

***FUZZY BAG* DAN APLIKASINYA DALAM PENGAMBILAN KEPUTUSAN**

MUTHIA GUSRIATI*, ADMI NAZRA, I MADE ARNAWA

*Program Studi S1 Matematika,
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Andalas,
Kampus UNAND Limau Manis Padang, Indonesia.
email : muthia2108@gmail.com, nazra@sci.unand.ac.id, arnawa@sci.unand.ac.id*

Diterima 15 September 2020 Direvisi 14 Oktober 2020 Dipublikasikan 21 Oktober 2020

Abstrak. Pada penelitian ini dibahas tentang konsep *fuzzy bag*, kardinalitas *fuzzy bag*, operasi-operasi pada *fuzzy bag* serta aplikasinya dalam pengambilan keputusan.

Kata Kunci: *Fuzzy bag*, kardinalitas *fuzzy bag*, operasi-operasi pada *fuzzy bag*

1. Pendahuluan

Logika fuzzy merupakan suatu logika yang memiliki nilai kekaburan atau kesamaran (*fuzzyness*) antara benar atau salah. Logika fuzzy memungkinkan ekspresi tersebut dinyatakan sebagai bilangan riil antara 0 dan 1, tingkat keabuan dan juga hitam dan putih, serta dalam bentuk linguistik yakni berupa konsep tidak pasti seperti "sedikit", "lumayan" dan "sangat". Logika ini berhubungan dengan himpunan fuzzy (*fuzzy set*) dan teori kemungkinan. Logika fuzzy ini diperkenalkan oleh Dr. Lotfi Zadeh dari Universitas California, Berkeley pada 1965. [6]

Pada teori himpunan tegas, unsur-unsur yang ada dalam himpunan pada dasarnya berbeda. Berdasarkan artikel R.R.Yager [5] tentang teori *bag*, bahwa *bag* berbeda dengan konsep pada himpunan tegas, sedangkan pada artikel Fateme [1], pendefinisian *bag* dari Yager [5] dinyatakan dengan cara yang berbeda. Begitu pun juga pendefinisian *fuzzy bag*. Pada penelitian ini akan diulas kembali tentang konsep *fuzzy bag*, kardinalitas *fuzzy bag*, operasi-operasi pada *fuzzy bag* serta aplikasinya yang merupakan kajian kembali dari artikel Baowen LI [2] dengan menggunakan pendefinisian *bag* dan *fuzzy bag* yang diperkenalkan oleh Fateme [1].

*penulis korespondensi

2. Landasan Teori

2.1. Himpunan Fuzzy (Fuzzy Set)

Definisi 2.1. [5] Misalkan X suatu himpunan yang tak kosong. Suatu himpunan fuzzy F atas X didefinisikan sebagai :

$$F = \{\beta_F(x)/x | x \in X\},$$

dimana $\beta_F : X \rightarrow [0, 1]$ dan $\beta_F(x)$ merupakan nilai keanggotaan atas X pada himpunan fuzzy F .

2.2. Bag

Definisi 2.2. [1] Misalkan P dan O adalah himpunan semesta terbatas yang masing-masing disebut "properti" dan "objek". Suatu bag tegas B^f adalah pasangan (f, B^f) , dimana $f : P \rightarrow \wp(O)$ adalah suatu fungsi dan B^f adalah subset dari $P \times N$

$$B^f = \{(card(f(p))/p) | p \in P\}.$$

dengan N adalah bilangan bulat non-negatif, $\wp(O)$ adalah himpunan kuasa dari O dan $card(f(p))$ adalah kardinalitas dari $f(p)$.

3. Pembahasan

3.1. Fuzzy Bag

Definisi 3.1. [1] Misalkan P dan O adalah himpunan semesta terbatas yang masing-masing disebut "properti" dan "objek". Suatu fuzzy bag $B^{\bar{f}}$ adalah pasangan $(\bar{f}, B^{\bar{f}})$, dimana $\bar{f} : P \rightarrow \mathfrak{S}(O)$ adalah suatu fungsi dengan $\mathfrak{S}(O) = \{G | G : O \rightarrow [0, 1] \text{ adalah kumpulan semua fuzzy set atas } O\}$ dan $B^{\bar{f}}$ adalah subset dari $P \times [0, 1] \times N$.

$$B^{\bar{f}} = \{card_{B^{\bar{f}}}(O_{\delta^p})/(\delta/p) \mid p \in P, \delta \in [0, 1]\},$$

dimana $(O_{\delta^p}) = \{o \in O | \bar{f}(p)(o) = \delta\}$ dan $card_{B^{\bar{f}}}(O_{\delta^p})/(\delta/p)$ menyatakan banyaknya elemen dari himpunan (O_{δ^p}) .

