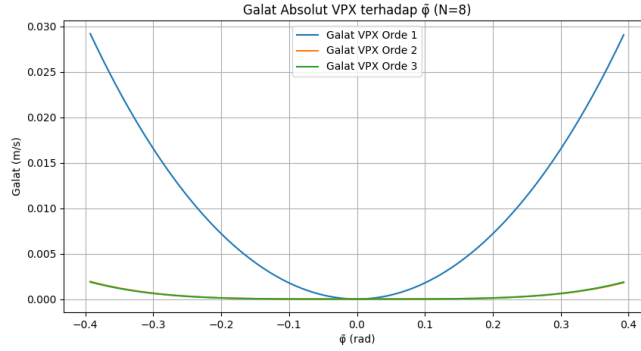
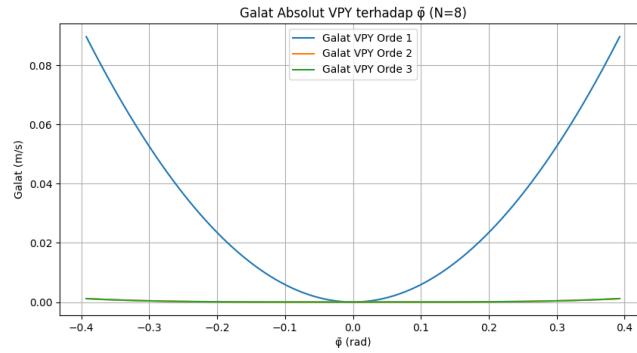
Gambar 8. Grafik V_{P_X} untuk $N = 8$



Gambar 9. Grafik V_{P_Y} untuk $N = 8$

Gambar 8 dan Gambar 9 yang merupakan hasil simulasi untuk roda mekanum dengan delapan roller ($N = 8$) menunjukkan bahwa semakin banyaknya jumlah roller memberikan bentuk kurva yang lebih teratur dan landai, bahkan sejak pendekatan orde satu. Meskipun grafik dari orde pertama masih menunjukkan sedikit penyimpangan dari kurva referensi, namun tidak sebesar yang terlihat pada $N = 6$. Grafik pada orde dua dan tiga tampak hampir identik dan mengikuti bentuk ideal dengan sangat baik.

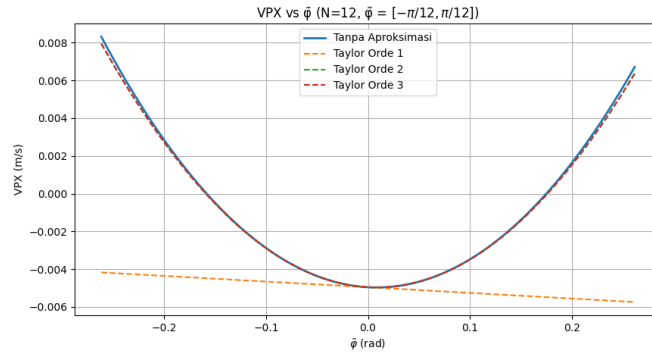
Dengan pemrograman numerik yang sederhana menggunakan Google Colab, diperoleh nilai RMS untuk V_{P_X} sebesar 0.01283 dan untuk V_{P_Y} sebesar 0.04043 pada orde satu berdasarkan Gambar 10 dan Gambar 11. Nilai ini menunjukkan

Gambar 10. Grafik Galat Absolut V_{P_X} untuk $N = 8$ Gambar 11. Grafik Galat Absolut V_{P_Y} untuk $N = 8$

