Jurnal Matematika UNAND
Vol. **VI** No. **3** Hal. 40 – 46
ISSN : 2303–291X

PENERAPAN SIMULASI *MONTE CARLO* DALAM PENENTUAN HARGA OPSI ASIA

PUTRI RIZKA ATIKA YUSLI, RIRI LESTARI, YUDIANTRI ASDI
Program Studi Matematika,
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Andalas,
Kampus UNAND Limau Manis Padang, Indonesia,
email : putririzkaatikayusli@gmail.com

Abstrak. Opsi Asia adalah opsi yang mempunyai nilai *payoff* bergantung pada rata-rata harga saham selama masa opsi berlangsung. Penentuan harga opsi Asia dapat dilakukan dengan pendekatan terhadap rata-rata aritmatik. Karakterisik pendekatan terhadap rata-rata aritmatik adalah ketika harga saham berdistribusi lognormal, ini berarti rata-rata aritmatik harga saham tidak berdistribusi normal. Oleh karena itu, harga opsi Asia dapat ditentukan secara numerik diantaranya dengan simulasi *Monte Carlo*. Simulasi *Monte Carlo* memanfaatkan *strong law of large* dalam perhitungan. Semakin banyak jumlah simulasi yang dilakukan maka semakin baik pendekatan harga opsi Asia yang diperoleh. Berdasarkan hasil penelitian harga opsi Asia dengan berbagai simulasi diperoleh bahwa harga opsi Asia yang konvergen pada suatu nilai.

Kata Kunci: Opsi, Opsi Asia, Rata-rata Aritmatik, *Monte Carlo*

1. Pendahuluan

Dalam dunia keuangan, instrumen yang diperjualbelikan dalam pasar derivatif diantaranya berupa kontrak. Contoh kontrak yang paling populer diperdagangkan dalam pasar derivatif adalah opsi. Opsi adalah suatu kontrak atau perjanjian antara dua pihak dengan pihak pertama sebagai pembeli (*holder*) yang memiliki hak untuk membeli atau menjual suatu aset yang dimiliki pihak kedua sebagai penjual (*writer*) pada waktu pelaksanaan. Pihak pertama sebagai pemegang opsi tidak bisa dipaksakan untuk menjual atau membeli suatu barang yang disepakati. Hak untuk menjual atau membeli hanya bisa digunakan pada waktu pelaksanaan. Opsi tidak akan memiliki nilai apabila pada saat waktu pelaksanaan pemegang opsi tidak menggunakan haknya.

Opsi bisa digunakan untuk meminimalkan risiko dan memaksimalkan keuntungan dengan daya ungkit (*leverage*) yang lebih besar. Berinvestasi dalam bentuk opsi juga memberikan fungsi lindung nilai (*hedging*) terhadap saham induk. Dengan dana investasi yang relatif kecil, persentase keuntungan yang diperoleh relatif lebih besar dibandingkan dengan investasi pada saham. Namun demikian, risiko yang ditanggung akan lebih besar. Dengan adanya opsi, investor memiliki pilihan untuk menempatkan dananya dalam berbagai jenis instrument yang bertujuan mengurangi tingkat risiko.

Opsi eksotik adalah opsi yang nilai *payoff* opsi tidak hanya bergantung pada harga aset saat dilaksanakan, tapi juga bergantung pada harga-harga saham selama masa hidup opsi. Contoh opsi eksotik adalah *Asian option* (opsi Asia). Opsi Asia adalah opsi yang nilai *payoff* (nilai ekonomis yang diperoleh) opsi bergantung pada rata-rata harga saham selama masa opsi berlangsung.

Penentuan harga opsi saham (*payoff*) bertujuan untuk menentukan harga seimbang antara pembeli opsi dan penjual opsi sehingga tidak ada pihak yang terlalu diuntungkan dan dirugikan. Penentuan harga opsi Asia dapat dilakukan melalui pendekatan terhadap rata-rata Aritmatik. Karakteristik pendekatan terhadap rata-rata Aritmatik adalah pada saat harga saham berdistribusi lognormal, rata-rata aritmatik harga saham sebarannya tidak diketahui.