Definisi 3.2. [2] Jika fuzzy bag terbentuk dari hanya satu $p \in P$, maka suatu fuzzy bag tersebut disebut dengan point bag, dinotasikan dengan

$$B^{\bar{f}}(p) = \{card_{B^{\bar{f}}}(O_{\delta})/(\delta)\}(p).$$

Definisi 3.3. [2] Jika suatu fuzzy bag dan untuk setiap $p \in P$, nilai keanggotaan δ adalah unik, maka disebut dengan canonical fuzzy bag.

Proposisi 3.4. [2] Misalkan $B^{\bar{f}}$ suatu fuzzy bag. Jika untuk setiap $p \in P$, point bag $B^{\bar{f}}(p)$ yang merupakan singleton bag maka $B^{\bar{f}}$ merupakan canonical fuzzy bag.

Bukti. Berdasarkan definisi singleton bag dan point bag, untuk setiap $p \in P$, point bag $B^{\bar{f}}(p) = \{card_{B^{\bar{f}}}(O_{\delta})/\delta\}(p)$ adalah singleton bag. Dengan kata lain, hanya ada

satu atom $\text{card}_{B^{\bar{f}}}(O_{\delta^p})/(\delta/p)$ pada bag ini, yaitu untuk p , nilai keanggotaan δ adalah unik dan karenanya $B^{\bar{f}}$ adalah *canonical fuzzy bag*. $\square$

Definisi 3.5. [2] Misalkan $B^{\bar{f}}$ suatu *canonical fuzzy bag*. Suatu $B^{\bar{f}_m}$ disebut *support set* dari *canonical fuzzy bag* $B^{\bar{f}}$, jika

$$\text{card}_{B^{\bar{f}_m}}(O_{\delta^p}) = \begin{cases} 1 & , \text{ jika } \text{card}_{B^{\bar{f}}}(O_{\delta^p}) > 0 \\ 0 & , \text{ jika } \text{card}_{B^{\bar{f}}}(O_{\delta^p}) = 0 . \end{cases}$$

$B^{\bar{f}_m}$ dinotasikan dengan $\text{supp}(B^{\bar{f}})$, sehingga dapat ditulis juga dengan

$$\text{card}_{\text{supp } B^{\bar{f}}}(O_{\delta^p}) = \text{sgn}(\text{card}_{B^{\bar{f}}}(O_{\delta^p}))$$

dimana sgn adalah fungsi *sign*.

Proposisi 3.6. [2] Jika count setiap elemen dalam *canonical fuzzy bag* sama dengan 1 maka *canonical fuzzy bag* tersebut adalah suatu *support set* dari *canonical fuzzy bag* tersebut.

Bukti. Misalkan $B^{\bar{f}}$ suatu *canonical fuzzy bag*. Karena $\text{card}_{B^{\bar{f}}}(O_{\delta^p}) = 1, \forall p \in P$ maka

$$\text{card}_{B^{\bar{f}}}(O_{\delta^p}) = \begin{cases} 1 & , \text{ jika } \text{card}_{B^{\bar{f}}}(O_{\delta^p}) > 0 \\ 0 & , \text{ jika } \text{card}_{B^{\bar{f}}}(O_{\delta^p}) = 0 . \end{cases}$$

Berdasarkan Definisi 3.5, maka jelas $\text{card}_{B^{\bar{f}}}(O_{\delta^p}) = \text{card}_{\text{supp } B^{\bar{f}}}(O_{\delta^p})$. $\square$

Definisi 3.7. [2] Misalkan $B^{\bar{f}}$ suatu *fuzzy bag*. Count maksimal dari elemen dalam $B^{\bar{f}}$ disebut dengan nilai *peak*, dinotasikan dengan $PV(B^{\bar{f}})$ yang didefinisikan sebagai berikut

$$PV(B^{\bar{f}}) = \max_{p \in P, \delta \in I} \{\text{card}_{B^{\bar{f}}}(O_{\delta^p})\} .$$

Untuk *point-bag* nilai *peak*nya adalah

$$PV(B^{\bar{f}}(p)) = \max_{\delta \in I} \{\text{card}_{B^{\bar{f}}}(O_{\delta})\} .$$