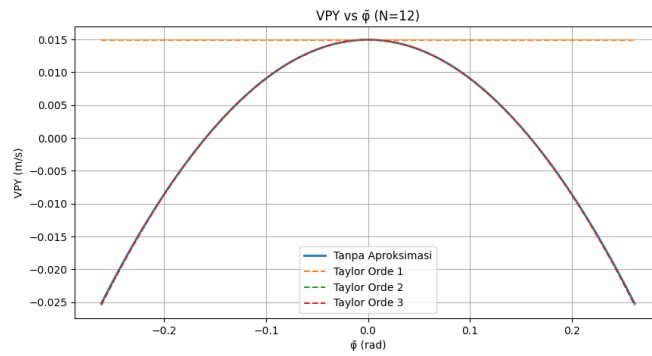
peningkatan akurasi dibandingkan dengan enam roller. Setelah pendekatan dinaikkan ke orde dua, nilai RMS turun signifikan menjadi 0.00062 untuk V_{P_X} dan 0.00039 untuk V_{P_Y} . Penurunan ini menunjukkan bahwa pendekatan orde dua sangat efektif dalam memodelkan sistem. Sama seperti pada kasus $N = 6$, nilai RMS pada orde tiga tidak menunjukkan perbedaan dibanding orde dua, yang berarti pendekatan orde dua sudah cukup akurat.

(3) $N = 12$

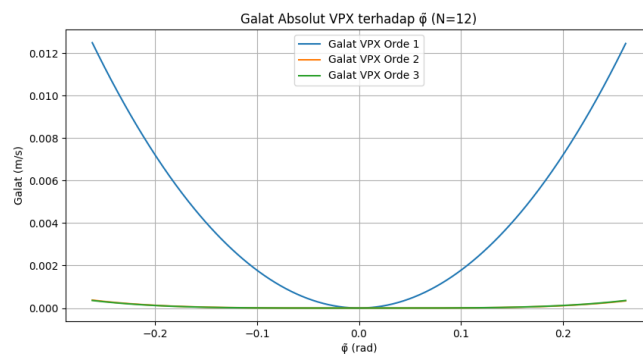
Berdasarkan Gambar 12 dan Gambar 13 yang merupakan hasil simulasi numerik dengan jumlah roller $N = 12$, terlihat bahwa pendekatan orde satu sudah menghasilkan grafik yang cukup bagus dibandingkan kasus sebelumnya. Namun, garis hasil orde pertama masih menunjukkan sedikit penyimpangan terhadap bentuk ideal, terutama pada rentang sudut tertentu. Ketika pendekatan dinaikkan ke orde dua dan tiga, grafik menunjukkan kemiripan yang sangat kuat dengan bentuk ideal. Perbedaan antara pendekatan orde dua dan tiga hampir tidak terlihat, menunjukkan bahwa penambahan orde tidak memberikan perubahan



Gambar 12. Grafik V_{P_X} untuk $N = 12$



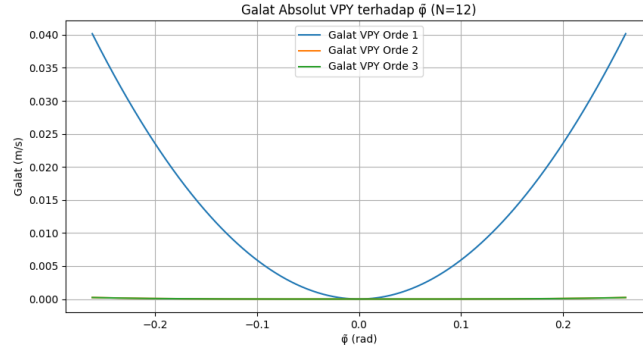
Gambar 13. Grafik V_{P_Y} untuk $N = 12$



Gambar 14. Grafik Galat Absolut V_{P_X} untuk $N = 12$

signifikan terhadap akurasi.

Dengan Python, diperoleh nilai RMS yang sesuai dengan Gambar 14 dan

Gambar 15. Grafik Galat Absolut V_{PY} untuk $N = 12$

Gambar 15 untuk komponen kecepatan sebagai berikut: pada orde satu, RMS untuk V_{Px} sebesar 0,00555 dan V_{Py} sebesar 0,01806. Nilai ini menandakan penyimpangan yang sudah relatif kecil dibandingkan kasus $N = 6$ dan $N = 8$. Setelah diterapkan pendekatan orde dua, nilai RMS turun drastis menjadi 0,00012 untuk V_{Px} dan 0,00008 untuk V_{Py} . Pada orde tiga, nilai RMS tetap sama seperti orde dua, menunjukkan bahwa peningkatan kompleksitas tidak memberikan peningkatan akurasi yang berarti.