Harga opsi Asia dengan rata-rata Aritmatik dapat ditentukan secara numerik diantaranya dengan simulasi *Monte Carlo*. Simulasi *Monte Carlo* adalah metode untuk menganalisa ketidakpastian, dimana tujuannya adalah untuk menentukan bagaimana bilangan acak mempengaruhi kestabilan dari sistem yang dimodelkan. Metode *Monte Carlo* merupakan metode yang memanfaatkan *strong law of large number* dalam melakukan perhitungan, artinya semakin banyak jumlah simulasi yang dilakukan semakin baik pula pendekatan nilai eksaknya. Simulasi *Monte Carlo* memanfaatkan penilaian *risk-neutral* (menginginkan keuntungan yang besar dengan resiko yang rendah) dimana nilai harapan *payoff* opsi yang didiskontokan pada suatu ukuran tertentu.

2. Konsep Dasar

Opsi berdasarkan jenis hak yang diberikan kepada pemegang opsi (*holder*) dibedakan menjadi dua yaitu opsi *Call* (opsi beli) dan opsi *Put* (opsi jual). Opsi *Call* memberikan hak kepada *holder* untuk membeli saham dengan harga pelaksanaan yang disepakati pada waktu jatuh tempo. Opsi *Put* memberikan hak kepada *holder* untuk menjual saham dengan harga pelaksanaan yang disepakati pada waktu jatuh tempo.

Tingkat pengembalian (*return*) yang diharapkan adalah keuntungan yang diterima dari investasi yang dilakukan pada waktu yang akan datang. *Return* dihitung dari rasio harga saham waktu ke t+1 dengan harga saham waktu ke t.

$$R_t = \ln \frac{S_{t+1}}{S_t}; t = 1, 2, \cdots, N-1$$

Proses stokastik digunakan untuk memodelkan evolusi suatu sistem yang dijalankan pada suatu lingkungan yang tidak dapat diduga dimana model deterministik tidak lagi cocok dipakai untuk menganalisis maka digunakan proses stokastik.

2.1. *Model Harga Saham*

Pergerakan harga saham dikatakan memenuhi proses stokastik karena nilainya berubah terhadap waktu dengan pola yang tidak terduga. Misalkan harga saham *S(t)* mengikuti proses *Wiener* yaitu adalah proses stokastik dimana harga saat ini berpengaruh untuk memprediksi harga yang akan datang. Pada interval waktu dt perubahan harga saham dinyatakan dengan *dS(t).* Maka perubahan harga saham dapat ditulis sebagai:

$$dS(t) = \mu S(t)dt + \sigma S(t)dB(t) \tag{2.1}$$

Asumsikan rata-rata tingkat pengembalian harga saham adalah bunga bebas resiko (*risk-free rate*), $\mu = r$. Selanjutnya fungsi saham yang dipengaruhi oleh waktu $Y(t) = g(S(t), t)$ dapat diperluas ke dalam deret *Taylor* orde kedua dapat dinyatakan dalam bentuk maka persamaan menjadi

$$dY(t) = \frac{\partial g}{\partial t}dt + \frac{\partial g}{\partial s}dS(t) + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 g}{\partial s^2}(dS(t))^2 \tag{2.2}$$

Salah satu asumsi *Black-Scholes* yaitu harga aset yang mendasari mengikuti proses *Wiener* yang mempunyai distribusi lognormal dengan parameter rataan dan variansi yang diketahui dan konstan. Logaritma harga saham pada saat jatuh tempo mempunyai sebaran normal dengan $\mu = \ln S(0) + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right) T$ dan variansi $\sigma^2 = \sigma^2 T$. Sehingga solusi untuk persamaan harga saham saat waktu ke t

$$S(t) = S(0) \exp\left(\left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right) T + \sigma Z\sqrt{T}\right) \tag{2.3}$$

2.2. *Simulasi Harga Saham*

Simulasi harga saham dilakukan dari masa awal pembelian saham hingga masa jatuh tempo, waktu yang diamati dibagi menjadi sebanyak n buah waktu dengan panjang interval yang sama yaitu Δt sehingga $n = \frac{T}{\Delta t}$ dengan T adalah waktu jatuh tempo. Persamaan harga saham waktu ke t_i dimana $i = 1, 2, \cdots, n$ dan $t_n = T$ menjadi

$$S(t_i) = S(t_{i-1}) \exp\left(\left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right) \Delta t + \sigma Z_i\sqrt{\Delta t}\right) \tag{2.4}$$