Definisi 3.8. [2] Misalkan $B^{\bar{f}}$ suatu *fuzzy bag*. Nilai konsentrasi dari *fuzzy bag* dinotasikan $S(B^{\bar{f}})$ yang didefinisikan sebagai berikut

$$S(B^{\bar{f}}) = \frac{PV(B^{\bar{f}})}{(M - m)}$$

dimana $M = \sup_{\delta \in I} (\delta)$, $m = \inf_{\delta \in I} (\delta)$ dimana untuk $\text{card}_{B^{\bar{f}}}(O_{\delta^p}) \neq 0$ dan $PV(B^{\bar{f}})$ adalah nilai *peak fuzzy bag* $B^{\bar{f}}$. Untuk *point-bag* nilai konsentrasinya adalah

$$S(B^{\bar{f}}(p)) = \frac{B^{\bar{f}}(p)}{(M - m)}$$

3.2. Kardinalitas Fuzzy Bag

Definisi 3.9. [2] Misalkan $B^{\bar{f}}$ suatu fuzzy bag. Kardinalitas dari $B^{\bar{f}}$ dilambangkan dengan $Card(B^{\bar{f}})$, yang didefinisikan sebagai berikut :

$$Card(B^{\bar{f}}) = \sum_{p \in P} \sum_{\delta \in I} \delta * (card_{B^{\bar{f}}}(O_{\delta^p})) ,$$

dimana $(*)$ merupakan perkalian bilangan riil.

Definisi 3.10. [2] Misalkan $B^{\bar{f}}$ suatu fuzzy bag. Kardinalitas mutlak $B^{\bar{f}}$ dilambangkan dengan $|Card(B^{\bar{f}})|$ yang didefinisikan sebagai berikut

$$|Card(B^{\bar{f}})| = \sum_{p \in P} \sum_{\delta \in I} (card_{B^{\bar{f}}}(O_{\delta^p})) .$$

Definisi 3.11. [2] Misalkan $B^{\bar{f}}$ suatu fuzzy bag. Kardinalitas relatif dari bag $B^{\bar{f}}$ dinotasikan dengan $RC(B^{\bar{f}})$ yang didefinisikan sebagai berikut

$$RC(B^{\bar{f}}) = \frac{Card(B^{\bar{f}})}{|Card(B^{\bar{f}})|} ,$$

Untuk point-bag kardinalitas relatifnya adalah

$$RC(B^{\bar{f}}(p)) = \frac{Card(B^{\bar{f}}(p))}{|Card(B^{\bar{f}}(p))|} ,$$

3.3. Operasi-operasi pada Fuzzy Bag

Definisi 3.12. [2] Misalkan $B^{\bar{f}_1}$ dan $B^{\bar{f}_2}$ merupakan fuzzy bag. Penjumlahan kedua fuzzy bag tersebut menghasilkan fuzzy bag baru dinotasikan dengan $B^{\bar{f}_3} = B^{\bar{f}_1} \oplus B^{\bar{f}_2}$, untuk setiap $p \in P$, $\delta \in [0,1]$ dengan $B^{\bar{f}_1} = \{card_{B^{\bar{f}_1}}(O_{\delta^p})\}$, $B^{\bar{f}_2} = \{card_{B^{\bar{f}_2}}(O_{\delta^p})\}$ dan $B^{\bar{f}_3} = \{card_{B^{\bar{f}_3}}(O_{\delta^p})\}$, maka

$$card_{B^{\bar{f}_3}}(O_{\delta^p}) = card_{B^{\bar{f}_1}}(O_{\delta^p}) + card_{B^{\bar{f}_2}}(O_{\delta^p}) , \forall p \in P, \delta \in I .$$

Definisi 3.13. [2] Misalkan $B^{\bar{f}_1}$ dan $B^{\bar{f}_2}$ merupakan fuzzy bag. Pengurangan kedua fuzzy bag tersebut menghasilkan fuzzy bag baru dinotasikan dengan $B^{\bar{f}_4} = B^{\bar{f}_1} \ominus B^{\bar{f}_2}$, untuk setiap $p \in P$, $\delta \in [0,1]$ dengan $B^{\bar{f}_1} = \{card_{B^{\bar{f}_1}}(O_{\delta^p})\}$, $B^{\bar{f}_2} = \{card_{B^{\bar{f}_2}}(O_{\delta^p})\}$ dan $B^{\bar{f}_4} = \{card_{B^{\bar{f}_4}}(O_{\delta^p})\}$, maka

$$card_{B^{\bar{f}_4}}(O_{\delta^p}) = \max[card_{B^{\bar{f}_1}}(O_{\delta^p}) - card_{B^{\bar{f}_2}}(O_{\delta^p}), 0] , \forall p \in P, \delta \in I .$$