Berdasarkan hasil simulasi numerik yang telah dilakukan diperoleh gambaran yang jelas mengenai pengaruh jumlah roller dan orde pendekatan deret Taylor terhadap akurasi model kecepatan di titik kontak roda. Secara umum, peningkatan jumlah roller memberikan dampak positif terhadap kestabilan dan keakuratan hasil simulasi, terutama ketika digunakan bersama dengan pendekatan Taylor orde yang lebih tinggi.

Secara keseluruhan, dapat disimpulkan bahwa pendekatan deret Taylor orde dua merupakan pilihan paling efisien dan akurat dalam memodelkan kecepatan pada titik kontak roda mekanum. Pendekatan ini mampu menyeimbangkan antara kompleksitas komputasi dan ketelitian hasil, serta tetap stabil untuk berbagai jumlah roller. Pendekatan orde satu hanya cocok digunakan pada sistem dengan jumlah roller besar atau pada kasus yang tidak memerlukan presisi tinggi, sedangkan pendekatan orde tiga kurang efisien karena tidak memberikan perbaikan berarti dibanding orde dua.

Pada Tabel 1 diperlihatkan bahwa aproksimasi orde tiga tidak memberikan peningkatan akurasi yang berarti dibandingkan orde dua. Hal ini disebabkan oleh dua faktor. Pertama, nilai sudut deviasi $\tilde{\varphi}$ relatif kecil pada rentang simulasi sehingga kontribusi suku orde ketiga, seperti $\tilde{\varphi}^3$ pada ekspansi $\tan(\tilde{\varphi})$, menjadi sangat kecil. Kedua, koreksi orde kedua sudah mampu menangkap non-linearitas utama dari fungsi trigonometri yang digunakan. Dengan demikian, penambahan suku orde ketiga hanya meningkatkan kompleksitas komputasi tanpa memberi manfaat akurat yang signifikan.

Tabel 1. Nilai RMS galat V_{PX} dan V_{PY} untuk setiap orde Taylor dan jumlah roller N .

N Roller	Orde Taylor	RMS V_{PX}	RMS V_{PY}
6	Orde 1	0.02372	0.07136
	Orde 2	0.00205	0.00123
	Orde 3	0.00205	0.00123
8	Orde 1	0.01283	0.04043
	Orde 2	0.00062	0.00039
	Orde 3	0.00062	0.00039
12	Orde 1	0.00555	0.01806
	Orde 2	0.00012	0.00008
	Orde 3	0.00012	0.00008

4. Kesimpulan

Berdasarkan analisis yang telah dilakukan terhadap kinematika roda mekanum dengan pendekatan aproksimasi deret Taylor pada orde berbeda, diperoleh beberapa kesimpulan sebagai berikut:

Ekspansi deret Taylor terhadap fungsi trigonometri seperti $\tan \tilde{\varphi}$, $\sec \tilde{\varphi}$, dan $\cos \tilde{\varphi}$ memberikan dampak yang berbeda terhadap akurasi model tergantung pada orde yang digunakan. *Orde satu* menghasilkan bentuk persamaan yang sederhana namun potensial galatnya besar, terutama ketika sudut $\tilde{\varphi}$ tidak kecil. *Orde dua* memberikan keseimbangan yang baik antara akurasi dan kompleksitas komputasi, dengan nilai galat RMS yang jauh lebih kecil dibandingkan orde satu. *Orde tiga* tidak memberikan peningkatan signifikan dalam akurasi dibandingkan orde dua, sehingga secara praktis tidak efisien untuk digunakan dalam sistem nyata yang memerlukan efisiensi komputasi.

Simulasi numerik menunjukkan bahwa jumlah roller mempengaruhi kestabilan hasil aproksimasi. Pada roda dengan 6 roller, grafik galat absolut menunjukkan fluktuasi besar pada orde satu, sementara pendekatan orde dua dan tiga menghasilkan kurva yang lebih landai. Namun, pada roda dengan 8 roller, bahkan pendekatan orde satu sudah menunjukkan performa yang lebih baik, dan pendekatan orde dua memberikan hasil optimal. Pada roller dengan 12 roller juga demikian, kurva error yang dihasilkan semakin landai pada ketiga orde dengan masih tetap performa pada pendekatan orde dua yang optimal.