2.3. *Pembentukan Model Harga Opsi Menggunakan Monte Carlo*

Opsi Asia adalah opsi yang mendasari rata-rata dari harga akhir setiap periode waktu. Rataan dari harga saham dapat dihitung dengan rataan aritmatik. Sehingga rata-rata dari harga saham menjadi

$$S(\bar{T}) = \sum_{i=1}^{n} \frac{S(t_i)}{n} \tag{2.5}$$

Payoff dari *average price option* menggunakan rata-rata aritmatik saat jatuh tempo untuk opsi *Call* Asia adalah $\max(S(\bar{T}) - K, 0)$. Harga opsi *Call* saat ini merupakan nilai harapan yang didiskon dan dinotasikan sebagai

$$C = e^{-rT}\max(S(\bar{T}) - K, 0).$$

Payoff dari *average price option* menggunakan rata-rata aritmatik saat jatuh tempo untuk opsi *Put* Asia adalah $\max(K - S(\bar{T}), 0)$. Harga opsi *Put* Asia dapat ditentukan dengan cara yang serupa seperti penentuan harga opsi *Call* Asia, yaitu $P = e^{-rT}\max(K - S(\bar{T}), 0)$.

Apabila pengamatan sampel secara acak dilakukan sebanyak M simulasi, C_i menyatakan *payoff* dari opsi *Call* Asia dan P_i menyatakan *payoff* opsi *Put* Asia yang diperoleh berdasarkan kemungkinan harga saham pada waktu T.

Payoff untuk harga opsi *Call* Asia ketika menggunakan metode *Monte Carlo* adalah $\hat{C} = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M} e^{-rT}\max(S(\bar{T}) - K, 0)$. *Standard error* dari harga opsi *Call* adalah $SE = \sqrt{\frac{\hat{s}_C^2}{M}}$ dimana $\hat{s}_C^2 = \frac{1}{M-1}\sum_{i=1}^{M}(P_i - \bar{P}^2)$.

Payoff untuk harga opsi *Put* Asia menggunakan metode *Monte Carlo* adalah $\hat{P} = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M} e^{-rT}\max(K - S(\bar{T}), 0)$. *Standard error* dari harga opsi *Put* adalah $SE = \sqrt{\frac{\hat{s}_P^2}{M}}$ dimana $\hat{s}_P^2 = \frac{1}{M-1}\sum_{i=1}^{M}(P_i - \hat{P})^2$.

3. Penerapan Penentuan Harga Opsi Asia dengan Menggunakan Simulasi *Monte Carlo*

Sebelum menentukan harga opsi Asia, dilakukan perhitungan volatilitas return saham tahunan menggunakan data historis penutupan harga saham XL Group Ltd. periode 16 September 2015 sampai 16 September 2016 yang diakses dari http://www.yahoo.finance.com/. Faktor yang diperlukan dalam perhitungan volatilitas saham tahunan $s = \sqrt{N\hat{R}} = 0.235834844$ dimana $\hat{R} = \frac{\sum_{i=1}^{N}(R_i - \hat{R})^2}{N-1} = 0.000218969$. Nilai untuk *logaritma natural return* $R_t = \ln\dfrac{S_{t+1}}{S_t}$ dan rataan dari *logaritma natural return* $\hat{R} = \frac{\sum_{t=1}^{N}}{N} = -0.00044382$.

Faktor yang juga diperlukan dalam menentukan harga opsi Asia harga saham awal pada tanggal 16 September 2016 $S_0 = 33.52$, waktu jatuh tempo 14 Oktober 2016 maka panjang interval waktu menjadi $\Delta t = \frac{21}{365} = 0.057534247$, tingkat suku bunga bebas resiko sebesar $r = 7.5\%$. Untuk harga pelaksanaan dan banyak simulasi dapat dilakukan penginputan pada program Matlab yang digunakan untuk menghitung harga opsi Asia.

Dalam penentuan harga opsi yang terbaik dari berbagai simulasi, akan dibandingkan nilai *Standard Error* dari harga opsi *Call* dan opsi *Put* dengan berbagai harga pelaksanaan untuk setiap banyaknya simulasi yang dilakukan. Nilai *Standard Error* dari harga opsi *Call* dan *Put* yang bernilai paing kecil adalah harga opsi simulasi 100000 kali.