Definisi 3.14. [2] Misalkan $B^{\bar{f}_1}$ dan $B^{\bar{f}_2}$ merupakan fuzzy bag. Gabungan kedua fuzzy bag tersebut menghasilkan fuzzy bag baru dinotasikan dengan $B^{\bar{f}_5} = B^{\bar{f}_1} \vee B^{\bar{f}_2}$, untuk setiap $p \in P$, $\delta \in [0,1]$ dengan $B^{\bar{f}_1} = \{card_{B^{\bar{f}_1}}(O_{\delta^p})\}$, $B^{\bar{f}_2} = \{card_{B^{\bar{f}_2}}(O_{\delta^p})\}$ dan $B^{\bar{f}_5} = \{card_{B^{\bar{f}_5}}(O_{\delta^p})\}$, maka

$$card_{B^{\bar{f}_5}}(O_{\delta^p}) = \max\{card_{B^{\bar{f}_1}}(O_{\delta^p}), card_{B^{\bar{f}_2}}(O_{\delta^p})\} , \forall p \in P, \delta \in I .$$

Definisi 3.15. [2] Misalkan $B^{\bar{f}_1}$ dan $B^{\bar{f}_2}$ merupakan fuzzy bag. Irisan kedua fuzzy bag tersebut menghasilkan fuzzy bag baru dinotasikan dengan $B^{\bar{f}_6} = B^{\bar{f}_1} \wedge B^{\bar{f}_2}$, untuk setiap $p \in P$, $\delta \in [0, 1]$ dengan $B^{\bar{f}_1} = \{card_{B^{\bar{f}_1}}(O_\delta^p)\}$, $B^{\bar{f}_2} = \{card_{B^{\bar{f}_2}}(O_\delta^p)\}$ dan $B^{\bar{f}_6} = \{card_{B^{\bar{f}_6}}(O_\delta^p)\}$, maka

$$card_{B^{\bar{f}_6}}(O_\delta^p) = \min\{card_{B^{\bar{f}_1}}(O_\delta^p), card_{B^{\bar{f}_2}}(O_\delta^p)\}, \forall p \in P, \delta \in I.$$

Definisi 3.16. [2] Misalkan $B^{\bar{f}_1}$ dan $B^{\bar{f}_2}$ merupakan fuzzy bag. Irisan kedua fuzzy bag tersebut menghasilkan fuzzy bag baru dinotasikan dengan $B^{\bar{f}_6} = B^{\bar{f}_1} \wedge B^{\bar{f}_2}$, untuk setiap $p \in P$, $\delta \in [0, 1]$ dengan $B^{\bar{f}_1} = \{card_{B^{\bar{f}_1}}(O_\delta^p)\}$, $B^{\bar{f}_2} = \{card_{B^{\bar{f}_2}}(O_\delta^p)\}$ dan $B^{\bar{f}_6} = \{card_{B^{\bar{f}_6}}(O_\delta^p)\}$, maka

$$card_{B^{\bar{f}_6}}(O_\delta^p) = \min\{card_{B^{\bar{f}_1}}(O_\delta^p), card_{B^{\bar{f}_2}}(O_\delta^p)\}, \forall p \in P, \delta \in I.$$

Definisi 3.17. [2] Misalkan $B^{\bar{f}_1}$ dan $B^{\bar{f}_2}$ merupakan fuzzy bag. Elemen δ/p dari fuzzy bag $B^{\bar{f}_1}$ untuk setiap δ/p tertentu yang juga δ/p fuzzy bag $B^{\bar{f}_2}$ dinotasikan dengan $B^{\bar{f}_7} = B^{\bar{f}_1} \otimes B^{\bar{f}_2}$, untuk setiap $p \in P$, $\delta \in [0, 1]$ dengan $B^{\bar{f}_1} = \{card_{B^{\bar{f}_1}}(O_\delta^p)\}$, $B^{\bar{f}_2} = \{card_{B^{\bar{f}_2}}(O_\delta^p)\}$ dan $B^{\bar{f}_7} = \{card_{B^{\bar{f}_7}}(O_\delta^p)\}$, maka

$$card_{B^{\bar{f}_7}}(O_\delta^p) = card_{B^{\bar{f}_1}}(O_\delta^p) * sgn card_{B^{\bar{f}_2}}(O_\delta^p), \forall p \in P, \delta \in I.$$

dengan $(*)$ perkalian biasa.