Secara praktis, penggunaan deret Taylor orde dua memberikan keseimbangan terbaik antara akurasi dan efisiensi komputasi, sehingga cocok digunakan pada sistem kontrol robot yang membutuhkan perhitungan waktu-nyata (*real-time*), seperti kontrol *inverse kinematic* atau estimasi berbasis Kalman filter. Kompleksitas yang lebih rendah dibanding orde tiga memungkinkan penghematan waktu komputasi tanpa mengurangi kualitas model, sehingga lebih sesuai untuk implementasi perangkat lunak pada robot bergerak.

5. Ucapan Terima kasih

Penelitian ini dibiayai oleh Universitas Andalas melalui skema Penelitian Skripsi Sarjana (PSS) Batch I No. 245/UN16.19/PT.01.03/PSS/2025 tahun 2025.

Daftar Pustaka

- [1] Hakim, A. R., Sumardi, Riyadi, M. A., 2015, Kontrol Posisi Pada Sistem Pergerakan Mobile Robot Roda Mecanum Menggunakan Kontrol PID Berbasis Invers Kinematic, *Jurnal Transient* Vol. **4**(3): 463 – 470
- [2] Muliady, Arisandy, G., 2018, Implementasi Sistem Gerak Holonomic Pada Robot KRSBI Beroda 2017, *Jurnal Teknik dan Ilmu Komputer* Vol. **07**(25): 9 – 25
- [3] Taufiqurrahman, I., Rahayu, A. U., Permana, M. Y., Ramdani, R., 2024, Desain Kendali Kecepatan Motor DC Pada Mobile Robot mecanum Wheels, *Electronica and Electrical Journal of Innovation Technology* Vol. **05**(2): 45 – 52
- [4] Amir, A., Basri, M., Supardi, M., Sukardi, M., 2023, Sistem Kendali Pergerakan Robot Omni-Wheel, *Prosiding Seminar Nasional Teknik Elektro dan Informatika (SNTEI) 2023 - Teknik Elektronika*: 157 – 161
- [5] Adamov, B. I., 2024, Geometry and Kinematics of the mecanum Wheel on a Plane and a Sphere, *Russian Journal of Nonlinear Dynamics* Vol. **20**(1): 43 – 78
- [6] Gfrerrer, A., 2008, Geometry and kinematics of the mecanum wheel, *Comput. Aided Geom. Des.* Vol. **25**: 784 – 791
- [7] Tlale, N., de Villiers, M., 2008, Kinematics and Dynamics Modelling of a Mecanum Wheeled Mobile Platform, *15th International Conference on Mechatronics and Machine Vision in Practice, Auckland, New Zealand*: 657 – 662
- [8] Becker, F., Bondarev, Zeidis, I. O., Zimmermann, K., Abdelrahman, M., Adamov, B., 2014, An approach to the kinematics and dynamics of a four-wheel mecanum vehicle, Special Issue of Scientific Journal of IFToMM “Problems of Mechanics”, no. **2**(55): 27 – 37
- [9] Li, Y., Dai, S., Zhao, L., Yan, X., Shi, Y., 2019, Topological Design Methods for Mecanum Wheel Configurations of an Omnidirectional Mobile Robot, *Symmetry* Vol. **11**(10): 1268
- [10] Pankrateva, G. V., Mordin, A. E., Saypulaev, G. R., 2023, Analysis of positioning accuracy in case of design errors in the installation of mecanum wheels of the mobile platform, *Adv. Eng. Res. (Rostov-on-Don)* Vol. **23**(4): 356 – 364
- [11] Graham, R. L., Lubachevsky, B. D., Nurmela, K. J., Östergård, P. R. J., 1998, Dense packings of congruent circles in a circle, *Discrete Mathematics* Vol. **181**(1 – 3): 139 – 154
- [12] Halliday, D., Resnick, R., 1985, *Fisika*, edisi ke-3, jilid 1. Jakarta: Erlangga