Tabel 1. Harga Opsi *Call* Asia dan Opsi *Put* Asia serta *Standard Error* Simulasi *Monte Carlo* sebanyak 100.000 kali dengan Berbagai Harga Pelaksanaan

Harga Pelaksanaan	Harga Opsi *Call*	*Standard Error* Opsi *Call*	Harga Opsi Put	*Standard Error* Opsi *Put*
25	10.133	0.0174	0.0183	0.000617
30	5.5361	0.0159	0.3929	0.0036
31	4.7582	0.0152	0.5861	0.0045
32	4.0217	0.0144	0.8621	0.0056
33	3.3732	0.0136	1.1969	0.0067
34	2.7734	0.0126	1.666	0.0078
35	2.2462	0.0114	2.1103	0.0090
36	1.8495	0.0106	2.6348	0.0101
37	1.4508	0.0094	3.2872	0.0111

Harga opsi *Call* yang dihitung menggunakan simulasi *Monte Carlo* sebanyak 100000 kali lebih besar dari pada harga opsi *Call* di pasar saham. Kondisi ini sebaiknya bagi pemegang opsi untuk membeli opsi *Call* di pasar saham pada harga pelaksanaan tersebut. Harga opsi *Put* yang dihitung menggunakan simulasi *Monte Carlo* sebanyak 100000 kali lebih besar dari pada harga opsi *Put* di pasar saham. Kondisi ini sebaiknya bagi pemegang opsi untuk tidak menjual opsi *Put* di pasar saham pada harga pelaksanaan $25, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 37$. Untuk harga pelaksnaan 36 harga opsi *Put* yang dihitung menggunakan simulasi *Monte Carlo* sebanyak 100000 kali lebih kecil dari pada harga opsi *Put* di pasar saham. Kondisi ini sebaiknya bagi pemegang opsi untuk menjual opsi *Put* di pasar saham.

Perbandingan harga opsi *Call* dan *Put* dapat juga dilakukan dengan membandingkan dengan berbagai banyak simulasi.

Tabel 2. Harga Opsi *Call* Asia dan Opsi *Put* Asia Simulasi *Monte Carlo* dengan Berbagai Banyak Simulasi

Harga Pelaksanaan	2*Jumlah Simulasi	2*Harga Opsi *Call*	2*Harga Opsi *Put*
5*25	10	10.6185	0
	100	10.492	0.0029
	1000	10.1895	0.0111
	10000	10.1358	0.0130
	100000	10.1333	0.0183
5*30	10	6.8433	0.1358
	100	5.9953	0.1996
	1000	5.8535	0.3477
	10000	5.5613	0.3920
	100000	5.5361	0.3929
5*31	10	6.8034	0.3061
	100	5.8695	0.4572
	1000	4.9735	0.5710
	10000	4.8044	0.5763
	100000	4.7582	0.5961
	10	5.5298	0.4183
	100	4.2366	0.7997
32	1000	4.1085	0.8202
	10000	4.0301	0.8609
	100000	4.0217	0.8621
	10	4.2052	0.6851
	100	3.7455	0.8557
33	1000	3.6390	1.1084
	10000	3.3823	1.1810
	100000	3.3732	1.1969
	10	3.4620	0.7829
	100	3.1824	1.4555
34	1000	2.9246	1.5519
	10000	2.8128	1.6032
	100000	2.7734	1.6066

35	10	3.2308	1.2501
	100	3.1592	1.7584
	1000	2.5265	1.9760
	10000	2.2513	2.0246
	100000	2.2462	2.1103
36	10	2.1381	1.6912
	100	2.0393	2.2739
	1000	1.8923	2.6185
	10000	1.8514	2.6218
	100000	1.8495	2.6348
37	10	0.6572	2.8722
	100	1.5856	2.9064
	1000	1.5641	3.2112
	10000	1.4628	3.2409
	100000	1.4508	3.2872