Jika fuzzy bag $B^{\bar{f}_1}$ dan fuzzy bag $B^{\bar{f}_2}$ merupakan point-bag maka $B^{\bar{f}_7} = B^{\bar{f}_1} \otimes B^{\bar{f}_2}$ dimana

$$card_{B^{\bar{f}_7}}(O_\delta) = card_{B^{\bar{f}_1}}(O_\delta) * sgn card_{B^{\bar{f}_2}}(O_\delta), \forall \delta \in I.$$

dengan $(*)$ perkalian biasa.

Proposisi 3.18. [2] Misalkan $B^{\bar{f}_1}$, $B^{\bar{f}_2}$ dan $B^{\bar{f}_3}$ merupakan fuzzy bag, maka

$$B^{\bar{f}_1} \otimes (B^{\bar{f}_2} \vee B^{\bar{f}_3}) = (B^{\bar{f}_1} \otimes B^{\bar{f}_2}) \vee (B^{\bar{f}_1} \otimes B^{\bar{f}_3}).$$

Bukti. Berdasarkan Definisi 3.17, dengan memisalkan $B^{\bar{f}_4} = B^{\bar{f}_1} \otimes (B^{\bar{f}_2} \vee B^{\bar{f}_3})$.

$$\begin{aligned} B^{\bar{f}_4} &= B^{\bar{f}_1} \otimes (B^{\bar{f}_2} \vee B^{\bar{f}_3}) \\ card_{B^{\bar{f}_4}}(O_\delta^p) &= card_{B^{\bar{f}_1}}(O_\delta^p) * sgn (card_{B^{\bar{f}_2}}(O_\delta^p) \vee card_{B^{\bar{f}_3}}(O_\delta^p)) \\ &= (card_{B^{\bar{f}_1}}(O_\delta^p) * sgn card_{B^{\bar{f}_2}}(O_\delta^p)) \vee (card_{B^{\bar{f}_1}}(O_\delta^p) * \\ &\quad sgn card_{B^{\bar{f}_3}}(O_\delta^p)) \\ B^{\bar{f}_4} &= (B^{\bar{f}_1} \otimes B^{\bar{f}_2}) \vee (B^{\bar{f}_1} \otimes B^{\bar{f}_3}). \end{aligned}$$

□

Proposisi 3.19. [2] Misalkan $B^{\bar{f}_1}$, $B^{\bar{f}_2}$ dan $B^{\bar{f}_3}$ merupakan fuzzy bag, maka

$$B^{\bar{f}_1} \otimes (B^{\bar{f}_2} \wedge B^{\bar{f}_3}) = (B^{\bar{f}_1} \otimes B^{\bar{f}_2}) \wedge (B^{\bar{f}_1} \otimes B^{\bar{f}_3}).$$

Bukti. Berdasarkan Definisi 3.17, dengan memisalkan $B^{\bar{f}_5} = B^{\bar{f}_1} \circledast (B^{\bar{f}_2} \wedge B^{\bar{f}_3})$.

$$\begin{aligned}
 B^{\bar{f}_5} &= B^{\bar{f}_1} \circledast (B^{\bar{f}_2} \wedge B^{\bar{f}_3}) \\
 \text{card}_{B^{\bar{f}_5}}(O_{\delta^p}) &= \text{card}_{B^{\bar{f}_1}}(O_{\delta^p}) * \text{sgn}(\text{card}_{B^{\bar{f}_2}}(O_{\delta^p}) \wedge \text{card}_{B^{\bar{f}_3}}(O_{\delta^p})) \\
 &= (\text{card}_{B^{\bar{f}_1}}(O_{\delta^p}) * \text{sgn} \text{card}_{B^{\bar{f}_2}}(O_{\delta^p})) \wedge (\text{card}_{B^{\bar{f}_1}}(O_{\delta^p}) * \\
 &\quad \text{sgn} \text{card}_{B^{\bar{f}_3}}(O_{\delta^p})) \\
 B^{\bar{f}_5} &= (B^{\bar{f}_1} \circledast B^{\bar{f}_2}) \wedge (B^{\bar{f}_1} \circledast B^{\bar{f}_3}) .
 \end{aligned}$$

□

Proposisi 3.20. [2] Misalkan $B^{\bar{f}_1}$, $B^{\bar{f}_2}$ dan $B^{\bar{f}_3}$ merupakan fuzzy bag, maka

$$(B^{\bar{f}_1} \vee B^{\bar{f}_2}) \circledast B^{\bar{f}_3} = (B^{\bar{f}_1} \circledast B^{\bar{f}_3}) \vee (B^{\bar{f}_2} \circledast B^{\bar{f}_3}) .$$