Berdasarkan tabel diatas diperoleh bahwa pada harga pelaksanaan 25 diperoleh harga opsi *Call* konvergen pada nilai 10.13 dan harga opsi *Put* konvergen pada nilai 0.01. Harga opsi dengan pelaksanaan 30 diperoleh harga opsi *Call* konvergen pada nilai 5.53 dan harga opsi *Put* konvergen pada nilai 0.39. Harga opsi dengan pelaksanaan 31 diperoleh harga opsi *Call* konvergen pada nilai 4.7 dan harga opsi *Put* konvergen pada nilai 0.5. Harga opsi dengan pelaksanaan 32 diperoleh harga opsi *Call* konvergen pada nilai 4 dan harga opsi *Put* konvergen pada nilai 0.86. Harga opsi dengan pelaksanaan 33 diperoleh harga opsi *Call* konvergen pada nilai 3.3 dan harga opsi *Put* konvergen pada nilai 1.1. Harga opsi dengan pelaksanaan 34 diperoleh harga opsi *Call* konvergen pada nilai 2.7 dan harga opsi *Put* konvergen pada nilai 1.6. Harga opsi dengan pelaksanaan 35 diperoleh harga opsi *Call* konvergen pada nilai 2.25 dan harga opsi *Put* konvergen pada nilai 2. Harga opsi dengan pelaksanaan 36 diperoleh harga opsi *Call* konvergen pada nilai 1.8 dan harga opsi *Put* konvergen pada nilai 2.6. Harga opsi dengan pelaksanaan 37 diperoleh harga opsi *Call* konvergen pada nilai 1.4 dan harga opsi *Put* konvergen pada nilai 3.2.

4. Penutup

Penentuan harga opsi Asia menggunakan rata-rata aritmatik dilakukan melalui Simulasi *Monte Carlo* dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$\hat{C} = e^{-rT}\frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M}\max(S(\bar{T}) - K, 0) \tag{4.1}$$

$$\hat{P} = e^{-rT}\frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M}\max(K - S(\bar{T}), 0) \tag{4.2}$$

dimana

$$\begin{aligned} \hat{C} &: \text{ harga opsi } \textit{Call} \text{ Asia} \\ \hat{P} &: \text{ harga opsi } \textit{Put} \text{ Asia} \\ M &: \text{ banyak simulasi} \\ r &: \textit{ risk-free rate} \\ T &: \text{ waktu jatuh tempo} \\ K &: \text{ harga pelaksanaan atau } \textit{Strike Price} \\ S(\bar{T}) &: \text{ rata-rata harga saham sepanjang hidup opsi} \end{aligned}$$

Penentuan harga opsi Asia dengan berbagai pelaksanaan akan diperoleh harga opsi *Call* akan semakin menurun jika harga pelaksanaan yang semakin meningkat. Untuk harga opsi *Put* diperoleh harga semakin meningkat jika semakin meningkatnya harga pelaksanaan. Untuk harga opsi Asia dengan berbagai simulasi diperoleh bahwa harga opsi Asia akan konvergen pada suatu nilai baik untuk opsi *Call* maupun opsi *Put*.

Simulasi *Monte Carlo* untuk harga opsi Asia diterapkan pada saham XL Group Ltd. Perhitungan ini dapat digunakan oleh pemegang opsi untuk memperkirakan harga opsi Asia yang digunakan dalam pelaksanaan opsi agar meminimalisir kerugian yang terjadi dalam mengelola aset.

5. Ucapan Terima Kasih

Penulis mengucapkan terima kasih kepada ibu Dr. Maiyastri, Bapak Dr. Jenizon, Ibu Nova Noliza Bakar, M.Si yang telah memberikan masukan dan saran sehingga paper ini dapat diselesaikan dengan baik.

Daftar Pustaka

[1] Adams, A. 2003. *Investment Mathematics*. John Wiley and Sons, Ltd., Canada.
[2] Bain, L. J dan Max E. 1991. *Introduction To Probability and Mathematical Statistic*. Duxbury, Canada.
[3] Closing price. 2016. Available from: http://finance.yahoo.com. [diakses pada 16 September 2016].
[4] Halim, A. 2005. *Analisis Investasi*. Salemba Empat, Jakarta.
[5] Hull, John C. 2003. *Option, Future, and Other Derivatives*. 5th Edition. Pearson Education Inc., New Jersey.
[6] Kwok, Yue-Kuen. 2008. *Mathematical Models of Financial Derivatives*. Second Edition. Springer Berlin Heidelberg.
[7] Ross, S.M. 1983. *Stocastic Processes*. John Wiley & Sons Inc., Canada