Bukti. Berdasarkan Definisi 3.17, dengan memisalkan $B^{\bar{f}_6} = (B^{\bar{f}_1} \vee (B^{\bar{f}_2}) \circledast (B^{\bar{f}_3}))$.

$$\begin{aligned}
 B^{\bar{f}_6} &= (B^{\bar{f}_1} \vee B^{\bar{f}_2}) \circledast B^{\bar{f}_3} \\
 \text{card}_{B^{\bar{f}_6}}(O_{\delta^p}) &= (\text{card}_{B^{\bar{f}_1}}(O_{\delta^p}) \vee \text{card}_{B^{\bar{f}_2}}(O_{\delta^p})) * \text{sgn} \text{card}_{B^{\bar{f}_3}}(O_{\delta^p}) \\
 &= (\text{card}_{B^{\bar{f}_1}}(O_{\delta^p}) * \text{sgn} \text{card}_{B^{\bar{f}_3}}(O_{\delta^p})) \vee (\text{card}_{B^{\bar{f}_2}}(O_{\delta^p}) * \\
 &\quad \text{sgn} \text{card}_{B^{\bar{f}_3}}(O_{\delta^p})) \\
 B^{\bar{f}_6} &= (B^{\bar{f}_1} \circledast B^{\bar{f}_3}) \vee (B^{\bar{f}_2} \circledast B^{\bar{f}_3}) .
 \end{aligned}$$

□

Proposisi 3.21. [2] Misalkan $B^{\bar{f}_1}$, $B^{\bar{f}_2}$ dan $B^{\bar{f}_3}$ merupakan fuzzy bag, maka

$$(B^{\bar{f}_1} \wedge B^{\bar{f}_2}) \circledast B^{\bar{f}_3} = (B^{\bar{f}_1} \circledast B^{\bar{f}_3}) \wedge (B^{\bar{f}_2} \circledast B^{\bar{f}_3}) .$$

Bukti. Berdasarkan Definisi 3.17, dengan memisalkan $B^{\bar{f}_7} = (B^{\bar{f}_1} \wedge (B^{\bar{f}_2}) \circledast (B^{\bar{f}_3}))$.

$$\begin{aligned}
 B^{\bar{f}_7} &= (B^{\bar{f}_1} \wedge B^{\bar{f}_2}) \circledast B^{\bar{f}_3} \\
 \text{card}_{B^{\bar{f}_7}}(O_{\delta^p}) &= (\text{card}_{B^{\bar{f}_1}}(O_{\delta^p}) \wedge \text{card}_{B^{\bar{f}_2}}(O_{\delta^p})) * \text{sgn} \text{card}_{B^{\bar{f}_3}}(O_{\delta^p}) \\
 &= (\text{card}_{B^{\bar{f}_1}}(O_{\delta^p}) * \text{sgn} \text{card}_{B^{\bar{f}_3}}(O_{\delta^p})) \wedge (\text{card}_{B^{\bar{f}_2}}(O_{\delta^p}) * \\
 &\quad \text{sgn} \text{card}_{B^{\bar{f}_3}}(O_{\delta^p})) \\
 B^{\bar{f}_7} &= (B^{\bar{f}_1} \circledast B^{\bar{f}_3}) \wedge (B^{\bar{f}_2} \circledast B^{\bar{f}_3}) .
 \end{aligned}$$

□

3.4. Aplikasi Fuzzy Bag

- (1) Dosen ingin mengetahui tingkat kepuasan masing-masing 10 mahasiswa terhadap 5 kali ujian terhadap satu mata kuliah.

$$B^{\bar{f}} = \{1/(0, 6/p_1), 1/(0, 7/p_1), 1/(0, 8/p_1), 2/(0, 55/p_1), 2/(0, 65/p_1), \\ 2/(0, 75/p_1), 1/(0, 77/p_1), 1/(0, 4/p_2), 1/(0, 55/p_2), 1/(0, 65/p_2), \\ 1/(0, 7/p_2), 3/(0, 5/p_2), 3/(0, 6/p_2), 1/(0, 5/p_3), 1/(0, 75/p_3), \\ 2/(0, 6/p_3), 2/(0, 65/p_3), 2/(0, 7/p_3), 2/(0, 8/p_3), 1/(0, 45/p_4), \\ 1/(0, 5/p_4), 1/(0, 55/p_4), 1/(0, 65/p_4), 1/(0, 68/p_4), 1/(0, 7/p_4), \\ 1/(0, 75/p_4), 1/(0, 77/p_4), 1/(0, 78/p_4), 1/(0, 8/p_4), 1/(0, 6/p_5), \\ 2/(0, 7/p_5), 2/(0, 75/p_5), 2/(0, 8/p_5), 3/(0, 65/p_5)\}.$$

Tabel 1 Rata-rata dan Nilai Konsentrasi dari Himpunan Fuzzy Bag $B^{\bar{f}}$

Ujian	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5
	1/0,6	1/0,4	1/0,5	1/0,45	1/0,6
	1/0,7	1/0,55	1/0,75	1/0,5	2/0,7
	1/0,77	1/0,65	2/0,6	1/0,55	2/0,75
	1/0,8	1/0,7	2/0,65	1/0,65	2/0,8
	2/0,55	3/0,5	2/0,7	1/0,68	3/0,65
	2/0,65	3/0,6	2/0,8	1/0,7	
	2/0,75			1/0,75	
				1/0,77	
				1/0,78	
				1/0,8	
$RC(B^{\bar{f}}(p))$	0,677	0,56	0,675	0,663	0,705
$S(B^{\bar{f}}(p))$	8	10	6,667	2,86	15

Berdasarkan Tabel 1 dapat dilihat bahwa untuk nilai rata-rata kepuasan mahasiswa dan nilai konsentrasi mahasiswa pada ujian ke-5 merupakan nilai paling tinggi dibanding 4 ujian lainnya, ini berarti seluruh mahasiswa relatif puas atas nilai ujian yang didapatkan karena sesuai dengan usaha yang dilakukan mahasiswa tersebut.

- (2) Salah satu cara perusahaan untuk mengetahui seberapa baik strategi penting untuk mempromosikan produk yang akan diperjualbelikan kepada masyarakat dengan cara menanyai pendapat 10 orang rekan kerja senior dan 10 orang rekan kerja junior dengan melalui tingkat kepercayaan sebesar 0,1;0,25;0,5;0,75;1.

$$B^{\bar{f}_1}(p) = \{1/(0, 1), 2/(0, 25), 3/(0, 5), 2/(0, 75), 2/(1)\}(p).$$

$$B^{\bar{f}_2}(p) = \{1/(0, 1), 2/(0, 25), 2/(0, 5), 3/(0, 75), 2/(1)\}(p).$$

Untuk menyatakan strategi penting ini adalah baik, diasumsikan jumlah orang ($|Card(B^{\bar{f}}(p))|$) dengan tingkat kepercayaan tidak kurang dari 0,5 adalah

harus lebih besar $1/2$ dari jumlah total yang ditanyai dan kardinalitas relatif $RC(B^{\bar{f}}(p))$ harus lebih besar dari $0,5$.

- (a) Kardinalitas mutlak dan kardinalitas relatif untuk kasus yang tingkat kepercayaan lebih dari $0,5$ dari rekan kerja senior.
 $|Card(B^{\bar{f}_3}(p))| = 7 > 5$ dan $RC(B^{\bar{f}_1}(p)) = 0,56 > 0,5$
- (b) Kardinalitas mutlak dan kardinalitas relatif untuk kasus yang tingkat kepercayaan lebih dari $0,5$ dari rekan kerja junior.
 $|Card(B^{\bar{f}_4}(p))| = 7 > 5$ dan $RC(B^{\bar{f}_2}(p)) = 0,585 > 0,5$
- (c) Kardinalitas mutlak dan kardinalitas relatif untuk kasus yang tingkat kepercayaan yang memiliki banyak orang yang percaya kepada strategi yang dilakukan adalah gabungan dari rekan kerja senior dan junior.
 $|Card(B^{\bar{f}_5}(p))| = 12 > 10$ dan $RC(B^{\bar{f}_6}(p)) = 0,5725 > 0,5$

Berdasarkan kasus dan sub-sub kasus penjelasan di atas, terlihat bahwa memenuhi semua syarat untuk mengetahui strategi penting yang akan dilakukan itu adalah baik. Jadi, didapatkan kesimpulan bahwa strategi penting untuk mempromosikan produk yang akan diperjualbelikan kepada masyarakat adalah baik.

- (3) Satu keluarga yang berjumlah 7 orang ingin membeli sebuah rumah, rumah tersebut dinilai dengan tingkat kelayakan secara umum seperti fasilitas, kenyamanan, keasrian, strategis dan sebagainya, dengan pilihan rumah ada 3 rumah yakni r_1, r_2, r_3 .

$$B^{\bar{f}_7} = \{3/(0,6/r_1), 2/(0,7/r_1), 2/(0,8/r_1), 1/(0,4/r_2), 1/(0,5/r_2), \\ 2/(0,55/r_2), 2/(0,7/r_2), 1/(0,8/r_2), 2/(0,75/r_3), 2/(0,6/r_3), \\ 2/(0,65/r_3), 1/(0,7/r_3)\}$$

Tabel 2 Rata-rata dan Nilai Konsentrasi dari Himpunan *Fuzzy Bag* $B^{\bar{f}_7}$

Rumah	r_1	r_2	r_3
	3/0,6	1/0,4	2/0,75
	2/0,7	1/0,5	2/0,6
	2/0,8	2/0,55	2/0,65
		2/0,7	1/0,7
		1/0,8	
$RC(B^{\bar{f}_7}(r))$	0,685	0,6	0,671
$S(B^{\bar{f}_7}(r))$	15	5	3,33

Berdasarkan Tabel 2 dapat dilihat bahwa untuk nilai rata-rata kelayakan rumah dan nilai konsentrasi rumah dari 7 orang anggota keluarga pada rumah ke-1 merupakan nilai paling tinggi dibanding rumah-rumah lainnya, ini berarti seluruh anggota keluarga merasa rumah ke-1 layak ditempati karena sebanding dengan kelayakan yang dibutuhkan.

4. Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian ini, adapun dalil yang terkait dengan *fuzzy bag* diantaranya :

- (1) Misalkan $B^{\bar{f}}$ suatu *fuzzy bag*. Jika untuk setiap $p \in P$, *point bag* $B^{\bar{f}}(p)$ yang merupakan *singleton bag* maka $B^{\bar{f}}$ merupakan *canonical fuzzy bag*.
- (2) Jika count setiap elemen dalam *canonical fuzzy bag* sama dengan 1 maka *canonical fuzzy bag* tersebut adalah suatu support set dari *canonical fuzzy bag* tersebut.
- (3) Misalkan $B^{\bar{f}_1}, B^{\bar{f}_2}$, dan $B^{\bar{f}_3}$ merupakan *fuzzy bag*, maka berlaku
 - (a) $B^{\bar{f}_1} \otimes (B^{\bar{f}_2} \vee B^{\bar{f}_3}) = (B^{\bar{f}_1} \otimes B^{\bar{f}_2}) \vee (B^{\bar{f}_1} \otimes B^{\bar{f}_3})$.
 - (b) $B^{\bar{f}_1} \otimes (B^{\bar{f}_2} \wedge B^{\bar{f}_3}) = (B^{\bar{f}_1} \otimes B^{\bar{f}_2}) \wedge (B^{\bar{f}_1} \otimes B^{\bar{f}_3})$.
 - (c) $(B^{\bar{f}_1} \vee B^{\bar{f}_2}) \otimes B^{\bar{f}_3} = (B^{\bar{f}_1} \otimes B^{\bar{f}_3}) \vee (B^{\bar{f}_2} \otimes B^{\bar{f}_3})$.
 - (d) $(B^{\bar{f}_1} \wedge B^{\bar{f}_2}) \otimes B^{\bar{f}_3} = (B^{\bar{f}_1} \otimes B^{\bar{f}_3}) \wedge (B^{\bar{f}_2} \otimes B^{\bar{f}_3})$.

Daftar Pustaka

- [1] Kouchakinejad, Fateme., Mashinchi, Mashaallah., dan Mesiar, Radko., 2016, A Note On L-Fuzzy Bags and Their Expected Values. *Tatra Mountains Math Publications*. **6** : 73-80.
- [2] LI, Baowen., 1990, Fuzzy Bags. *Fuzzy Sets and Systems*. **34** : 61-71.
- [3] Peizhuang, Wang., 1983, *Fuzzy Sets Theory and Applications*. Shanghai Science and Technology Publishing House : 85-91.
- [4] Peizhuang, Wang., 1984, *Fuzzy Set and Fall-shadow of Random Sets*, Press of Beijing Normal University : 42-59.
- [5] Yager, R.R., 1986, On The Theory of Bags, *Intelligent Systems*. **13** : 23-27.
- [6] Zadeh, L.A., 1965, Fuzzy Sets, *Information and Control*. **8** : 338-353.